



آشنایی با ذرات بنیادی

دیوید گریفیث

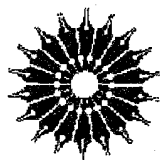
ترجمه دکتر حمیدرضا مشفق
سلیمه کیمیاگر

Elementary Particle Dynamics

Elementary Particle Dynamics

Elementary Particle Dynamics

Elementary Particle Dynamics



آشنایی با

ذرات بنیادی

دیوید گریفیث

ترجمه

دکتر حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر

مرکز نشر دانشگاهی

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۳	مقدمه
۳	فیزیک ذرات بنیادی
۶	چگونه می‌توانید ذرات بنیادی را تولید کنید؟
۹	چگونه ذرات بنیادی را آشکار می‌سازید؟
۱۱	یکاهای
۱۳	مراجع و یادداشتها
۱۵	۱ مقدمه تاریخی بر ذرات بنیادی
۱۵	۱-۱ دوران کلاسیک (۱۸۹۷-۱۹۳۲)
۱۸	۲-۱ فوتون (۱۹۰۰-۱۹۲۴)
۲۲	۳-۱ مزون (۱۹۳۴-۱۹۴۷)
۲۳	۴-۱ یاد ذرات (۱۹۳۰-۱۹۵۶)
۲۸	۵-۱ نوترینوها (۱۹۳۰-۱۹۶۲)
۳۵	۶-۱ ذرات شگفت (۱۹۴۷-۱۹۶۰)
۴۱	۷-۱ راه هشت‌گانه (۱۹۶۱-۱۹۶۴)
۴۴	۸-۱ مدل کواریکی (۱۹۶۴)
۵۰	۹-۱ انقلاب نوامبر و پیامدهای آن (۱۹۷۴-۱۹۸۳)
۵۴	۱۰-۱ بوزونهای برداری میانه
۵۵	۱۱-۱ مدل استاندارد (۱۹۷۸-۹)

۵۷	مراجع و یادداشتها
۶۳	مسائل
۶۷	۲ دینامیک ذرات بنیادی
۶۷	۱-۲ چهار نیرو
۶۹	۲-۲ الکترو دینامیک کوانتومی (QED)
۷۳	۳-۲ کرومودینامیک کوانتومی (QCD)
۷۹	۴-۲ برهم کنشهای ضعیف
۸۶	۵-۲ واپاشیها و قوانین پایداری
۹۱	۶-۲ طرحهای وحدت
۹۳	مراجع و یادداشتها
۹۴	مسائل
۹۷	۳ سینماتیک نسبیتی
۹۷	۱-۳ تبدیلهای لورنتس
۱۰۰	۲-۳ چار بردارها
۱۰۵	۳-۳ انرژی و تکانه
۱۱۰	۴-۳ برخوردیها
۱۱۲	۵-۳ مثالها و کاربردها
۱۲۰	مراجع و یادداشتها
۱۲۰	مسائل
۱۲۶	۴ تقارنها
۱۲۷	۱-۴ تقارنها، گروهها و قوانین پایداری
۱۳۱	۲-۴ اسپین و تکانه زاویه‌ای مداری
۱۳۳	۳-۴ جمع تکانه‌های زاویه‌ای
۱۳۸	۴-۴ اسپین $\frac{1}{2}$
۱۴۲	۵-۴ تقارنهای طعم
۱۵۰	۶-۴ پاریته
۱۵۸	۷-۴ همیوگی بار
۱۶۰	۸-۴ نقض CP

۱۶۵	برگشت زمان و قضیه TCP	۹-۴
۱۶۷	مراجع و یادداشتهای	
۱۶۹	مسائل	
۱۷۷	حالاتهای مقید	۵
۱۷۷	معادله شرو دینگر برای یک پتانسیل مرکزی	۱-۵
۱۸۳	اتم هیدروژن	۲-۵
۱۸۶	ساختار ریز	۳-۵
۱۹۱	انتقال لمب	۴-۵
۱۹۳	ساختار فوق ریز	۵-۵
۱۹۷	پوزیترونیم	۶-۵
۲۰۲	کوارکونیم	۷-۵
۲۰۶	مزونهای با کوارک سبک	۸-۵
۲۱۲	باریونها	۹-۵
۲۲۱	جرمها و گشتاورهای مغناطیسی باریونی	۱۰-۵
۲۲۶	مراجع و یادداشتهای	
۲۲۹	مسائل	
۲۳۵	حساب فاینمن	۶
۲۳۵	طول عمرها و سطح مقطعها	۱-۶
۲۴۲	قاعده طلایی	۲-۶
۲۵۰	قاعدههای فاینمن برای یک نظریه اسباب بازی	۳-۶
۲۵۳	طول عمر A	۴-۶
۲۵۴	پراکندگی	۵-۶
۲۵۶	نمودارهای مرتبه بالاتر	۶-۶
۲۶۱	مراجع و یادداشتهای	
۲۶۲	مسائل	
۲۶۶	الکترو دینامیک کوانتومی	۷
۲۶۶	معادله دیراک	۱-۷
۲۷۱	جوابهای معادله دیراک	۲-۷

۲۷۹	هموردهای دو خطی	۳-۷
۲۸۳	فوتون	۴-۷
۲۸۸	قاعده‌های فاینمن برای الکترودینامیک کوانتومی	۵-۷
۲۹۲	مثالها	۶-۷
۲۹۸	شگرد کازیمیر و قضیه‌های رد	۷-۷
۳۰۳	سطح مقطعها و طول عمرها	۸-۷
۳۱۱	باز بهنجارش	۹-۷
۳۱۷	مراجع و یادداشتها	
۳۱۸	مسائل	
۳۲۵	الکترودینامیک کوارکها و هادرونها	۸
۳۲۵	برهم کنشهای الکترون-کوارک	۱-۸
۳۲۶	تولید هادرون در پراکندگی e^+e^-	۲-۸
۳۳۳	پراکندگی کشسان الکترون-پروتون	۳-۸
۳۳۶	پراکندگی ناکشسان الکترون-پروتون	۴-۸
۳۴۰	الگوی پارتون و مقیاس بندی بیورکن	۵-۸
۳۴۵	توابع توزیع کوارک	۶-۸
۳۴۹	مراجع و یادداشتها	
۳۵۰	مسائل	
۳۵۲	کرومودینامیک کوانتومی	۹
۳۵۲	قاعده‌های فاینمن برای کرومودینامیک	۱-۹
۳۵۹	برهم کنش کوارک-کوارک	۲-۹
۳۶۵	نابودی زوج در QCD	۳-۹
۳۷۰	آزادی مجانبی	۴-۹
۳۷۴	کاربردهای QCD	۵-۹
۳۷۵	مراجع و یادداشتها	
۳۷۶	مسائل	
۳۸۱	برهم کنشهای ضعیف	۱۰
۳۸۱	برهم کنشهای ضعیف لپتونی باردار	۱-۱۰

۳۸۵	۲-۱۰ واپاشی موئون
۳۹۱	۳-۱۰ واپاشی نوترون
۳۹۸	۴-۱۰ واپاشی پیون
۴۰۲	۵-۱۰ برهم‌کنشهای ضعیف باردار کوارکها
۴۰۹	۶-۱۰ برهم‌کنشهای ضعیف خنثی
۴۱۹	۷-۱۰ وحدت الکتروضعیف
۴۳۰	مراجع و یادداشتها
۴۳۲	مسائل
۴۳۷	۱۱ نظریه‌های پیمانه‌ای
۴۳۷	۱-۱۱ فرمولبندی لاگرانژی مکانیک ذرات کلاسیک
۴۳۹	۲-۱۱ لاگرانژی در نظریه میدان نسبی
۴۴۳	۳-۱۱ ناوردایی پیمانه‌ای موضعی
۴۴۶	۴-۱۱ نظریه یانگ-میلز
۴۵۲	۵-۱۱ کرومودینامیک
۴۵۶	۶-۱۱ قاعده‌های فاینمن
۴۶۰	۷-۱۱ جمله جرمی
۴۶۳	۸-۱۱ شکست خودبه خود تقارن
۴۶۶	۹-۱۱ سازگار هیگز
۴۷۰	مراجع و یادداشتها
۴۷۲	مسائل
۴۷۶	پیوست الف تابع دلتای دیراک
۴۸۱	پیوست ب آهنگهای واپاشی و سطح مقطعها
۴۸۵	پیوست ج ماتریسهای پائولی و دیراک
۴۸۹	پیوست د قاعده‌های فاینمن (سه سطح)
۴۹۳	نمایه

پیشگفتار

کتاب آشنایی به فیزیک ذرات بنیادی برای دانشجویان سالهای بالای دوره کارشناسی فیزیک نوشته شده است. بسیاری از همکارانم این موضوع را برای چنین مخاطبانی نامناسب می‌دانند زیرا به لحاظ ریاضی بسیار پیچیده، از دید پدیده‌شناختی بسیار بی‌نظم، و مبانی آن متزلزل است و آینده مطمئنی ندارد. ده سال پیش من هم با این نظر موافق بودم. اما در دهه اخیر گرد و خاک بر این نظریه به صورت شگفت‌انگیزی فرو نشسته است، و منصفانه است که بگویم فیزیک ذرات بنیادی بالغ شده است. اگر چه هنوز باید چیزهای زیادی را یاد بگیریم، اما در حال حاضر ساختار نظری وحدت یافته و منسجمی وجود دارد که هیجان‌انگیزتر و مهم‌تر از آن است که برای تحصیلات تکمیلی نگه داشته شود یا به صورت کیفی و سطحی به عنوان بخشی از فیزیک جدید ارائه شود. به نظر من زمان آن فرا رسیده تا فیزیک ذرات بنیادی را به صورت استاندارد وارد برنامه درسی دوره کارشناسی کنیم.

متأسفانه، متون پژوهشی این حوزه در دسترس دانشجویان کارشناسی نیست، و هر چند در حال حاضر چندین کتاب عالی برای کارشناسی ارشد وجود دارد ولی همه آنها حتی اگر به نظریه میدانهای کوانتومی نیاز نداشته باشند، به شدت پیش‌نیازی در مکانیک کوانتومی پیشرفته را می‌طلبند. در حالت حدی دیگر، کتابهای عامه فهم خوب بسیار، و همچنین تعدادی مقاله بارز در ساینسیفیک آمریکن وجود دارد. اما مطالب کمی مخصوص دوره کارشناسی به رشته تحریر درآمده است. کتاب حاضر تلاشی برای پرکردن این نیاز است. این کتاب برخاسته از یک نیم‌سال درس ذرات بنیادی است که من هر از گاهی در کالج رید^۱ تدریس کرده‌ام. دانشجویان نوعاً یک نیم‌سال درس الکترومغناطیس (در سطح لورین و کارسون)، یک نیم‌سال درس مکانیک کوانتومی (در سطح کتاب پارک) و زمینه‌ای قوی در نسبیت خاص را پشت سر گذاشته بودند.

امیدوارم این کتاب بجز مخاطبان اصلی‌اش، برای دانشجویان کارشناسی ارشد مبتدی یا به صورت کتابی مقدماتی یا پیش‌نیازی برای بررسیهای پیچیده‌تر مورد استفاده قرار گیرد. با این نگرش و علاقه به کامل‌تر بودن و انعطاف‌پذیری، مطالب کتاب بیش از آن است که یک نفر بتواند به راحتی آن را در یک نیم‌سال پوشش دهد. (در درس خودم از دانشجویان می‌خواهم فصلهای ۱ و ۲ را خودشان بخوانند و درس را از فصل ۳ شروع می‌کنم. از فصل ۵ نیز می‌گذرم و روی فصلهای ۶ و ۷ تأکید می‌کنم، درباره دو بخش اول فصل ۸ بحث می‌کنم و سپس به فصل ۱۰ می‌پریم). برای کمک به خواننده (و مدرس) هر فصل را با بیان مختصری از اهداف و موضوعهای مطرح شده در فصل، پیش‌نیازها و نقش آنها در آنچه پس از آن می‌آید شروع می‌کنم.

این کتاب را هنگامی نوشتم که برای فرصت مطالعاتی در مرکز شتابدهنده استانفورد به سر می‌بردم و علاقه مندم از استاد سیدنی درل و سایر اعضای «گروه نظری» به خاطر میهمان‌نوازی‌شان تشکر کنم.

دیوید گریفیث

مقدمه

فیزیک ذرات بنیادی

در بنیادی‌ترین سطح، یعنی در کوچکترین مقیاس اندازه‌ها فیزیک ذرات بنیادی این پرسش را مطرح می‌کند که «ماده از چه ساخته شده است؟» اینکه ماده در سطح زیر اتمی از تکه‌های کوچکی تشکیل شده است که فضای خالی بزرگی بین آنها وجود دارد، واقعیتی چشمگیر است. قابل ملاحظه‌تر آنکه این تکه‌های کوچک که تنوع آنها نیز کم است (الکترونها، پروتونها، نوترونها، مزونها، پی، نوترینوها و غیره) به میزان عظیمی تکرار می‌شوند و همه «مواد» اطراف ما را می‌سازند: این موجودات تکراری نسخه‌های کاملی از هم هستند و نه «تقریباً مشابه» مانند دو اتومبیلی که از یک خط تولید درمی‌آیند — بلکه کاملاً «تمیز ناپذیرند». یعنی نمی‌توانید شماره شناسایی یا نقطه رنگی روی الکترون بگذارید — اگر یکی را ببینید همه را دیده‌اید. چنین تمیزناپذیری مطلق در دنیای ماکروسکوپی مشابهی ندارد. (تمیزناپذیری در مکانیک کوانتومی در اصل طرد پائولی تجلی می‌یابد). این موضوع، فیزیک ذرات بنیادی را بینهایت ساده می‌کند. لازم نیست که نگران الکترون بزرگ و کوچک و الکترون جدید و قدیم شویم — الکترون الکترون است. اما موضوع نباید به این سادگی باشد.

کار اول من، آشنا کردن شما با انواع مختلف ذرات بنیادی، یعنی بازیگران این نمایش است. می‌توان به سادگی آنها را فهرست‌بندی و ویژگیهای آنها (جرم، بار الکتریکی، اسپین و غیره) را مشخص کرد. اما فکر می‌کنم بهتر است در این مورد دورنمایی تاریخی ارائه دهم و بگویم که هر ذره اولین بار چگونه وارد صحنه شد. این کار به آنها هویت و شخصیت می‌بخشد و موجب می‌شود راحت‌تر به‌خاطر سپرده شوند و جذاب‌تر جلوه کنند. به‌علاوه، بعضی از داستانها خودبه‌خود لذت بخش‌اند.

به محض آنکه در فصل ۱ ذرات معرفی شدند این پرسش مطرح می‌شود که «این ذرات چگونه با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند؟» این پرسش، به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم، در بقیه کتاب ما را به خود مشغول می‌کند. اگر با دو جسم ماکروسکوپی سروکار داشتید و می‌خواستید بدانید که چگونه برهم‌کنش می‌کنند، احتمالاً کار را با قراردادن آنها در فاصله‌های مختلف و اندازه‌گیری نیروی بین آنها شروع می‌کردید. همان‌طور که کولن قانون دافعه الکتریکی بین دو گلوله باردار را حساب کرد و با کاوندیش نیروی جاذبه گرانشی بین دو وزنه سربی را اندازه گرفت. اما نمی‌توانید پروتون را با انبرک بگیرید یا الکترون را به انتهای ریسمانی گره بزنید؛ آنها بسیار کوچک‌اند. به دلایل عملی برای آزمودن برهم‌کنش ذرات بنیادی باید به روشهای غیرمستقیم متوسل شویم. روشن است که اغلب اطلاعات تجربی ما ناشی از سه منبع است: ۱. رویدادهای پراکندگی که در آن ذره‌ای را به‌سوی ذره دیگر شلیک می‌کنیم و مثلاً زاویه انحراف را ثبت می‌کنیم. ۲. رویدادهای واپاشی، که در آن ذره خودبه‌خود فرو می‌پاشد و ما بازمانده‌های آن را بررسی می‌کنیم. ۳. حالت‌های مقید، که در آن دو یا چند جسم به هم می‌چسبند، و ما ویژگیهای جسم حاصل را مطالعه می‌کنیم. لازم به گفتن نیست که تعیین قانون برهم‌کنش از چنین مدارک غیرمستقیمی کار آسانی نیست. معمولاً، روال متداول آن است که با حدس زدن شکلی برای برهم‌کنش نتیجه محاسبه‌های نظری با داده‌های تجربی مقایسه می‌شوند.

فرمولبندی چنین حدسی (بهتر است که بگوییم «مدل») را اصول کلی معین، به‌ویژه، نسبیت خاص و مکانیک کوانتومی هدایت می‌کنند. در نمودار زیر چهار حوزه مکانیک را نشان داده‌ام:

→ کوچک

مکانیک کوانتومی	مکانیک کلاسیک
نظریه میدانهای کوانتومی	مکانیک نسبیتی

↓ سریع

در زندگی روزمره، البته مکانیک کلاسیک حاکم است. اما برای اجسامی که خیلی سریع حرکت می‌کنند (با سرعت قابل مقایسه با c) قوانین کلاسیک را نسبیت خاص اصلاح می‌کند و برای اجسام بسیار کوچک (تقریباً، قابل مقایسه با اندازه اتم) مکانیک کوانتومی جایگزین مکانیک کلاسیک می‌شود. سرانجام، برای چیزهایی که هم سریع حرکت می‌کنند و هم کوچک هستند به‌نظریه‌ای نیاز داریم که اصول کوانتومی و نسبیت را ترکیب کند یعنی نظریه میدانهای کوانتومی. البته ذرات بنیادی خیلی کوچک و نوعاً خیلی سریع هستند. بنابراین، فیزیک ذرات بنیادی طبعاً در قلمرو نظریه میدانهای کوانتومی قرار می‌گیرد.

لطفاً در اینجا به تفاوت بین انواع مکانیک و قانون نیرویی خاص توجه کنید. قانون گرانش

عمومی نیوتن برهم‌کنشی خاص (اگرانی) را توصیف می‌کند، در حالی‌که، سه قانون حرکت نیوتن سیستم مکانیکی را تعریف می‌کنند (مکانیک کلاسیک) که (حوزه اقتدار آن) بر همهٔ برهم‌کنش حاکم است. در این حالت قانون نیرو به شما می‌گوید که F چیست؛ اما مکانیک نحوهٔ استفاده از F را برای تعیین حرکت بیان می‌کند. پس، هدف دینامیک ذرات بنیادی پیش‌بینی مجموع قوانین نیرویی است که در چارچوب نظریه میدانهای کوانتومی رفتار ذره را به‌طور صحیح توصیف می‌کند. با این حال، برخی جنبه‌های کلی این رفتار هیچ ربطی به جزئیات برهم‌کنش ندارد. بلکه مستقیماً از نسبیت، مکانیک کوانتومی، یا ترکیبی از هر دوی آنها پیروی می‌کنند. مثلاً در نسبیت انرژی و تکانه همواره پایسته هستند، اما جرم (سکون) چنین نیست. بنابراین واپاشی $\Delta \rightarrow p + \pi$ کاملاً مجاز است، اگر چه جرم Δ بیش از مجموع جرم p به‌علاوه π است. این فرایند در مکانیک کلاسیک، که در آن جرم مطلقاً پایسته است، امکان ندارد. به‌علاوه، نسبت جرم (سکون) صفر را مجاز می‌داند — بسیاری از ایده‌های ذرات بدون جرم در مکانیک کلاسیک بی‌معنی است — و خواهیم دید که فوتون، نوترینو و گلوئون، ذرات (ظاهراً) بدون جرم هستند.

در مکانیک کوانتومی یک سیستم فیزیکی با حالت آن S (که با تابع موج ψ_S در فرمول‌بندی شرودینگری یا با $\langle S |$ در نمادگذاری دیراک نشان داده می‌شود) توصیف می‌شود. یک فرایند فیزیکی مثل پراکندگی یا واپاشی شامل گذاری از یک حالت به حالت دیگر است. اما در مکانیک کوانتومی نتیجهٔ حاصل را با شرایط اولیه به‌طور یکتا تعیین نمی‌کند؛ در حالت کلی، آنچه را که امیدواریم بتوانیم حساب کنیم، احتمال گذار معینی است که رخ می‌دهد. این ابهام، در رفتار ذرات مشاهده شده بازتاب می‌یابد. مثلاً، مزون بارداری معمولاً به یک موئون به‌علاوه نوترینو فرو می‌پاشد. اما گاهی ممکن است به یک الکترون به‌علاوه نوترینو تجزیه شود. تفاوتی بین مزونهای پی اولیه وجود ندارد؛ آنها کاملاً یکسان هستند. این یک واقعیت طبیعی است که ذره ممکن است یکی از این راهها را برگزیند.

سرانجام، اتحاد نسبیت و مکانیک کوانتومی مزیت دیگری را دارد که هیچ کدام به تنهایی ندارند: وجود پاد ذره دلیلی بر اصل طرد پائولی (که در مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی فرضی است که به‌صورت موردی وارد شده است) و قضیه موسوم به TCP است. بعداً راجع به این دو بیشتر صحبت خواهیم کرد؛ هدم از تذکر آنها در اینجا، تأکید بر این نکته است که آنها جنبه‌هایی از خود سیستم مکانیکی است و به مدل خاصی بستگی ندارند. مشکل در آن است که این مفاهیم ملموس نیستند. در ضمن، نظریه میدانهای کوانتومی با همهٔ تواناییهایش، مشکل و عمیق است؛ اما جای نگرانی نیست. فاینمن یک فرمول‌بندی زیبا و شهودی ابداع کرد که یاد گرفتن آن سخت نیست؛ در فصل ۶ به این مهم باز می‌گردیم (به‌دست آوردن قاعده‌های فاینمن از نظریه میدان کوانتومی موضوع دیگری است که می‌توان آن را در درسهای پیشرفته تحصیلات تکمیلی مطرح کرد، اما این موضوع در اینجا مورد توجه ما نیست).

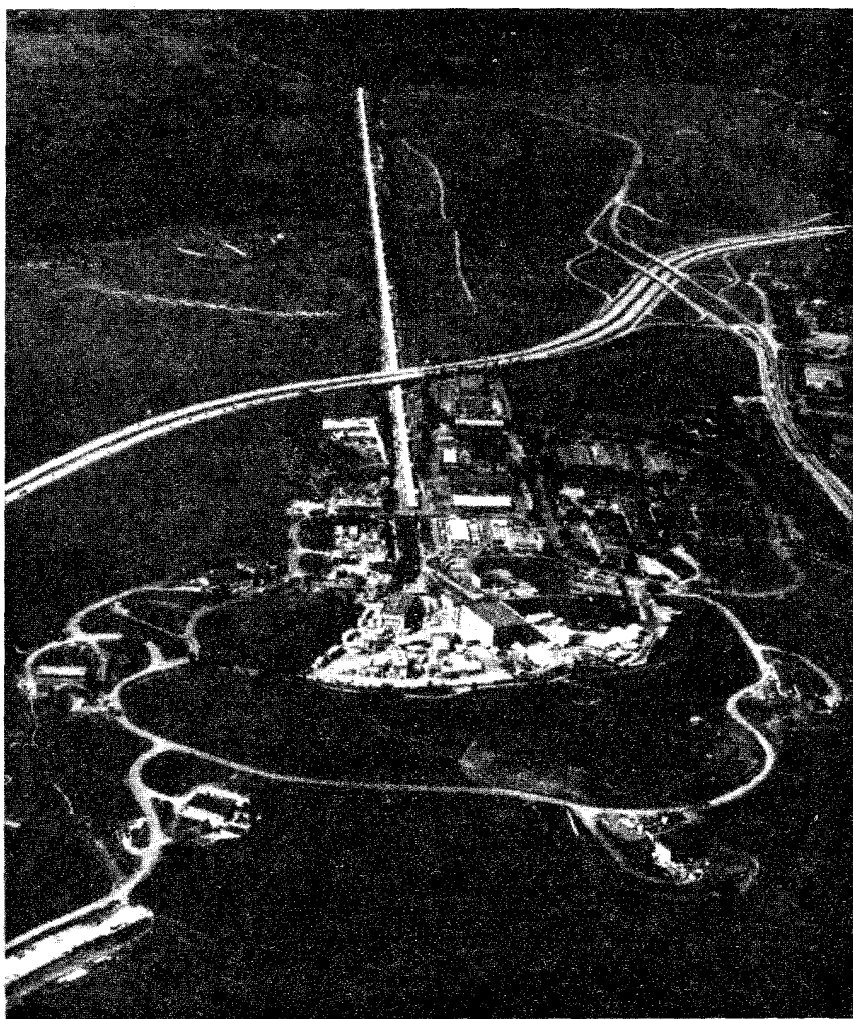
در چند سال گذشته نظریه‌ای ارائه شده است که همهٔ برهم‌کنشهای ذرات بنیادی بجز گرانی را توصیف می‌کند (همان‌طور که خواهیم دید گرانی ضعیف‌تر از آن است که بتواند نقش مهمی در فرایندهای ذرات معمولی بازی کند). این نظریه — یا، به عبارت دقیق‌تر، این مجموعه نظریه‌های مرتبط، وحدت الکترودینامیک کوانتومی و نظریه فرایندهای الکترو ضعیف گلاشو-واینبرگ-سلام، و کرمودینامیک کوانتومی — مدل استاندارد نامیده می‌شود. هیچکس مدعی نیست که مدل استاندارد حرف آخر را می‌زند، اما حداقل (برای اولین بار) مجموعهٔ کاملی از وسایل بازی را در اختیار داریم. از سال ۱۹۷۸ که مدل استاندارد به رسمیت شناخته شد، آزمونهای تجربی زیادی را پشت سر گذاشته است. به علاوه، زیبایی جالب توجهی نیز دارد. در مدل استاندارد همهٔ برهم‌کنشهای بنیادی از یک اصل عمومی یعنی شرط ناوردایی پیمانه‌ای موضعی به دست می‌آید. انتظار می‌رود که در تحولات آتی سبب گسترش مدل استاندارد شود نه نفی آن. این کتاب را می‌توان «آشنایی با مدل استاندارد» نامید.

همان‌طور که از عنوان آن برمی‌آید، کتاب دربارهٔ ذرات بنیادی است و به روشهای تجربی یا ابزار این روشها چندان نمی‌پردازد. اینها خود موضوع مهمی هستند و بحث دربارهٔ آنها می‌تواند در کتابی نظیر همین کتاب کامل شود، بحث در مورد روشهای تجربی می‌تواند به وضوح، ظرافت، و دقت نظریه تداخل کند و به آن آسیب برسانند. (توصیه می‌کنم که در مورد جنبه‌های تجربی موضوع مطالعه کنید و گاه‌گاهی نیز شما را به گزارشهای قابل دسترس تجربی خاص ارجاع می‌دهم.) در اینجا فقط به پاسخهای اجمالی در مورد دو تا از روشن‌ترین پرسشهای تجربی می‌پردازم.

چگونه می‌توانید ذرات بنیادی را تولید کنید؟

الکترونها و پروتونها مشکلی را به وجود نمی‌آورند؛ چون اجزای پایدار مواد معمولی هستند. برای تولید الکترون می‌توان یک قطعه فلز را گرم کرد تا الکترونها تا از آن خارج شوند. اگر باریکه‌ای از الکترون بخواهید، می‌توانید یک صفحه باردار مثبت را در حوالی فلز بگذارید تا آنها را جذب کند، و سوراخ کوچکی را در صفحه ایجاد کنید، الکترونهایی که از سوراخ عبور می‌کنند باریکهٔ الکترونی را تولید می‌کنند. این تفنگ الکترونی جزء آغازین لامپهای تلویزیون یا اسیلوسکوپ یا شتابدهندهٔ الکترون است (شکل ۱).

برای تولید پروتون، هیدروژن را یونیده کنید (به عبارت دیگر الکترونها را از آن جدا سازید). در واقع، اگر از پروتون به عنوان هدف استفاده می‌کنید نگرانی در مورد الکترون ندارید؛ آنها به اندازه‌ای سبک هستند که بر اثر برخورد سخت ذرهٔ فرودی از مسیر خارج می‌شوند. بنابراین، یک محفظهٔ هیدروژن اساساً یک محفظهٔ پروتون است. برای ذرات غیرعادی‌تر سه چشمهٔ اصلی وجود دارد: پرتوهای کیهانی، راکتورهای هسته‌ای و شتابدهنده‌های ذرات.



شکل ۱ مرکز شتابدهنده خطی استنفورد (SLAC). الکترون و پوزیترون در لوله‌ای به طول ۲ مایل شتاب داده می‌شوند تا به انرژی‌هایی در حدود 45GeV برسند.

پرتوهای کیهانی زمین همواره در معرض بمباران با ذرات با انرژی بالا (اساساً پروتونها) است که از فضای خارج می‌آیند. منشأ از این ذرات یک معماست؛ اما وقتی آنها به اتمهای بالای جو برخورد می‌کنند رگباری از ذرات ثانوی را تولید می‌کنند (اغلب موئونها که مجال رسیدن به سطح زمین را

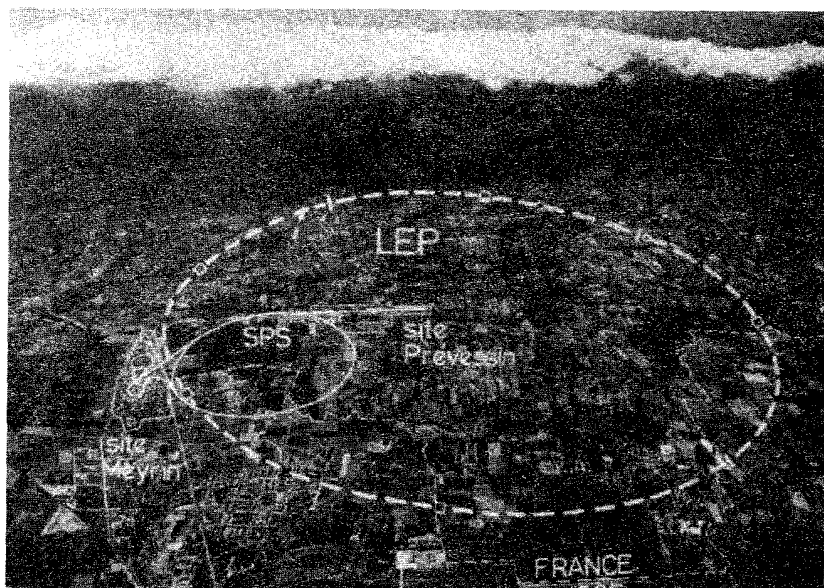
دارند) که پیوسته بر سر ما می‌بارند. پرتوهای کیهانی به‌عنوان چشمهٔ ذرات بنیادی، دو حسن دارند: اول آنکه آزادند و دیگر آنکه انرژی آنها می‌تواند بسیار زیاد باشد — خیلی بیشتر از آنچه بتوانیم در آزمایشگاه تولید کنیم. اما دو اشکال بزرگ نیز دارند: آهنگ برخورد آنها به هر آشکارسازی با اندازه‌ای معقول، بسیار کم است، و دیگر آنکه کاملاً غیرقابل کنترل هستند. بنابراین آزمایش با پرتوهای کیهانی به صبر و اقبال نیاز دارد.

راکتورهای هسته‌ای وقتی هستهٔ پرتوزایی فرومی‌پاشد، ذرات گوناگونی گسیل می‌شوند. نوترون‌ها، نوترینوها و آنچه پرتوهای آلفا نامیده می‌شود (و در واقع ذرهٔ آلفا حالت مقید دو نوترون و دو پروتون است) پرتوهای بتا (الکترون یا پوزیترون) و پرتوهای گاما (فوتون).

شتابدهنده‌های ذرات می‌توان کار را با الکترون یا پروتون شروع کرد و آنها را تا انرژیهای بالا شتاب داد و سپس آنها را به یک هدف کوید. با ترتیب ماهرانه و قراردادن جذب‌کننده‌ها و مغناطیسها می‌توان ذرات باقیمانده‌ای را که می‌خواهیم بررسی کنیم جدا کرد. اکنون این امکان وجود دارد که باریکه‌های ثانویه پوزیترون و موئون، پيون، کائون و پاد پروتون را تولید و آنها را به طرف هدف دیگری هدایت کرد. حتی ذرات پایدار — الکترون‌ها، پروتون‌ها، پوزیترون‌ها و پاد پروتون‌ها — را می‌توان به درون حلقه‌های ذخیرهٔ بزرگ هدایت کرد که در آنجا به کمک آهنرباهای بزرگ با سرعتی زیاد برای ساعتها بچرخند، سپس در زمان مورد نیاز آنها را استخراج و مورد استفاده قرار داد (شکل ۲).

به‌طور کلی، برای تولید ذرات سنگین‌تر به انرژی برخورد بیشتری نیاز دارید. به همین دلیل، از نظر تاریخی ذرات سبک‌تر ابتدا کشف شدند و با گذشت زمان که شتابدهنده‌ها قوی‌تر شدند، ذرات سنگین و سنگین‌تر پیدا شدند. در حال حاضر، سنگین‌ترین ذرهٔ شناخته شده Z^0 است که جرم آن تقریباً 10^5 برابر جرم پروتون است. معلوم شده است که اگر دو ذره با سرعت زیاد برخورد رود، انجام دهند بر خلاف موردی که یک ذره به طرف ذرهٔ دیگر که هدف ثابتی است پرتاب می‌شود، ذرات انرژی زیادی به‌دست می‌آورند. (البته این کار هدف‌گیری بسیار بهتری را می‌طلبد!) بنابراین، در اغلب آزمایشهای معاصر با باریکه‌های برخوردکننده از حلقه‌های ذخیره انجام می‌گیرد؛ و اگر ذره‌ای در عبور اول برخورد نکند در دور بعدی می‌تواند امکان برخورد داشته باشد. در واقع برای الکترون و پوزیترون (یا پروتون و پاد پروتون) می‌توان از حلقهٔ یکسانی استفاده کرد که در آن بارهای مثبت در یک جهت و بارهای منفی در جهت دیگر می‌چرخند.

اینکه چرا فیزیکدانان ذرات همیشه به دنبال انرژیهای بالاتر هستند علت دیگری نیز دارد: به‌طور کلی، هر چه انرژی بیشتر باشد، دو ذره بیشتر به هم نزدیک می‌شوند. بنابراین، اگر بخواهید برهم‌کنش بسیار کوتاه برد را بررسی کنید به ذرات پرانرژی‌تر نیاز دارید. به بیان مکانیک کوانتومی



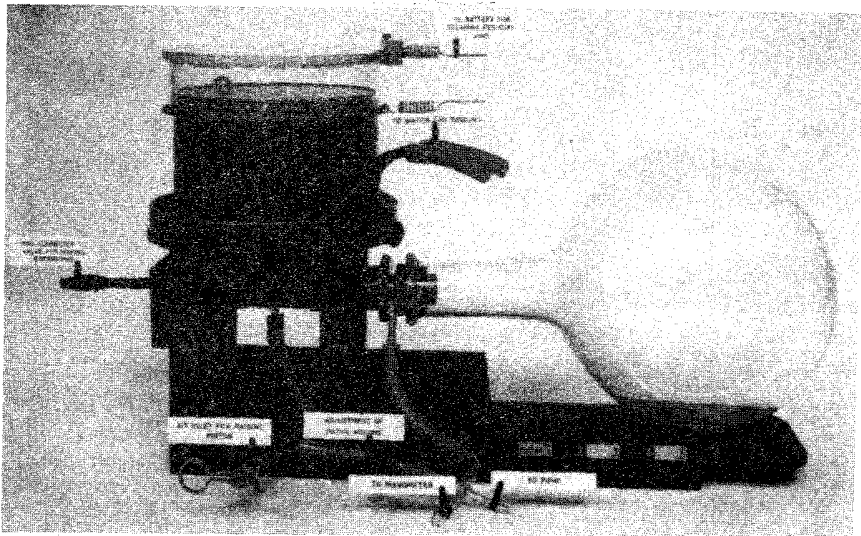
شکل ۲ سرن، در خارج از شهر ژنو در سوئیس. SPS ابر سنکروترون پرتون 450 GeV است، اخیراً برای برخورد پروتون-پاد پرتون اصلاح شده است. LEP حلقه ذخیره الکترون-پوزیترون 50 GeV که در حال ساخت است*.

به ذره‌ای با تکانه p طول موج λ وابسته است که از فرمول دوبروی $\lambda = h/p$ به دست می‌آید که در آن h ثابت پلانک است. در طول موجهای بزرگ (تکانه کوچک) فقط می‌توانید ساختارهای نسبتاً بزرگ را از هم تفکیک کنید؛ برای بررسی چیزهای بسیار کوچک به طول موجهای کوتاه‌تر و در نتیجه تکانه بزرگ نیاز داریم. اگر بخواهید، می‌توانید این مسئله را نمودی از اصل عدم قطعیت ($\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$) بدانید — برای اینکه Δx کوچک شود، Δp باید بزرگ شود. به هر حال ملاحظه می‌کنید که نتیجه یکسان است: برای بررسی فاصله‌های کوچک به انرژی بالا نیاز دارید.

چگونه ذرات بنیادی را آشکار می‌سازید؟

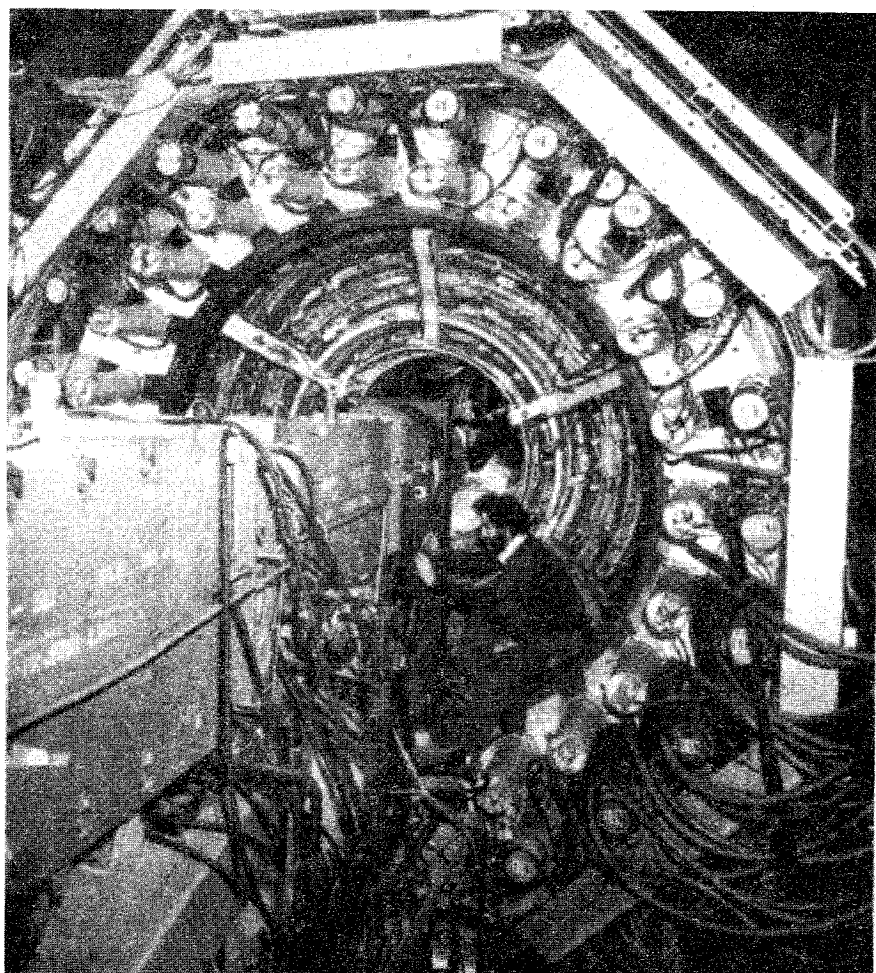
آشکارسازهای ذرات متنوعی وجود دارد — شمارگرهای گایگر، اتاقک ابری، اتاقک حباب، اتاقک

* در حال حاضر از LEP نیز بهره‌برداری شده است.



شکل ۳ یک آشکارساز ذره اولیه: اتاقک ابری ویلسون (۱۹۰۰).

جرقه، امولسیون عکاسی، شمارگرهای چرنکوف، سوسوزنها، تکثیرکننده فوتون، و غیره (شکل ۳). در واقع یا آشکارساز جدید، آرایه‌هایی از همه این وسایل است که با اتصال به یک کامپیوتر متصل که رد ذره را دنبال می‌کند و مسیر آن را روی صفحه تلویزیون نشان می‌دهد (شکل ۴). به جزییات موضوع علاقه‌مند نیستیم، اما یک چیز را باید بدانیم: سازوکار اغلب آشکارسازها بر این واقعیت استوار است که ذره باردار با انرژی بالا در عبور از ماده در طول مسیرش اتمها را یونیده می‌کند. یونها به‌عنوان «هسته» تشکیل قطره‌ای کوچک (اتافک ابری) یا حباب (اتافک حباب) یا جرقه (اتافک جرقه)، بسته به مورد، عمل می‌کنند. اما ذرات به لحاظ الکتریکی خنثی یونش تولید نمی‌کنند و ردی باقی نمی‌گذارند. اگر به عکسی از اتافک حباب در شکل ۱۱-۱ نگاه کنید پنج ذره خنثی را می‌بینید که «نامرئی» هستند. مسیر آنها از تحلیل مسیر ذرات باردار در عکس با بهره‌گیری از اصل پایستگی تکانه و انرژی در هر رأس بازسازی می‌شود. توجه کنید که اغلب مسیرها در عکس منحنی هستند (در واقع، تقریباً همه آنها). سعی کنید خط‌کش را روی یکی از آنها که فکر می‌کنید مستقیم است قرار دهید. بدیهی است که اتافک حباب بین دو قطب یک آهنربای عظیم قرار داده می‌شود. در میدان مغناطیسی B ذره باردار، q با تکانه p روی دایره‌ای به شعاع R که از فرمول مشهور سیکلوترون $R = pc/qB$ به دست می‌آید، حرکت می‌کند. که c سرعت نور است. پس خمیدگی مسیرهای یک میدان مغناطیسی معلوم، معیار ساده‌ای از تکانه ذره هستند. به علاوه، می‌توانیم علامت بار ذره را از روی جهت منحنی بگوییم.



شکل ۴ یک آشکارساز ذره جدید مارک I در SLAC.

یکاهای

ذرات بنیادی کوچک هستند، بنابراین برای اهداف ما یکاهای معمولی مکانیکی — گرم، ارگ، ژول و غیره — به صورت نامناسبی بزرگ‌اند. فیزیکدانان اتمی الکترون ولت را مطرح کرده‌اند که انرژی است که الکترون هنگام شتاب‌گرفتن در اختلاف پتانسیل یک ولت به دست می‌آورد: ژول $10^{-19} \times 1.6 = 1 \text{ eV}$. برای ما الکترون ولت به صورت ناراحت‌کننده‌ای کوچک است اما آن

را رها نمی‌کنیم. فیزیکدانان هسته‌ای $(10^3 \text{ eV}) \text{ keV}$ را به‌کار می‌برند. انرژیهای نوعی فیزیک ذرات $(10^6 \text{ eV}) \text{ MeV}$ ، $(10^9 \text{ eV}) \text{ GeV}$ یا حتی $(10^{12} \text{ eV}) \text{ TeV}$ هستند. تکانه برحسب MeV/c (یا GeV/c یا غیره) و جرم برحسب MeV/c^2 اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین جرم پرتون $938 \text{ MeV}/c^2 = 1.67 \times 10^{-24} \text{ g}$ است.

در واقع، نظریه‌پردازان ذرات تبیل هستند (یا با هوش، بستگی به دیدگاه شما دارد) — آنها به‌ندرت c یا $\hbar \equiv \hbar/2\pi$ را در فرمولهای خود به‌کار می‌برند. انتظار می‌رود که شما آنها را برای خودتان چنان وارد کنید که سرانجام ابعاد درست از آب در آیند. آنها می‌گویند که « $c = \hbar = 1$ ». این مقادیر برای کار در مواردی است که زمان برحسب سانتی‌متر و جرم و انرژی برحسب عکس سانتی‌متر اندازه‌گیری شود. واحد زمان، زمانی است که نور یک سانتی‌متر را طی می‌کند و واحد انرژی، انرژی فوتونی است که طول موج آن 2π سانتی‌متر است. فقط در آخر مسئله آنها را به یکاهای مناسب تبدیل می‌کنیم. این نگرش همه چیز را بسیار زیبا می‌سازد، اما من فکر می‌کنم عاقلانه است که در این کتاب همه c ها و \hbar های موجود را نگه داریم، بنابراین در طول کار شمار می‌توانید سازگاری ابعاد را کنترل کنید. (اگر این کار شما را ناراحت می‌کند، به یاد داشته باشید که نادیده گرفتن یک \hbar که دوست ندارید راحت‌تر از قراردادن آن با تردستی در جای صحیح است.) سرانجام، این پرسش مطرح می‌شود که چه یکاهای برای بار الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در درسهای فیزیک پایه اغلب مربیان دستگاه SI را ترجیح می‌دهند که در آن بار برحسب کولن اندازه‌گیری می‌شود و قانون کولن به شکل زیر نوشته می‌شود

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{SI})$$

اغلب متون پیشرفته از دستگاه گاوسی استفاده می‌کند که در آن بار برحسب یکاهای الکترواستاتیک (esu) اندازه‌گیری می‌شود، کارکنند و قانون کولن به صورت زیر نوشته می‌شود

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{G})$$

اما فیزیکدانان ذرات بنیادی دستگاه هویساید-لورنتس را ترجیح می‌دهند که در آن قانون کولن مشکل زیر را دارد

$$F = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{HL})$$

سه یکای بار به صورت زیر به هم مربوط می شوند:

$$q_{HL} = \sqrt{4\pi} q_G = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} q_{SI}$$

به منظور اجتناب از سردرگمی بی مورد در موضوعهای مشکل، در این کتاب منحصرأ یکاهای گاوسی را به کار خواهیم برد. هر جا ممکن باشد نتایج را برحسب ثابت ساختار ریز بیان می کنم

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

که e بار الکترون در یکاهای گاوسی است. اغلب متون ذرات بنیادی این رابطه را به صورت $e^2/4\pi$ می نویسند، زیرا آنها در واحدهای هویساید-لورنتس بار را اندازه می گیرند و $\hbar = c = 1$ قرار می دهند؛ اما همه در عدد $1/137$ توافق دارند.

مراجع و یادداشتها

این کتاب مرور مختصری بر موضوعی است که به سرعت و بسیار زیاد تغییر می کند. هدف اصلی من آشنا کردن شما با برخی از روشها و ایده های مهم است که این احساس را به شما بدهد که اینجا چه چیز را باید یاد بگیرید و شاید علاقه شما را برای آموختن مطالب بیشتر برانگیزد. اگر شما بخواهید در مورد نظریه میدانهای کوانتومی بیشتر مطالعه کنید مراجع زیر را توصیه می کنم:

Bjorken, J. D., and S. D. Drell. *Relativistic Quantum Mechanics and Relativistic Quantum Fields*. New York: McGraw-Hill, 1964.

Sakurai, J. J. *Advanced Quantum Mechanics*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1967.

Itzykson, C., and J. -B. Zuber. *Quantum Field Theory*. New York: McGraw-Hill, 1980.

با این حال به شما هشدار می دهم که اینها همه کتابهای پیشرفته و مشکل هستند. برای خود فیزیک ذرات بنیادی کتابهای زیر به طور خاص مفید هستند (به ترتیب مشکل بودن فهرست شده اند).

Gottfried, K., and V. F. Weisskopf. *Concepts of Particle Physics*. Oxford: Oxford University Press, 1984.

Frauenfelder, H., and E. M. Henley. *Subatomic Physics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1974.

- Perkins, D. H. *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1982.
- Halzen, F., and A. D. Martin. *Quarks and Leptons*. New York: Wiley, 1984.
- Aitchison, I. J. R. and A. J. G. Hey. *Gauge Theories in Particle Physics*. Bristol: Adam Hilgel Ltd., 1982.
- Close, F. E. *An Introduction Quarks and Partons*. London: Academic, 1979.
- Quigg, C. *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*. Reading, MA: Benjamin/Cummings, 1983.
- Cheng, T.-P, and L.-F. Li. *Gauge Theories of Elementary Particle Physics*. New York: Oxford University Press, 1984.

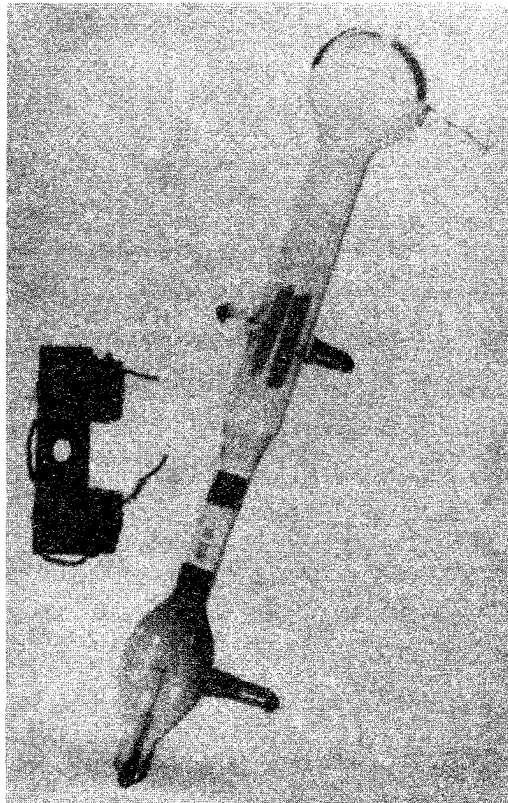
مقدمه تاریخی بر ذرات بنیادی

این فصل نوعی «تاریخچه مردمی» ذرات بنیادی است. هدف این فصل آن است که بگوید چگونه در ابتدا ذرات مختلف کشف شدند و چگونه درون قالب کلی اشیا جای گرفته‌اند. در این راه برخی از ایده‌های بنیادی که بر نظریه ذرات بنیادی حاکم هستند توضیح داده می‌شوند. این بخش باید به‌عنوان زمینه بقیه کتاب به سرعت خوانده شود. (به‌عنوان تاریخچه، مطالب ارائه شده در اینجا مسلماً گمراه‌کننده است، زیرا به مسیر اصلی می‌چسبد و حرکت‌های غلط و بن‌بست‌هایی را که توسعه هر علمی را همراهی می‌کنند نادیده می‌گیرد. به‌همین دلیل آن را تاریخچه مردمی می‌نامیم — این راهی است که فیزیکدانان ذرات دوست دارند برای یادآوری موضوع به‌کار برند — یک رشته بصیرت‌های درخشان و پیروزی‌های قهرمانانه که خطاهای احمقانه خللی در آن وارد نمی‌کند. کار در واقع به این سادگی نبوده است.)

۱-۱ دوران کلاسیک (۱۸۹۷-۱۹۳۲)

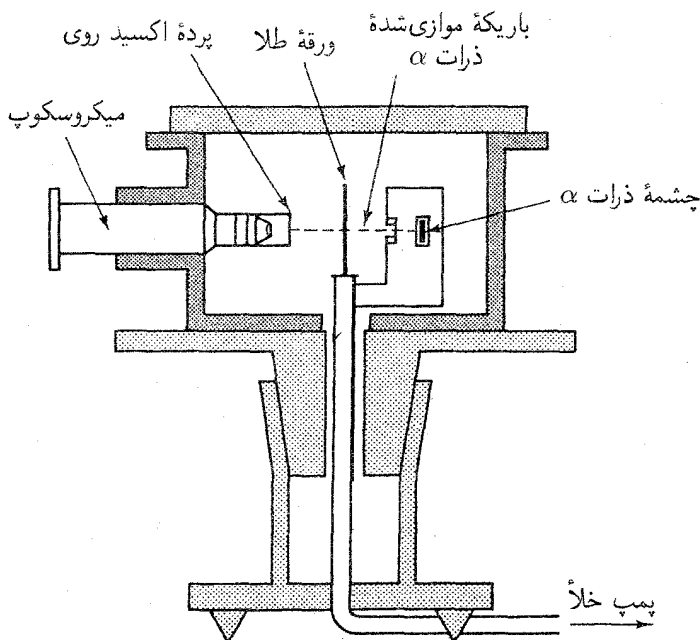
مشخص کردن این چیزها همواره اندکی مصنوعی جلوه می‌کند، اما می‌خواهم بگویم که با کشف الکترون به وسیله تامسون [۱] در سال ۱۸۹۷ فیزیک ذرات بنیادی متولد شد. (مرسوم است که

داستان را به دموکریتوس و اتم‌گرایان یونانی برسانند، اما بجز چند کلمهٔ اشارتگر، تکررات متافیزیکی آنان، چیز مشترکی با علوم جدید ندارند و هرچند ممکن است علاقه اندکی به لحاظ آثار باستانی وجود داشته باشند، اما ارتباط آنها بینهایت کوچک است.) تامسون می‌دانست که پرتوهای کاتدی را که از یک رشتهٔ داغ گسیل می‌شوند می‌توان با یک آهنربا منحرف کرد. این انحراف نشان می‌دهد پرتوها حامل بار الکتریکی‌اند، در واقع جهت خمیدگی ایجاب می‌کند که بار آنها منفی باشد. بنابراین به نظر می‌رسد که آنها اصلاً پرتو نیستند بلکه جریانی از ذرات‌اند. با عبور دادن آنها از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم و تنظیم شدت میدان تا آنجا که انحراف خالص صفر شود، تامسون توانست سرعت ذرات (حدود یک‌دهم سرعت نور) و نسبت بار به جرمشان را تعیین کند. (شکل ۱-۱ و مسئله ۱-۱). این نسبت بسیار بزرگتر از مقدار مربوط به هریون شناخته‌شده‌ای بود که نشان می‌داد یا بار بسیار بزرگ یا جرم بسیار کوچک است. شواهد غیرمستقیم نتیجه‌گیری دوم را تأیید می‌کرد.



شکل ۱-۱ دستگاهی که جی.جی. تامسون با آن الکترون را کشف کرد.

تامسون ذرات را ذره ریز و بار آنها را الکترون نامید. بعدها واژه الکترون برای خود ذرات به کار گرفته شد. تامسون به درستی حدس زد که این الکترونها اجزای اساسی اتمها هستند، به هر حال چون کل اتم از نظر الکتریکی خنثی و بسیار سنگین تر از الکترونهاست، بلافاصله این مسئله مطرح می شود که بار مثبت جبرانی — و توده جرم — چگونه در داخل اتم توزیع شده است. خود تامسون تصور می کرد که الکترونها در خمیری سنگین با بار مثبت معلق هستند، به گفته او شبیه کشمشهای درون یک کشمش. اما مدل تامسون را آزمایش پراکندگی رادفورد، که نشان داد که بار مثبت و بخش اعظم جرم در یک مغز کوچک، یا هسته، در مرکز اتم متمرکز شده است، رد کرد. رادفورد این موضوع را با تاباندن باریکه ای از ذرات α (اتمهای هلیوم یونیده) به یک ورقه نازک و کوچک طلا نشان داد (شکل ۲-۱). اگر آنطور که تامسون فرض کرده بود اتمهای طلا کره هایی نسبتاً پراکنده بودند ذرات α باید اندکی منحرف شوند. اما هیچ کدام از آنها نباید به مقدار زیاد بیشتر از گلوله ای که از یک کیسه خالی عبور می کند منحرف می شدند. آنچه واقعاً رخ داد آن بود که اغلب ذرات α دست نخورده از طلا عبور کردند، اما تعداد کمی از آنها در زاویه های بزرگی منحرف شدند. رادفورد



شکل ۲-۱ نمودار کلی دستگاهی که در آزمایش پراکندگی رادفورد به کار رفت. ذرات α پراکنده شده به وسیله ورقه طلا به صفحه فلوتورسان برخورد می کنند و درخش نوری تولید می کند که با یک میکروسکوپ قابل مشاهده است.

نتیجه گرفت که ذرات α با چیزی بسیار کوچک، بسیار سخت و بسیار سنگین مواجه شده‌اند. ظاهراً بار مثبت و در واقع همهٔ جرم در مرکزی که فقط کسر کوچکی از حجم اتم را اشغال کرده است متمرکز شده است (الکترون‌ها سبک‌تر از آن هستند که نقشی را در پراکندگی داشته باشند؛ ذرات α بسیار سنگین‌تر آنها را از سر راه برمی‌دارد).

رادرفورد هستهٔ سبک‌ترین اتم (هیدروژن) را پروتون نامید. در سال ۱۹۱۴ نیلز بور مدلی برای هیدروژن پیشنهاد کرد که شامل تک‌الکترونی بود که درست مانند سیاره‌ای که به دور خورشید می‌گردد، در مداری ناشی از جاذبهٔ متقابل بارهای مخالف می‌چرخید. بور توانست با استفاده از روایت اولیهٔ مکانیک کوانتومی، طیف هیدروژن را محاسبه کند و سازگاری آن با تجربه بسیار تماشایی بود. پس طبیعی بود فرض شود هستهٔ اتم‌های سنگین‌تر ترکیبی از دو یا چند پروتون وابسته به هم باشد که همان تعداد الکترون‌های مداری را نگه می‌دارند. متأسفانه اتم سنگین‌تر بعدی (هلیوم) هرچند واقعاً حامل دو الکترون بود اما چهاربار سنگین‌تر از هیدروژن بود و لیتیم (با سه الکترون) هفت بار سنگین‌تر از هیدروژن و همین‌طور تا آخر. این مشکل سرانجام در سال ۱۹۳۲ با کشف نوترون — هم‌تای پروتون که از نظر الکتریکی خنثی است — توسط چادویک حل شد. معلوم شد که هستهٔ هلیوم بجز دو پروتون حاوی دو نوترون نیز هست، ظاهراً لیتیم چهار نوترون دارد و به‌طور کلی برای هسته‌های سنگین‌تر تعداد نوترون‌ها تقریباً برابر با تعداد پروتون‌هاست (در واقع تعداد نوترون‌ها تا حدودی انعطاف‌پذیر است: اتم‌های به‌لحاظ شیمیایی یکسان ممکن است چندین ایزوتوپ مختلف داشته باشند که همهٔ آنها دارای تعداد پروتون یکسان ولی تعداد نوترون مختلف هستند).

کشف نوترون آخرین کار در آنچه که می‌توان آن را دورهٔ کلاسیک در فیزیک ذرات بنیادی نامید است. تا قبل از آن (متأسفم که باید بگویم پس از آن) فیزیک پاسخ قانع‌کننده و ساده‌ای برای پرسش «ماده از چه ساخته شده است؟» پیشنهاد نکرده است. در سال ۱۹۳۲ ماده فقط از پروتون‌ها و نوترون‌ها، الکترون‌ها ساخته شده بود. اما بذر سه نظریهٔ بزرگ که بر دوران میانی فیزیک ذرات (۱۹۳۰-۱۹۶۰) حاکم بودند یعنی، مزون یوکاوا، پوزیترون دیراک و نوترینوی پائولی کاشته شد. اما قبل از پرداختن به آن باید لحظه‌ای به عقب برگردیم و فوتون را معرفی کنیم.

۲-۱ فوتون (۱۹۰۰-۱۹۲۴)

از چند جهت نوترون ذره‌ای بسیار «جدید» است که شباهت آن با W و Z (که تا ۱۹۸۳ کشف نشده بودند) از گروه سه‌تایی کلاسیک بیشتر است. به‌علاوه مشکل بتوان گفت دقیقاً کی و چه‌کسی واقعاً فوتون را «کشف» کرد، هرچند مراحل اساسی در این فرایند کاملاً روشن است. اولین گام را پلانک در سال ۱۹۰۰ برداشت. پلانک می‌خواست طیف جسم سیاه را برای تابش الکترومغناطیسی گسیلیده از یک جسم داغ توضیح دهد. هنگامی که مکانیک آماری، که موفقیت‌های درخشانی در

توضیح دیگر فرایندهای گرمایی داشت، در مورد میدان الکترومغناطیسی می شد نتایج غیرمنطقی داد. به خصوص به پیشگویی معروف «فاجعه فرابنفش» انجامید که در آن کل توان تابیده شده باید بینهایت باشد. پلانک دریافت که اگر فرض کند تابش الکترومغناطیسی کوانتیده و به صورت «بسته های» کوچک انرژی به صورت زیر باشد می تواند از فاجعه فرابنفش اجتناب کند و بر داده تجربی منطبق شود

$$E = h\nu \quad (۱-۱)$$

از رابطه بالا ν بسامد تابش و h ثابتی است که پلانک آن را طوری در نظر گرفت که به داده ها برازش یابد. مقدار جدید ثابت پلانک برابر است با

$$h = ۶.۶۲۶ \times ۱۰^{-۲۷} \text{ erg s} \quad (۲-۱)$$

پلانک مدعی نبود که می داند چرا تابش کوانتیده است؛ او فرض کرد که کوانتش ناشی از یک خصلت غیرعادی در فرایند گسیل است: به دلایلی، یک سطح داغ فقط نور* را به صورت فورانهای کوچک گسیل می کرد.

در سال ۱۹۰۵، اینشتین دیدگاه افراطی تری را مطرح کرد. او استدلال کرد که کوانتش یک ویژگی خودمیدان الکترومغناطیسی است و هیچ ربطی به سازوکار گسیل ندارد. با این گرایش جدید، اینشتین ایده پلانک را با فرمول خودش تطبیق داد تا اثر فوتوالکتریک را توضیح دهد: هنگامی که تابش الکترومغناطیسی به سطح فلزی برخورد می کند، الکترونها از آن کنده می شوند. اینشتین پیشنهاد کرد که کوانتوم نور فرودی به الکترونی در فلز اصابت می کند و انرژی ($h\nu$) خود را از دست می دهد؛ سپس الکترون برانگیخته از سطح فلز می گذرد و در این فرایند انرژی w از دست می دهد (w تابع کار ماده نامیده می شود و یک ثابت تجربی است که به نوع فلز به کار رفته بستگی دارد). پس الکترون با انرژی زیر خارج می شود

$$E \leq h\nu - w \quad (۳-۱)$$

(ممکن است الکترون قبل از رسیدن به سطح فلز مقداری انرژی از دست بدهد، به همین دلیل به جای $=$ از \leq استفاده شده است.) به دست آوردن فرمول اینشتین (۳-۱) نسبتاً ساده است، اما مستلزم این مفهوم خارق العاده است که بیشینه انرژی الکترون مستقل از شدت نور است و فقط

* در این کتاب واژه نور به معنی تابش الکترومغناطیسی است، چه در ناحیه مرئی باشد چه نباشد.

به رنگ (بسامد) آن بستگی دارد. بدون شک، باریکه با شدت بیشتر الکترونهاى بیشتری را بیرون می‌اندازد اما انرژی همه آنها یکسان است.

برخلاف نظریه پلانک، با نظریه اینشتین برخوردی خصمانه شد و در ۲۰ سال بعد او به نبرد یک‌تنه‌ای به‌خاطر کوانتوم نور دست زد [۲]. اینشتین با بیان اینکه تابش الکترومغناطیسی به‌خاطر سرشت خود، بدون توجه به ساز و کار گسیل، کوانتیده است، به‌طور خطرناکی به احیای نظریه بی‌اعتبار ذره‌های نور نزدیک شد. البته نیوتون چنین مدل ذره‌ای را مطرح کرده بود، اما از یک دستاورد بزرگ فیزیک قرن نوزدهم رد قطعی ایده نیوتون به‌نفع نظریه موجی رقیب آن بود. هیچ‌کس آمادگی نداشت این دستیافت مسلم را مورد سؤال قرار دهد، حتی هنگامی که آزمایشها به‌نفع اینشتین بود. در سال ۱۹۱۶ میلکان مطالعه جامعی درباره اثر فوتوالکتریک انجام داد و ناگزیر شد گزارش دهد که به‌نظر می‌رسد «معادله فوتوالکتریک اینشتین ... در تمام موارد مورد استفاده نتایج مشاهده‌شده را به‌دقت پیشگویی می‌کند ...» اما در حال حاضر به‌نظر می‌رسد که نظریه شبه‌ذره‌ای که اینشتین به‌کمک آن به معادله‌اش دست یافته است به‌طور کلی غیرقابل دفاع باشد [۳].

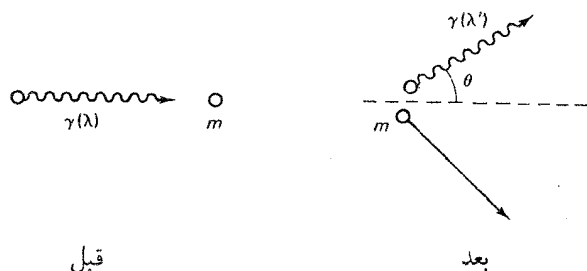
آنچه سرانجام مناقشه را فرو نشاند آزمایشی بود که کامپتون در سال ۱۹۲۳ انجام داد. کامپتون دریافت که طول موج نوری که از یک ذره در حال سکون پراکنده می‌شود، طبق معادله زیر جابه‌جا می‌شود:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c(1 - \cos \theta) \quad (4-1)$$

که در آن λ طول موج فرودی، λ' طول موج پراکنده، θ زاویه پراکندگی و

$$\lambda_c = h/mc \quad (5-1)$$

طول موج کامپتون ذره هدف (به جرم m) است. اکنون اگر با نور به‌صورت ذره‌ای به جرم سکون صفر و انرژی به‌دست آمده از معادله پلانک رفتار کنید و قوانین پایستگی انرژی و تکانه (نسبیتی) را درست مانند برخورد کشسان معمولی (شکل ۱-۳)، به‌کار ببندید، دقیقاً همین فرمول را به‌دست می‌آورید (مسئله ۳-۲۴). این آزمایش موضوع را فیصله داد، این دلیل تجربی سراسرست و بی‌چون و چرا ثابت کرد که نور در مقیاس زیراتمی همانند یک ذره رفتار می‌کند. این ذرات را فوتون می‌نامیم (نامی که گیلبرت لیویز شیمیدان در سال ۱۹۲۶ پیشنهاد کرد) و نماد فوتون γ (از پرتو گاما) است. اینکه چطور سرشت ذره‌ای نور در این سطح با رفتار موجی تثبیت‌شده نور در مقیاس ماکروسکوپی (که در پدیده‌های پراش و تداخل تجلی می‌کند) آشتی پیدا کرد خود داستانی است که آن به متون کوانتومی وامی‌گذارم.



شکل ۳-۱ پراکندگی کامپتون. فوتونی با طول موج λ از ذره‌ای به جرم m که در ابتدا ساکن است، پراکنده می‌شود. فوتون پراکنده شده دارای طول موج λ' است که از معادله (۴-۱) به دست می‌آید.

گرچه فوتون در ابتدا خود را به جامعه فیزیکدانان تحمیل کرد اما سرانجام جایگاهی طبیعی در نظریه میدان کوانتومی پیدا کرد و چشم انداز جدیدی به برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی ارائه داد. در الکترودینامیک کلاسیک، دافعه الکتریکی دو الکترون را به میدان الکتریکی اطراف آنها نسبت می‌دهیم، هر الکترون در میدان سهم است و هر الکترون به میدان پاسخ می‌دهد. اما در نظریه میدان کوانتومی، میدان الکتریکی کوانتیده است (به شکل فوتونها) و می‌توان برهم‌کنش را به صورت جریانی از فوتونها که بین دو بار ردوبدل می‌شوند در نظر گرفت، هر الکترون دائماً آنها را گسیل و جذب می‌کند. همین واقعه برای هر نیروی غیرتماسی که به طور کلاسیک آن را به صورت «کنش از راه دور» با «ردوبدل» شدن میدان تعبیر می‌کنیم، وجود دارد. اکنون می‌گوییم که این برهم‌کنش با تبادل ذرات (کوانتومهای میدان) ردوبدل می‌شود. در مورد الکترودینامیک واسطه فوتون است؛ برای گرانی، آن را گراویتون می‌نامیم (اگرچه نظریه کوانتومی کاملاً موفقی از گرانی هنوز به وجود نیامده است و شاید قرن‌ها طول بکشد تا کسی گراویتونی را به طور تجربی آشکار کند).

بعداً خواهید دید که چطور این ایده‌ها در عمل اجرا می‌شوند، اما در حال حاضر می‌خواهم یک سوءتفاهم متعارف را برطرف کنم. وقتی می‌گوییم هر نیروی با تبادل ذرات ردوبدل می‌شود از پدیده‌ای صرفاً سینماتیکی صحبت نمی‌کنم. البته وقتی پاتیناز بازی که گلوله‌های برف را ردوبدل می‌کنند طی یک رشته پس‌زنی از هم دور می‌شوند، آنها «با مبادله گلوله‌های برف یکدیگر را می‌رانند». اما این چیزی نیست که در اینجا دخیل است. اولاً این سازوکار برای توجیه نیروی جاذبه با مشکل روبه‌رو بود. ممکن است ذرات واسطه را «قاصدهایی» در نظر بگیرید و پیام همان‌طور که می‌تواند «اندکی نزدیک‌تر شود» می‌تواند «دورتر» برود.

قبلاً گفتیم که در تصویر «کلاسیک» ماده معمولی از اتم‌ها ساخته شده است که در آنها الکترون‌ها را نیروی جاذبه بارهای مخالف در مدارهایی حول هسته‌هایی متشکل از پروتون‌ها و نوترون‌ها نگه می‌دارد. اکنون می‌توان با نسبت دادن نیروی بستگی به تبادل فوتون بین الکترون‌ها و پروتون‌های هسته،

این مدل را به صورت پیشرفته‌ای فرمولبندی کرد. به هر حال برای اهداف فیزیک اتمی این تصویر بیش از حد نیاز است. زیرا در این شرایط کوانتس میدان الکترومغناطیسی فقط اثرات بسیار جزئی به وجود می‌آورد (به ویژه، در جابه‌جایی لمب و گشتاور مغناطیسی بی‌هنجار الکترون). با تقریب بسیار خوبی می‌توان وانمود کرد که نیروها از قانون کولن (همراه با جفت‌شدگیهای مختلفی از دوقطبیهای مغناطیسی) به دست می‌آیند. نکته آن است که در یک حالت مقید تعداد بی‌شماری از فوتونها دائماً ردوبدل می‌شوند، به طوری که «ناهمواری» میدان به طور مؤثری هموار می‌شود و الکترودینامیک کلاسیک تقریب مناسبی از واقعیت است. اما در اغلب فرایندهای ذرات بنیادی، مانند اثر فوتوالکتریک یا پراکندگی کامپتون، با تک‌تک فوتونها سروکار داریم و دیگر نمی‌توان کوانتس را نادیده گرفت.

۱-۳ مزون (۱۹۳۴-۱۹۴۷)

اکنون یک مسئله چشمگیر وجود دارد که مدل «کلاسیک» به هیچ وجه به آن نمی‌پردازد. چه چیزی اجزای هسته را به هم می‌پیوندد؟ چون، پروتونهایی با بار مثبت که باید به شدت یکدیگر را دفع کنند، در فاصله نزدیک به هم چسبیده‌اند. از قرار معلوم باید نیروی دیگری که بسیار قوی‌تر از نیروی دافعه الکتریکی است وجود داشته باشد که پروتونها (و نوتورها) را به هم بپیوندد. فیزیکدانان آن دوران کم‌خلاقیت آن را به سادگی نیروی قوی نامیدند. اما اگر چنین نیروی توانمندی در طبیعت وجود دارد چرا در زندگی روزمره متوجه آن نمی‌شویم؟ واقعیت آن است که تمام نیروهایی را که مستقیماً حس می‌کنیم از انقباض یک عضله گرفته تا انفجار دینامیت، منشأ الکترومغناطیسی دارند. تنها استثنا، سوای راکتور هسته‌ای یا بمب اتمی، گرانی است. جواب باید این باشد که هرچند این نیرو قوی است، اما برد آن بسیار کوتاه است. (برد یک نیرو شبیه فاصله‌ای است که دست یک مشت زن می‌تواند به آن برسد، تأثیر آن در خارج از این فاصله به سرعت فرو می‌افتد. برد نیروهای گرانشی و الکترومغناطیسی بینهایت است. اما برد نیروی قوی در حدود ابعاد خود هسته است.)*

اولین نظریه قابل ملاحظه نیروی قوی را یوکاوا در سال ۱۹۳۴ پیشنهاد کرد. یوکاوا فرض کرد که پروتون و نوترون با نوعی میدان یکدیگر را جذب می‌کنند، درست همان‌طور که الکترون با میدان الکتریکی به هسته و ماه با میدان گرانشی به زمین جذب می‌شود. این میدان باید به صورت مناسب کوانتیده شود، و یوکاوا این پرسش را مطرح کرد که این کوانتوم چه ویژگیهایی باید داشته باشد. آیا باید ذره‌ای (مشابه فوتون باشد) که تبادل آن خواص شناخته‌شده نیروی قوی را توجیه می‌کند؟ برای مثال، برد کوتاه نیرو نشان می‌داد که میانجی باید نسبتاً سنگین باشد؛ یوکاوا حساب کرد که جرم آن باید حدود 300 برابر جرم الکترون یا حدود $1/6$ جرم یک پروتون باشد (مسئله ۱-۲). چون

* این تا اندازه‌ای ساده‌سازی بیش از اندازه است. نیروها نوعاً به صورت $e^{-(r/a)}/r^2$ هستند که در آن a «برد» است.

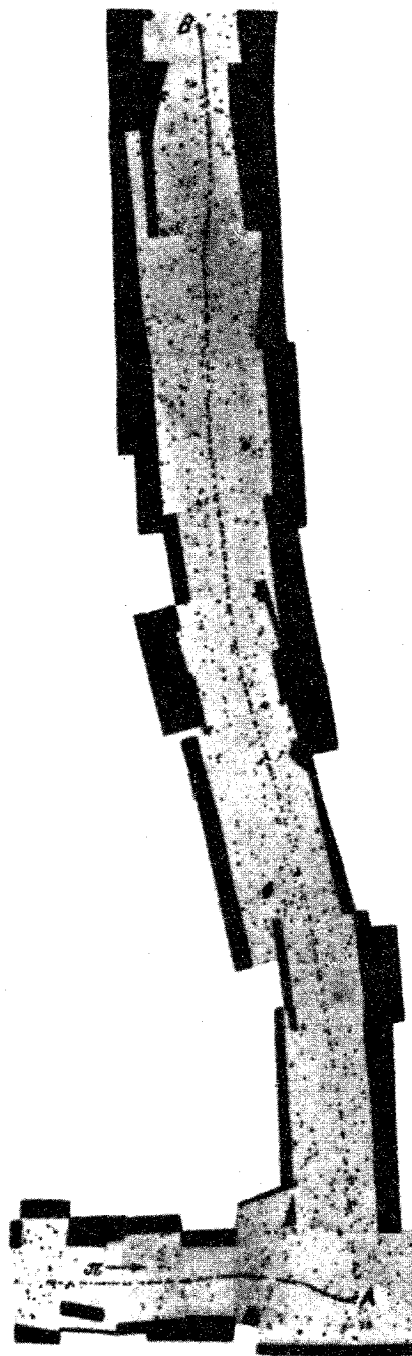
برای قانون کولن و قانون گرانش عمومی نیوتون $a = \infty$ و برای نیروی قوی a حدود 10^{-13} cm است.

این ذره بین الکترون و پروتون قرار می‌گیرد، ذرهٔ یوکاوا مزون (به معنی «میان وزن») مشهور شد. [به همین سیاق الکترون، لپتون («سبک وزن») و پروتون و نوترون باریون («سنگین وزن») نام گرفتند]. در آن زمان یوکاوا می‌دانست که چنین ذره‌ای هیچ‌وقت در آزمایشگاه مشاهده نشده است و بنابراین فکر می‌کرد که نظریه‌اش غلط است. اما در آن زمان مطالعهٔ برنامه‌ریزی نشدهٔ پرتوهای کیهانی در جریان بود و تا سال ۱۹۳۷ دو گروه جداگانه (آندرسون و ندرمایر در ساحل غربی ایالات متحده و استریت و استیونسون در شرق) ذراتی را که با توصیف یوکاوا جور درمی‌آمد شناسایی کرده بودند. در واقع پرتوهای کیهانی که در همین لحظاتی که مشغول خواندن هستید نیز شما را بمباران می‌کنند، بیشتر از این ذرات میان وزن تشکیل شده‌اند.

برای مدتی همه چیز مرتب بود. اما با انجام مطالعات مفصل‌تر در مورد پرتوهای کیهانی، تضادهای نگران‌کننده‌ای ظهور کرد. طول عمر این ذرات غلط بود و به نظر می‌رسید که به‌طور قابل ملاحظه‌ای از آنچه یوکاوا پیش‌بینی کرده بود سبک‌تر هستند، بدتر آنکه اندازه‌گیریهای جرم مختلف با یکدیگر سازگاری نداشتند. در سال ۱۹۴۶ (بعد از مدتی که در آن فیزیکدانان درگیر مسائلی کم‌هیجان‌تر بودند) آزمایشهای تعیین‌کننده‌ای در رم انجام شد که نشان داد برهم‌کنش ذرات پرتوهای کیهانی با هستهٔ اتم بسیار ضعیف است [۴]. اگر این ذرات واقعاً همان مزونهای یوکاوا، منتقل‌کنندهٔ نیروی قوی، بودند، برهم‌کنش باید بسیار شدید می‌بود. سرانجام، این معما در سال ۱۹۴۷ حل شد. پاول و همکارانش در بریستول [۵] کشف کردند که واقعاً دو ذرهٔ میان وزن در پرتوهای کیهانی وجود دارد، که آنها را π (یا «پیون») و μ (یا «موئون») نامیدند. (مارشاک به‌طور همزمان بر اساس میانی نظری به نتیجه‌گیری مشابهی رسید [۶]). مزون واقعی یوکاوا π است؛ که در جو بالایی تولید می‌شود، اما خیلی قبل از آنکه به زمین برسد به‌طور طبیعی فرو می‌پاشد (مسئله ۳-۴). گروه پاول امولسیونهای عکاسی خود را در قلهٔ کوه قرار دادند (شکل ۱-۴). یکی از محصولات واپاشی سبک‌تر (و دارای طول عمر بیشتر) است، آنچه اغلب در سطح دریا مشاهده می‌کنیم و موئونها هستند. پس در جستجوی مزون یوکاوا، موئون تنها یک فریبکار بود و ربطی به برهم‌کنشهای قوی نداشت. در واقع از هر نظر شبیه نوعی الکترون و از خانوادهٔ لپتون است (هرچند بنا به عادت برخی مردم هنوز آن را «مو-مزون» می‌نامند).

۴-۱ پاد ذرات (۱۹۳۰-۱۹۵۶)

مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی در دورهٔ بسیار کوتاه ۱۹۲۳-۱۹۲۶ تکمیل شد، اما تعبیر نسبیتی آن مسئله‌ای پردردسرت‌تر بود. اولین دستاورد بزرگ کشف معادله‌ای توسط دیراک در سال ۱۹۲۷ بود که به نام خود معروف است. معادلهٔ دیراک می‌خواست الکترونها را آزاد را با انرژی که از فرمول نسبیتی $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ به دست می‌آید توصیف کند. اما این کار ویژگی نگران‌کننده‌ای داشت: برای هر جواب با انرژی مثبت ($E = +\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$) جواب متناظری با انرژی



شکل ۴-۱ یکی از اولین تصاویر پاول که رد پیون را در امولسیون عکاسی که در ارتفاع زیاد در معرض پرتوهای کیهانی قرار گرفته است نشان می دهد. پیون (که از سمت چپ وارد شده است) به موئون و نوترینو و امی باشد (نوترینو به لحاظ الکتریکی خنثی است پس ردی از خود نمی گذارد).

منفی ($E = -\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$) وجود دارد. با در نظر گرفتن میل طبیعی هر سیستم به تحول در جهت انرژیهای کمتر، این رابطه بدان معنی است که الکترون باید به حالتی منفی تر «برود» و در این فرایند مقدار نامتناهی انرژی تابش کند. دیراک برای نجات معادله اش راه حلی پیشنهاد کرد که ماهرانه بودن آن قابل پذیرش نبودنش نبودنش را جبران می کرد: او فرض کرد که همه حالتی دارای انرژی منفی با «دریای» بیکرانی از الکترونها پر شده است. چون این دریا همواره وجود دارد و کاملاً یکنواخت است، نیروی خالص بر هیچ چیز وارد نمی کند و معمولاً از آن خبر نداریم. سپس دیراک با استفاده از اصل طرد پائولی (که می گوید که هیچ دو الکترونی نمی توانند یک حالت را اشغال کنند) «توضیح» داد چرا الکترونهايي که ما مشاهده می کنیم محدود به حالتی انرژی مثبت هستند. اما اگر این توضیح درست باشد، هنگامی که به یک الکترون «دریا» انرژی کافی برای رسیدن به حالت انرژی مثبت می دهیم چه اتفاقی می افتد؟ نبرد الکترون «مورد نظر» در دریا باید به صورت بار مثبت خالص در آن مکان تغییر شود و نبود انرژی منفی مورد نظر باید به صورت انرژی مثبت خالص دیده شود. سپس یک «حفره در دریا» باید کار ذره ای معمولی با انرژی مثبت و بار مثبت را انجام دهد. در ابتدا دیراک امیدوار بود که این حفره ها پروتونها باشند ولی به زودی معلوم شد که جرم آنها مانند خود الکترون — 2000 برابر سبک تر از پروتون است. این ذره در آن زمان ناشناخته بود و به نظر می رسید که نظریه دیراک به در در سرافتاده است. آنچه در سال ۱۹۳۰ نقصی فاجعه آمیز به نظر می رسید، با کشف پوزیترون توسط اندرسون (شکل ۱-۵) در اواخر ۱۹۳۱ به پیروزی بزرگ تبدیل شد. پوزیترون دوقلوی با بار مثبت الکترون است، درست صفات مورد نیاز دیراک را داشت [۷].

اما فیزیکدانان بسیاری از تصور شناور بودن در دریای بیکرانی از الکترونهای نامرئی ناراحت بودند تا اینکه در دهه چهل استاکلیبرگ و فاینمن تعبیری بسیار ساده تر و روان تر برای حالتی انرژی منفی ارائه دادند. در فرمولبندی فاینمن-استاکلیبرگ جوابی انرژی منفی به صورت حالتی انرژی مثبت ذره متقارن (پوزیترون) بیان می شوند؛ الکترون و پوزیترون جایگاه یکسانی دارند و نیازی به «دریای الکترونی» دیراک یا «حفره های» اسرارآمیز او نیست. در فصل ۷ خواهیم دید این تعبیر جدید چگونه کار می کند. در ضمن ثابت شد که دوگانگی در معادله دیراک جنبه عمومی و عمیق نظریه میدان کوانتومی است: برای هر ذره باید پاد ذره ای وجود داشته باشد که همان جرم را دارد ولی بار الکتریکی آن مخالف ذره است. پس پوزیترون پاد الکترون است. (در واقع اینکه کدام را ذره و کدام را پاد ذره بنامیم کاملاً اختیاری است. همان طور که گفته شد می توان گفت الکترون، پاد پوزیترون است، اما چون در محیط اطراف ما تعداد زیادی الکترون وجود دارد و پوزیترونهای چندانی موجود نیست، تمایل به این فکر داریم که الکترونها «ماده» و پوزیترونها «پاد ماده» اند).

پاد پروتون (با بار منفی) اولین بار در سال ۱۹۵۵ به صورت تجربی در بوآترونی برکلی مشاهده شد و پاد نوترون (خنثی) چند سال بعد در همانجا کشف شد [۸].

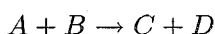


شکل ۵-۱ پوزیترون. در سال ۱۹۳۲ اندرسون این عکس را از رد به جا مانده از پرتوهای کیهانی را در اتاقک ابری گرفت. اتاقک در میدان مغناطیسی (به طرف داخل صفحه) قرار گرفته بود که باعث حرکت ذره در مسیر منحنی می شد. اما آیا این یک بار منفی بود به طرف پایین در حرکت بود یا یک بار مثبت که به طرف بالا حرکت می کرد؟ برای جواب به این پرسش، اندرسون یک صفحه سربی را در مرکز اتاقک قرار داد (خط افقی ضخیم در عکس) ذره در عبور از صفحه کند می شود و در نتیجه در دایره کوچکتری حرکت می کند. با بررسی منحنیها بدیهی است که این ذرات به طرف بالا حرکت می کنند و بنابراین باید بار مثبت داشته باشند. اندرسون از خمیدگی ردها و بافت آن توانست نشان دهد که جرم ذرات بسیار نزدیک به جرم الکترون است.

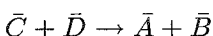
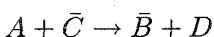
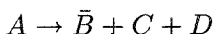
نمادگذاری استاندارد برای پاد ذرات خطی در بالای نماد ذره است. برای مثال p معرف پروتون و \bar{p} معرف پاد پروتون است؛ n نوترون و \bar{n} پاد نوترون. اما در برخی موارد مرسوم تر است که بار را مشخص کنیم. اغلب مردم e^+ را برای پوزیترون (به جای \bar{e}) و μ^+ را برای پاد موئون (به جای $\bar{\mu}$) به کار می برند. [اما نباید قراردادهای مخلوط کرد: \bar{e}^+ مبهم است، شبیه دو منفی — خواننده نمی فهمد منظور شما پوزیترون است یا پاد پوزیترون (یعنی الکترون).] بعضی ذرات خشی پاد ذره

خودشان هستند؛ مثلاً فوتون: $\gamma = \bar{\gamma}$. در واقع شاید فکر کنید که تفاوت فیزیکی پاد نوترون با نوترون چیست، زیرا هر دو بدون بار هستند. پاسخ آن است که نوترون علاوه بر بار «اعداد کوانتومی» دیگری نیز دارد (به‌ویژه عدد بار یونی) که برای پاد ذره‌ها تغییر علامت می‌دهند. به‌علاوه، هرچند بار خالص نوترون صفر است، اما دارای ساختار بار است، (مثبت در مرکز و لبه‌ها، منفی در میان آنها) و نیز گشتاور دو قطبی مغناطیسی است. علامت این دو برای \bar{n} عکس علامت مربوط به n است.

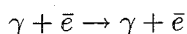
در فیزیک ذرات یک اصل کلی تحت عنوان تقارن عبوری وجود دارد. فرض کنید می‌دانیم واکنشی به صورت زیر رخ می‌دهد



هر یک از این ذرات را می‌توان به طرف دیگر معادله برد، به شرط آنکه به پاد ذره‌اش تبدیل شود. برهم‌کنش حاصله نیز مجاز است. برای مثال:



به‌علاوه، واکنش معکوس $C + D \rightarrow A + B$ رخ می‌دهد، اما در حقیقت این واکنش از اصل توازن تفصیلی به‌دست می‌آید نه از تقارن عبوری. در واقع چنانکه خواهیم دید محاسبات دخیل در واکنشهای مختلف در عمل یکسان‌اند. اغلب به آنها به‌صورت تظاهرات مختلف یک فرایند اساسی نگاه می‌کنیم. نکته قابل‌ذکری در اینجا وجود دارد: پایداری انرژی ممکن است یک واکنش را که از جنبه‌های دیگر مجاز است ممنوع کند. برای مثال اگر A سبک‌تر از مجموع B ، C و D باشد، واپاشی $A \rightarrow \bar{B} + C + D$ نمی‌تواند رخ دهد. همین‌طور، اگر A و C سبک ولی B و D سنگین باشد، واکنش $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$ فقط وقتی به‌وقوع می‌پیوندد که انرژی جنبشی اولیه به مقدار «آستانه» معینی برسد. پس شاید بتوان گفت واکنشهای عبوری (یا معکوس) از نظر دینامیکی مجازند اما به‌لحاظ سینماتیکی ممکن است مجاز باشند یا نباشند. به‌ندرت می‌توان درباره‌ی توان و زیبایی تقارن عبوری اغراق کرد. برای مثال این تقارن به ما می‌گوید که پراکندگی کامپتون:



«در واقع» همان فرایند نابودی زوج

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

است هرچند در آزمایشگاه آنها پدیده‌هایی کاملاً متفاوت‌اند.

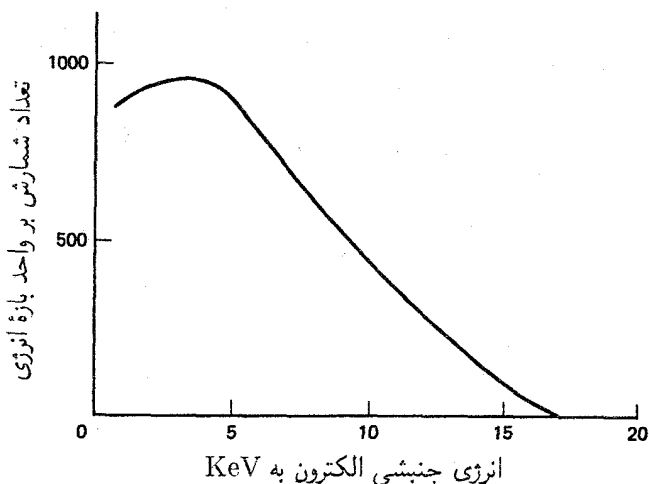
وحدت نسبیّت خاص و مکانیک کوانتومی به تقارن خوشایند ماده/پاد ماده می‌انجامد. اما این موضوع سؤال نگران‌کننده‌ای را مطرح می‌کند: چگونه جهان ما به‌جای پاد پروتونها، پاد نوترونها و پوزیترونها از پروتونها، نوترونها و الکترونها پر شده است؟ ماده و پاد ماده نمی‌توانند برای مدت زیادی با هم وجود داشته باشند — اگر یک ذره با پاد ذره‌اش روبه‌رو شود هر دو نابود می‌شوند. پس شاید این حادثه‌ای تاریخی باشد که در این گوشه از عالم که ما در آن هستیم ماده بیشتر از پاد ماده وجود دارد و نابودی زوج همه را نابود نکرده و آنچه باقی مانده ماده است. اگر چنین باشد، احتمالاً در ناحیه دیگری از فضا پاد ماده حاکم است. متأسفانه شواهد نجومی دال بر آن‌اند که تمام عالم قابل مشاهده ما از ماده معمولی ساخته شده است. اخیراً ویلچک و دیگران توضیح معقولی برای این عدم تقارن کیهانی اظهار داشته‌اند. ما در اینجا به آن نمی‌پردازیم اما اگر شما علاقه‌مند باشید مقاله ویلچک در *Scientific American* (December 1980) را توصیه می‌کنم.

۱-۵ نوترینوها (۱۹۳۰-۱۹۶۲)

برای سومین رشته این داستان به سال ۱۹۳۰ باز می‌گردیم [۹]. مسئله‌ای در مطالعه واپاشی هسته‌ای بتازا به‌وجود آمده بود. در واپاشی بتازا هسته پرتوزا A با گسیل یک الکترون به هسته B که اندکی سبک‌تر است تبدیل می‌شود:



پایستگی بار مستلزم آن است که B حامل یک واحد بار مثبت بیش از A باشد (اکنون می‌دانیم که فرایند اساسی در این واپاشی تبدیل یک نوترون (در A) به یک پروتون (در B) است، اما به‌یاد داشته باشید که در سال ۱۹۳۰ هنوز نوترون کشف نشده بود). پس هسته «دختر» (B) در یک محل دورتری در جدول تناوبی جای می‌گیرد. مثالهای متعددی از واپاشی بتازا وجود دارد: پتاسیم به کلسیم ($^{40}_{19}\text{K} \rightarrow ^{40}_{20}\text{Ca}$)، مس به روی ($^{64}_{29}\text{Cu} \rightarrow ^{64}_{30}\text{Zn}$)، تریتم به هلیوم ($^3_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He}$) و نظایر آن تبدیل می‌شوند. [اعداد بالایی وزن اتمی (تعداد نوترون به‌علاوه پروتون) و اعداد پایینی عدد اتمی (تعداد پروتونها) هستند.] از مشخصه واپاشیهای دوجسمی نظیر عبارت (۱-۶) آن است که در چارچوب مرکز جرم، انرژیهای خروجی را به‌صورت سینماتیکی تعیین می‌کنند. به‌ویژه اگر هسته «مادر» (A) در حال سکون باشد، B و e پشت به پشت، با تکانه‌هایی مساوی و در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند و پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که انرژی الکترون برابر مقدار زیر باشد



شکل ۶-۱ طیف واپاشی بتازای تریتم (${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$).

$$E = \left(\frac{m_A^0 - m_B^0 + m_e^0}{2m_A} \right) c^2 \quad (۷-۱)$$

به دست آوردن این نتیجه را در فصل ۳ توضیح می‌دهیم. اما نکته‌ای که در اینجا باید به آن توجه شود آن است که به محض آنکه جرمها مشخص شدند، E تثبیت شده است. اما با انجام آزمایشها متوجه شدند که انرژی الکترونها گسیل شده تفاوتی قابل ملاحظه دارند و معادله (۷-۱) فقط پیشینه انرژی الکترون را برای یک فرایند واپاشی بتازای بخصوص تعیین می‌کند (شکل ۶-۱).

این نتیجه‌ای نگران‌کننده بود. نیلز بور (نه برای اولین بار) آماده بود که از قانون پایستگی انرژی دست بشوید.* خوشبختانه پاتولی نگرشی معقول‌تر داشت و پیشنهاد کرد که ذره دیگری باید به همراه الکترون گسیل شود، همدستی خاموش که حامل انرژی «گم‌شده» است. این ذره باید برای پایسته نگه داشتن بار (و همچنین برای توضیح اینکه چرا ردی از خود به جا نمی‌گذارد) به لحاظ الکتریکی خنثی باشد. پاتولی نام نوترون را برای آن پیشنهاد کرد. کل این ایده با ناباوری مواجه شد و در سال ۱۹۳۲ چادویک دست روی این نام گذاشت. اما در سال بعد از آن فرمی نظریه‌ای برای واپاشی بتازا ارائه داد که در آن نوترینوی پاتولی وارد شده بود و به اندازه‌ای موفق بود که ثابت کرد باید پیشنهاد پاتولی جدی گرفته شود. با توجه به اینکه پیشینه انرژی الکترون مشاهده شده مقداری است که

* جالب است که بدانید بور یک منتقد صریح کوانتوم نور اینشتین بود (بیش از ۱۹۲۴) و دیراک را از کار روی نظریه نسبیتی الکترون باز می‌داشت (و به غلط، با او می‌گفت که قبلاً کلاین و گوردون موفق به این کار شده‌اند و مخالف نوترینوی پاتولی بود و نظریه مزون یوکاوا را مسخره می‌کرد و ارزشی برای رهیافت فاینمن به الکتروپدینامیک کوانتومی قائل نبود.

از معادله (۷-۱) به دست می آید، نتیجه می گیریم که ذره جدید بینهایت سبک است، تا جایی که می دانیم، در واقع جرم آن صفر است. فرمی آن را نوترینو نامید. (به دلیلی که خواهید دید آن را پاد نوترینو می نامیم). پس فرایند بنیادی واپاشی بتازا با اصطلاحاتی جدید به صورت زیر است

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu} \quad (۸-۱)$$

(نوטרینو به پروتون به علاوه الکترون به علاوه پاد نوترینو تبدیل می شود).

حال، شاید متوجه چیزی غیرعادی در تصویر پاول از تجزیه پیون (شکل ۱-۴) شده باشید: موئون در زاویه حدود 90° نسبت به جهت پیون فرودی خارج می شود. (این مسئله ناشی از برخورد نیست، در ضمن برخورد با آنها در امولسیون موجب لرزش ردها می شود اما نمی تواند تغییر مسیر ناگهانی به وجود آورد.) این تغییر مسیر دال بر آن است که در واپاشی پیون ذره دیگری نیز تولید می شود، ذره ای که هیچ ردی در امولسیون از خود به جای نمی گذارد و بنابراین باید به لحاظ الکتریکی خنثی باشد. طبیعی (یا به هر حال مقرون به صرفه) است که فرض کنیم این ذره همان نوترینوی پائولی است:

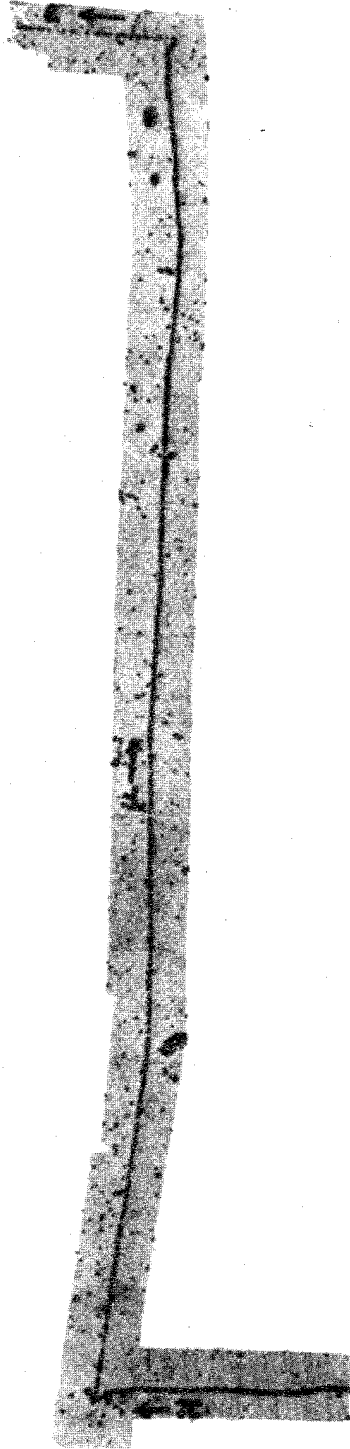
$$\pi \rightarrow \mu + \nu \quad (۹-۱)$$

گروه پاول چند ماه پس از اولین مقاله خود تصویر قابل توجه تری را منتشر کردند که در آن واپاشی موئون پس از آن نیز قابل مشاهده بود (شکل ۷-۱). واپاشیهای موئون سالها بود که بررسی می شد و به خوبی ثابت شده بود که ذره باردار ثانوی الکترون است. با توجه به شکل روشن است که یک ذره خنثی نیز تولید می شود و می توان حدس زد که این ذره نیز نوترینو است. به هر حال، این بار دو نوترینو وجود دارد:

$$\mu \rightarrow e + 2\nu \quad (۱۰-۱)$$

از کجا می دانیم که دو نوترینو به وجود می آید؟ مانند قبل، آزمایش را بارها و بارها تکرار می کنیم و هر بار انرژی الکترون را اندازه می گیریم. اگر نتیجه حاصل همواره یکسان باشد، متوجه می شویم که در حالت نهایی فقط دو ذره وجود دارد. اما اگر این نتیجه تغییر کند، باید (حداقل) سه ذره وجود داشته باشد. در سال ۱۹۴۹* معلوم شد که انرژی الکترون در واپاشی موئون ثابت نیست و گسیل دو نوترینو توجیهی بود که برای آن ارائه می شد. در عوض انرژی موئون در واپاشی پیون کاملاً ثابت است — در محدوده خطای آزمایشی — که تأیید می کند این یک واپاشی دوجسمی اصیل است.

* در اینجا و در مسئله واپاشی بتازا، پایداری تکانه زاویه ای کاملاً مستقل از پایداری انرژی نیز مستلزم ذره خروجی سوم است. اما در آن روزها مسائل مربوط به اسپین کاملاً روشن نبود و برای اغلب مردم پایداری انرژی استدلالی قانع کننده بود. برای سادگی تا فصل ۴ تکانه زاویه ای را وارد داستان نمی کنیم.



شکل ۷-۱ در اینجا یک پیون به یک موئون (به علاوه یک نوترینو) وامی باشد؛ پس از آن موئون به یک الکترون (و دو نوترینو) وامی باشد.

در سال ۱۹۵۰ دیگر دلیل نظری قانع‌کننده‌ای بر وجود نوترینوها وجود داشت، اما هنوز تأیید تجربی سراسری موجود نبود. شاید یک فرد شکاک استدلال کند که نوترینو چیزی جز یک ابزار دفترداری نیست- ذره‌ای کاملاً فرضی که تنها وظیفه‌اش نجات دادن قوانین پایستگی است. این ذره هیچ ردی از خود به جا نمی‌گذارد، واپاشیده نمی‌شود؛ در واقع هیچکس ندیده است که نوترینو کاری انجام دهد. دلیل آن این است که نوترینوها برهم‌کنش فوق‌العاده ضعیفی با ماده دارند، نوترینویی با انرژی کم به راحتی می‌تواند در لایه سربی به ضخامت هزار سال نوری نفوذ کند.* برای آشکارسازی یکی از آنها به چشمهٔ بینهایت قوی نیاز داریم. در اواسط دههٔ پنجاه، آزمایشهای تعیین‌کننده‌ای در راکتور هسته‌ای ساواناریور در کارولینای جنوبی انجام شد. در آنجا کوان و رینس در مخزن بزرگی از آب به دنبال واکنش «معکوس» واپاشی بتا را گشتند

$$\bar{\nu} + p^+ \rightarrow n + e^+ \quad (۱۱-۱)$$

حساب کرده بودند که شار نوترینو در آشکارساز آنها $۱۰^{۱۳} \times ۵$ ذره در سانتیمتر مربع بر ثانیه باشد، اما حتی با این شدت بسیار زیاد آنها امیدوار بودند فقط دو یا سه واقعه در هر ساعت ثبت کنند. از طرف دیگر آنها روش ماهرنه‌ای برای شناسایی یوزیترونهای خروجی ابداع کرده بودند. نتایج آنها تأیید صریح وجود نوترینو بودند [۱۰].

همان‌طور که قبلاً گفتم، ذره‌ای که در واپاشی بتای معمول تولید می‌شود، در واقع پاد نوترینو است. شاید شما و بسیاری از افراد دیگر، بیرسند چه تفاوتی بین نوترینو و پاد نوترینو وجود دارد. چنانکه خواهیم دید، بیون خنثی پاد ذرهٔ خودش است، درست مثل فوتون. از یک طرف پاد نوترون قطعاً مانند نوترون نیست. پس اندکی سردرگم می‌شویم: آیا نوترینو شبیه پاد نوترینو است و اگر نیست چه خاصیتی آنها را متمایز می‌سازد؟ در اواخر دههٔ پنجاه، دیویس و هارمر این پرسش را به بوتهٔ آزمایش سپردند [۱۱]. با توجه به نتایج مثبت کوان و رینس می‌دانیم که واکنش عبوری

$$\nu + n \rightarrow p^+ + e^- \quad (۱۲-۱)$$

نیز باید تقریباً با همان آهنگ رخ دهد. دیویس در پی واکنش مشابهی با استفاده از پاد نوترینوها بود:

$$\bar{\nu} + n \rightarrow p^+ + e^- \quad (۱۳-۱)$$

* اگر بدانید در هر ثانیه هزاران بلیون نوترینو در شب و در روز از خورشید می‌آیند و از هراینچ مربع بدن شما می‌گذرد خیالتان راحت می‌شود (آنها در شب از زمین می‌گذرند و از زیر به شما می‌خورند).

او دریافت که این واکنش رخ نمی‌دهد پس ثابت کرد که نوترینو و پاد نوترینو ذرات متمایزی هستند. نتیجه دیویس غیرمنتظره نبود. در واقع، در سال ۱۹۵۳، کونوینسکی و محمود [۱۲] قاعده زیبا و ساده‌ای را برای تعیین اینکه کدام واکنش [مانند (۱۲-۱)] رخ می‌دهد و کدامیک [مانند (۱۳-۱)] رخ نمی‌دهد ابداع کرده بودند. درحقیقت آنها عدد لپتونی * $L = +1$ را به الکترون، موئون و نوترینو و $L = -1$ را به پوزیترون، موئون مثبت و پاد نوترینو نسبت دادند (عدد لپتونی تمام ذرات دیگر صفر بود). سپس قانون پایستگی عدد لپتونی (مشابه قانون پایستگی بار) را پیشنهاد کردند: در هر فرایند فیزیکی، مجموع اعداد لپتونی باید قبل و بعد از واکنش برابر باشد. بنابراین واکنش کوان-رینس (۱۱-۱) مجاز (قبل و بعد $L = -1$ است) اما واکنش دیویس (۱۳-۱) ممنوع است (در طرف چپ $L = -1$ و در طرف راست $L = +1$ است). [قبلاً با استفاده از این قاعده ذره واپاشی بتا را در رابطه (۸-۱) را پاد نوترینو نامیدیم]. با توجه به پایستگی عدد لپتونی، واپاشیهای پیون باردار (۹-۱) را باید به شکل

$$\begin{aligned}\pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu\end{aligned}\quad (14-1)$$

و واپاشیهای موئون (۱۰-۱) در واقع به شکل زیر نوشت

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu} \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}\end{aligned}\quad (15-1)$$

پس چه خاصیتی نوترینو را از پاد نوترینو متمایز می‌سازد؟ بهترین جواب عدد لپتونی است — $+1$ برای نوترینو و -1 برای پاد نوترینو. مانند بار الکتریکی، این اعداد را به طور تجربی با مشاهده چگونگی برهم‌کنش ذره مورد نظر با سایر ذرات تعیین می‌کنیم. (چنانکه خواهیم دید، هلیسیته آنها نیز متفاوت است: نوترینو «چپگرد» است در صورتی که پاد نوترینو «راستگرد» است. اما این مسئله فنی است که آن را به آینده موکول می‌کنیم).

یک مسئله نهایی دیگر در قضیه نوترینو وجود دارد. به لحاظ تجربی هیچ‌گاه واپاشی موئون به الکترون به علاوه یک فوتون مشاهده نشده است:

$$\mu^- \not\rightarrow e^- + \gamma \quad (16-1)$$

* کونوینسکی و محمود (مرجع ۱۲) این اصطلاح را به کار نبرده بودند و موئون عددی غلط نسبت داده بودند. اما اهمیتی ندارد، ایده اصلی درست بود.

ولی این فرایند با پایستگی بار و پایستگی عدد لپتونی سازگار است. یک قاعده کلی معتبر در فیزیک ذرات (معمولاً منسوب به ریچارد فاینمن) وجود دارد که می‌گوید هر چیزی که با صراحت ممنوع نباشد اجباری است. نبود $\mu \rightarrow e + \gamma$ یک قانون پایستگی «مویی» را پیشنهاد می‌کند، اما چگونه می‌خواهیم مشاهده واپاشی $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$ را توضیح دهیم؟ پاسخ این پرسش در اواخر دهه پنجاه و اوایل دهه شصت به فکر برخی افراد خطور کرد [۱۳]. فرض کنید دو نوع نوترینوی مختلف، یکی وابسته به الکترون (ν_e) و یکی وابسته به موئون (ν_μ) وجود داشته باشد. اگر عدد موئونی $L_\mu = +1$ را به $\bar{\mu}$ و ν_μ و $L_\mu = -1$ را به μ^+ و $\bar{\nu}_\mu$ و همزمان عدد الکترونی $L_e = +1$ را به e^- و ν_e و $L_e = -1$ را به e^+ و $\bar{\nu}_e$ نسبت دهیم و پایستگی عدد لپتونی را به صورت قانونهای جداگانه پایستگی عدد الکترونی و پایستگی عدد موئونی — در آوریم، می‌توانیم دلیل مجاز و ممنوع بودن فرایندها را بیان کنیم. واپاشی نوترون به صورت زیر درمی‌آید

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (17-1)$$

واپاشیهای پیون به شکل زیر است

$$\begin{aligned} \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \end{aligned} \quad (18-1)$$

و واپاشیهای موئون به صورت زیر درمی‌آید

$$\begin{aligned} \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \quad (19-1)$$

قبلاً هنگامی که برای اولین بار واپاشی پیون را تحلیل می‌کردیم گفتیم که فرض خروج ذره‌ای خنثی همانند مورد واپاشی بتازا، «طبیعی» و «اقتصادی» است، و کاملاً درست هم بود: این فرض طبیعی بود، اقتصادی بود، اما غلط بود.

اولین آزمون تجربی را برای فرضیه دو نوترینویی (و پایستگیهای جداگانه عدد موئونی و الکترونی) در سال ۱۹۶۲ در بروکهاون انجام شد [۱۴]. با استفاده از حدود 10^{14} پاد نوترینوی حاصل از واپاشی π^- ، لدرمن، شوارتز، اشتاینبرگر و همکارانشان ۲۹ مورد از واکنشهای مورد نظر زیر را شناسایی کردند

$$\bar{\nu}_\mu + p^+ \rightarrow \mu^+ + n \quad (20-1)$$

جدول ۱-۱ خانواده لپتونها ۱۹۶۲-۱۹۷۶

لپتونها	عدد لپتونی	عدد الکترونی	عدد موثونی
e^-	۱	۱	۰
ν_e	۱	۱	۰
μ^-	۱	۰	۱
ν_μ	۱	۰	۱
پاد لپتونها			
e^+	-۱	-۱	۰
$\bar{\nu}_e$	-۱	-۱	۰
μ^+	-۱	۰	-۱
$\bar{\nu}_\mu$	-۱	۰	-۱

اما هیچ موردی از فرایند ممنوع زیر مشاهده نشد

$$\bar{\nu}_\mu + p^+ \rightarrow e^+ + n \quad (21-1)$$

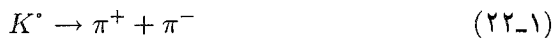
فقط در صورت وجود یک نوع نوترینو، واکنش دوم باید درست مانند واکنش اول باشد. (در این آزمایش مسائل بسیاری در ارتباط با حفاظگذاری وجود داشت. فولاد حاصل از یک کشتی جنگی اوراق شده به صورت توده‌ای با ضخامت بیش از ۴۴ فوت انباشته شد تا اطمینان حاصل شود که هیچ چیز جز نوترینو به هدف نمی‌رسد.)

در سال ۱۹۶۲ خانواده لپتونها دارای هشت عضو بود: الکترون، موئون، نوترینوهای آنها و پاد ذرات متناظر با آنها (جدول ۱-۱). لپتونها را این واقعیت که در برهم‌کنشهای قوی شرکت نمی‌کنند، مشخص می‌کند. تا ۱۴ سال بعد از آن همه چیز از جمله وضعیت لپتونها کاملاً آرام بود، بنابراین فرصت خوبی است که توقف کنیم و ببینیم ذرات با برهم‌کنش قوی است — مزونها و بار یونها که به‌طور کلی با عنوان هادرونها می‌شناسیم، در چه وضعی هستند.

۱-۶ ذرات شگفت (۱۹۴۷-۱۹۶۰)

برای مدت کوتاهی در سال ۱۹۴۷ می‌شد تصور کرد که مسائل بزرگ ذرات بنیادی حل شده است. پس از طی مسیر انحرافی و طولانی به دنبال موئون، سرانجام مزون یوکاوا (π) مشخص شده بود. پوزیترون دیراک پیدا شده بود و نوترینو پاؤلی، هرچند همچنان سر بسته (و همان‌طور که دیدیم هنوز قادر

به شیطنت)، اساساً کنترل شده بود. نقش موئون به صورت یک معضل بود (رابی می پرسید: چه کسی آن را سفارش داده است؟) به نظر می رسید که وجود آن در طرح کلی اوضاع کاملاً غیر ضروری است. اما، در کل در سال ۱۹۴۷ به نظر می رسید که اساس کار فیزیک ذرات بنیادی به انجام رسیده است. اما این حالت آرامش دیری نپایید. در دسامبر همان سال روجستر و باتلر [۱۵] عکسی از اتاقک ابری شکل ۸-۱ را منتشر کردند. پرتوهای کیهانی که از قسمت بالای سمت چپ وارد می شوند به یک صفحه سربی برخورد و یک ذره خنثی تولید می کنند که حضور آن وقتی آشکار می شود که به دو ذره باردار ثانویه واپاشیده شود و در قسمت پایین سمت راست یک «V» معکوس را تشکیل دهد. تحلیل دقیق نشان می دهد که این ذرات باردار در واقع π^+ و π^- هستند. پس در اینجا یک ذره خنثی جدید وجود داشته است که جرم آن حداقل دو برابر جرم پیون است. این ذره را K^0 ("کائون") می نامیم:



در سال ۱۹۴۹، پاول عکس شکل ۹-۱ را منتشر کرد، که واپاشی کائون باردار را نشان می دهد:



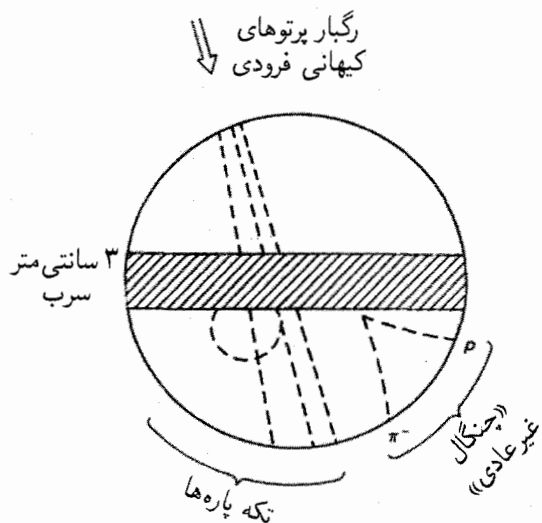
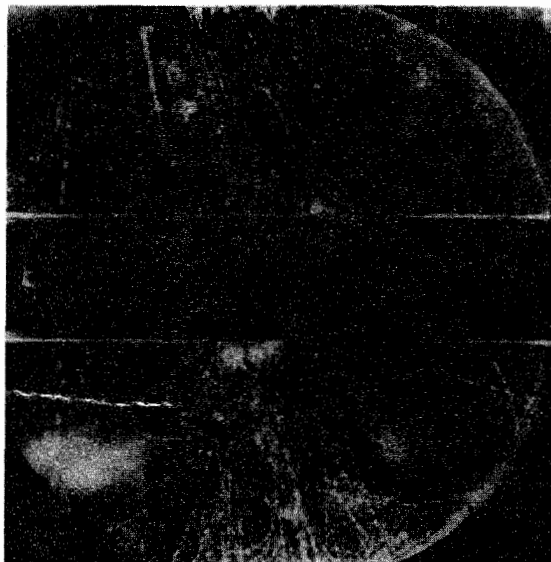
(در ابتدا K^0 را به نام V^0 و سپس θ^0 می شناختند؛ K^+ در ابتدا π^+ نامیده می شد. شناسایی آنها به عنوان انواع باردار و خنثی یک ذره بنیادی تا سال ۱۹۵۶ به طور کامل جا افتاده نبود — اما این مسئله دیگری است که در فصل ۴ به آن بازمی گردیم.) کائونها از چند جهت شبیه پیونهای سنگین هستند و بنابراین خانواده مزون با دربرگیری آنها گسترش یافت. در این رابطه مزنهاى بیشتری نیز کشف شدند — ω , ϕ , η و ρ ها و غیره.

در این بین، در ۱۹۵۰ گروه آندرسون در کالک ذره «V» خنثی دیگری را پیدا کردند. عکسها شبیه عکسهای راجستر (شکل ۸-۱) بودند، اما این بار محصولات یک p^+ و یک π^- بود. بی شک این ذره به طور قابل ملاحظه ای سنگین تر از پروتون است. آن را Λ می نامیم:



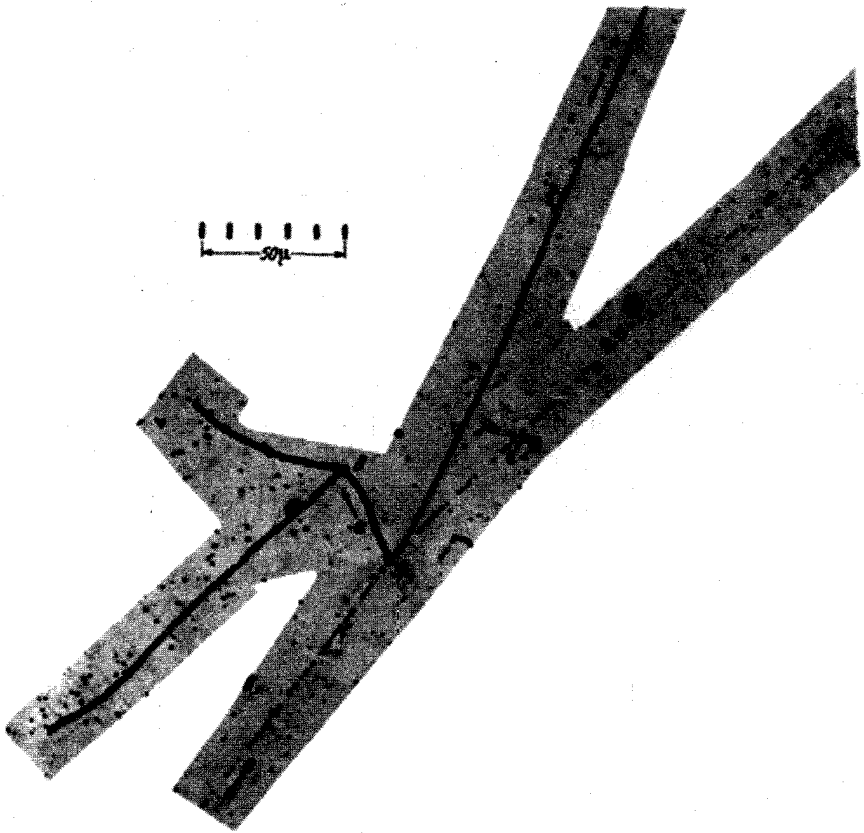
لاندآ به همراه پروتون و نوترون متعلق به خانواده باریون است. برای پی بردن به این موضوع، باید به ۱۹۳۸ برگردیم. این پرسش مطرح شده بود که «چرا پروتون پایدار است؟» برای مثال چرا به یک پوزیترون و یک فوتون وانمی پاشد:





شکل ۸-۱ اولین ذره شگفت. پرتوهای کیهانی به صفحه سربی برخورد و تولید K^0 می‌کنند که بعداً به یک جفت پیون باردار و امی باشد.

لازم به ذکر نیست که رواج این واکنش برای ما بسیار ناخوشایند بود (تمام اتمها فرو می‌پاشیدند)، اما این (واکنش هیچ قانون شناخته شده تا سال ۱۹۳۸ را نقض نمی‌کند. (در واقع این فرایند خاص پایداری عدد لپتونی را نقض می‌کند، اما به خاطر داشته باشید که تا سال ۱۹۵۳ این قانون ناشناخته



شکل ۹-۱ K^+ از بالا وارد می‌شود و در نقطه A وافی‌باشد: $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ (پس از آن π^- در نقطه B باعث فروپاشی هسته‌ای می‌شود).

بود.) استاکلبرگ [۱۶] با مطرح کردن یک قانون پایداری عدد باریونی پایداری پروتون را توجیه کرد: تمام باریونها (که در ۱۹۳۸ به معنای پروتون و نوترون بود) دارای «عدد باریونی» $A = +1$ و پاد باریونها (\bar{n} و \bar{p}) دارای $A = -1$ هستند، پس عدد باریونی کل در هر فرایند فیزیکی پایسته است. بنابراین واپاشی بتازای نوترون ($n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$) مجاز است (قبل و بعد از فرایند $A = 1$ است) و همچنین واکنشی که اولین بار پاد پروتون در آن مشاهده شد نیز مجاز است:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p} \quad (۲۶-۱)$$

(در دو طرف $A = 2$ است). اما پروتون به عنوان سبک‌ترین باریون جایی برای رفتن ندارد؛

پایستگی عدد باریونی پایداری مطلق آن را تضمین می‌کند.* اگر بخواهیم پایستگی عدد باریونی در واکنش (۱-۲۴) برقرار بماند باید لاندای به خانوادهٔ باریونی منتسب شود. چند سال پس از آن باریونهای سنگین‌تر بیشتری کشف شد — Σ ها، Ξ ها و Δ ها و نظایر آن. [درضمن برخلاف لپتونها و باریونها، مزونها پایسته نیستند. در واپاشی پيون $(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu)$ یک مزون از بین می‌رود و در واپاشی لاندای $(\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-)$ یک مزون خلق می‌شود.]

با مزونها و باریونهای سنگین جدید تا اندازه‌ای با شگفتی برخورد شد، این ذرات مشترکاً ذرات «شگفت» نامیده شدند. در ۱۹۵۲ اولین شتابدهندهٔ ذرات جدید (کاسموترون بروکهاون) شروع به کار کرد و به‌زودی توانست ذرات شگفت را در آزمایشگاه تولید کند (قبل از آن تنها چشمهٔ آنها پرتوهای کیهانی بود) ... و در نتیجه آهنگ تکثیر آنها افزایش یافت. ویلیزلمب در مراسم دریافت جایزهٔ نوبل سال ۱۹۵۵ سخنرانی‌اش را با این کلمات آغاز کرد:

هنگامی که اولین جایزهٔ نوبل در سال ۱۹۰۱ اهدا شد، فیزیکدانان فقط چیزهایی در مورد دو جسم که امروزه آنان را «ذرات بنیادی» می‌نامیم می‌دانستند: الکترون و پروتون. پس از سال ۱۹۳۰ سلی از ذرات «بنیادی» دیگر پدید آمد، نوترون، نوترینوها، مزون π ، مزون μ ، مزونهای سنگین‌تر و هیبرونهای مختلف. شنیده‌ام که قرار است «معمول بود که به کاشف ذرهٔ بنیادی جدید جایزهٔ نوبل اهدا شود، اما باید با ۱۰۰۰۰ دلار جریمه همراه باشد».

نه تنها ذرات جدید غیرمنتظره بودند، بلکه درواقع از یک جنبهٔ دیگر نیز «عجیب» به نظر می‌رسیدند: آنها به‌وفور تولید می‌شوند (در مقیاس زمانی حدود 10^{-23} ثانیه). اما واپاشی آنها نسبتاً کند است (نوعاً حدود 10^{-10} ثانیه). این موضوع پائیس [۱۷] و دیگران را واداشت که بگویند، سازوکاری که در تولید آنها دخیل است با سازوکار حاکم بر تجزیهٔ آنها تفاوت کلی دارد. به زبان امروزی، عامل تولید ذرات شگفت نیروهای قوی (یعنی چیزی است که سبب پایداری هسته‌ها می‌شود) اما واپاشی آنها از طریق نیروهای ضعیف (نیرویی که باعث واپاشی بتا و سایر فرایندهای نوترینویی است) صورت می‌گیرد. جزئیات طرح پائیس ایجاب می‌کند که ذرات شگفت به‌صورت زوج تولید شوند. شواهد تجربی برای این موضوع در آن روزها بسیار دوراز دسترس بود، اما در سال ۱۹۵۳ گللمان [۱۸] و نیشی جیما [۱۹] روش ساده و زیبایی را برای بهبود نظر پائیس یافتند و با کامیابی محصورکننده‌ای آن را توسعه دادند. آنها به هر ذره یک ویژگی جدید نسبت دادند (گللمان آن را «شگفتی» نامید) که (مانند بار، عدد لپتونی، و عدد باریونی) در هر برهم‌کنش قوی پایسته است اما برخلاف موارد قبلی در برهم‌کنش ضعیف پایسته نیست. برای مثال در یک برخورد پيون-پروتون، می‌توان دو ذرهٔ شگفت تولید کرد:

* نظریه‌های «وحدت بزرگ» جدید تخلف جزئی از پایستگی عدد باریون را مجاز می‌داند و در این نظریه‌ها پروتون مطلقاً پایدار نیست.

$$\begin{aligned}
 \pi^- + p^+ &\rightarrow K^+ + \Sigma^- \\
 &\rightarrow K^0 + \Sigma^0 \\
 &\rightarrow K^0 + \Lambda
 \end{aligned}
 \quad (27-1)$$

در اینجا K دارای شگفتی $S = +1$ ، Σ ها و Λ دارای شگفتی $S = -1$ دارند و ذرات معمولی π ، p و n — دارای $S = 0$ هستند. اما هیچگاه نمی‌توان یک ذره شگفت تولید کرد:

$$\begin{aligned}
 \pi^- + p^+ &\nrightarrow \pi^+ + \Sigma^- \\
 &\nrightarrow \pi^0 + \Lambda \\
 &\nrightarrow K^0 + n
 \end{aligned}
 \quad (28-1)$$

از طرف دیگر وقتی این ذرات وامی‌باشند، شگفتی پایسته نیست:

$$\begin{aligned}
 \Lambda &\rightarrow p^+ + \pi^- \\
 \Sigma^+ &\rightarrow p^+ + \pi^0 \\
 &\rightarrow n + \pi^+
 \end{aligned}
 \quad (29-1)$$

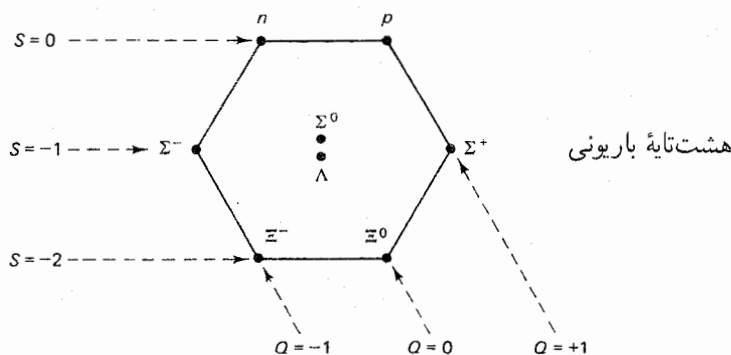
زیرا این فرایندها ضعیف هستند که در آنها پایداری شگفتی برقرار نیست.

در نسبت دادن شگفتی به ذرات آزادی عمل وجود دارد. می‌توانستیم $S = +1$ را برای Σ ها و Λ و $S = -1$ را برای K^+ و K^0 به کار ببریم. در واقع در بازنگری شاید بدین صورت بهتر هم بود. [به همین ترتیب، قرارداد اولیه بنیامین فرانکلین برای بارهای منفی و مثبت در آن زمان کاملاً اختیاری بود و از بداقبالی در آن زمان ذرات حامل جریان (الکترون) منفی اختیار شدند.] نکته مهم آن است که نوعی تخصیص اعداد شگفتی هماهنگ به تمام هادرونها (باریونها و مزونها) وجود دارد که فرایندهای قوی مشاهده شده را توجیه می‌کند و «نشان می‌دهد» که چرا فرایندهای دیگر رخ نمی‌دهد. (لپتونها و فوتون به طور کلی به نیروهای قوی حساس نیستند. بنابراین شگفتی در مورد آنها به کار نمی‌رود.) باغی که در ۱۹۴۷ بسیار مرتب می‌نمود در ۱۹۶۰ به یک جنگل تبدیل شد و فیزیک هادرونها را فقط می‌شد به صورت آشوب توصیف کرد. ذرات با برهم‌کنش قوی به دو خانواده بزرگ — باریونها و مزونها — تقسیم شدند و اعضای هر خانواده با بار، شگفتی و جرمشان از هم متمایز شدند؛ اما فراتر از آن هیچ دلیل و برهانی برای تمام این چیزها وجود نداشت. این موقعیت برای بسیاری از فیزیکدانان یادآور وضعیت شیمی در قرن پیش از آن (قرن نوزدهم) بود، روزهای قبل

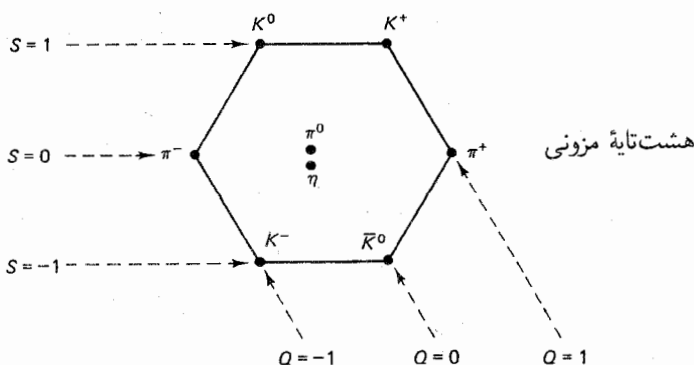
از جدول تناوبی، که خصوصیات عناصر مشخص شده بود، اما هیچ قاعده و سیستمی بر آنها حاکم نبود. در ۱۹۶۰ ذرات بنیادی در انتظار «جدول تناوبی» خود بود [۲۰].

۷-۱ راه هشت‌گانه (۱۹۶۱-۱۹۶۴)

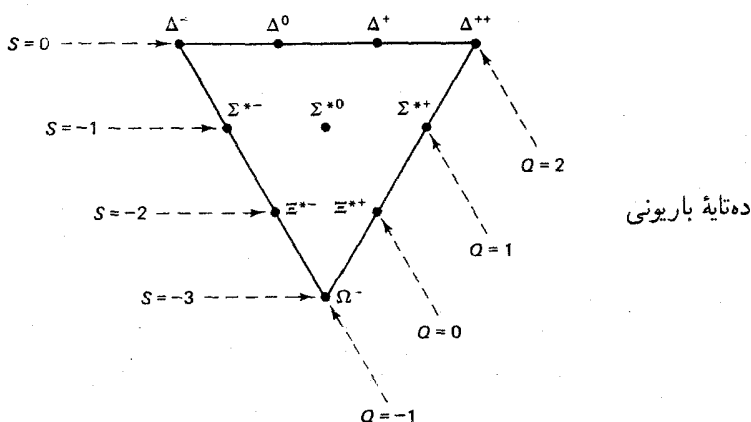
مورای گل‌مان مندلیف فیزیک ذرات بنیادی بود، و در سال ۱۹۶۱ آنچه به اصطلاح راه هشت‌گانه نامیده می‌شود را معرفی کرد [۲۱]. (اساساً همین طرح مشابه مان به طور مستقل پیشنهاد کرده بود.) راه هشت‌گانه باریونها و مزونها را برحسب بار و شگفتی‌شان در طرحهای هندسی غیرعادی مرتب می‌کند. هشت تا از سبک‌ترین باریونها در آرایه‌ای شش ضلعی قرار می‌گیرند که دارای دو ذره در مرکز است:



این گروه به هشت‌تایهٔ باریونی معروف است. توجه کنید که ذرات دارای بار یکسان روی خطوط قطری سرازیر قرار می‌گیرند. با $Q = +1$ (با یکای بار پروتون) برای پروتون و Σ^+ ؛ $Q = 0$ برای نوترون، لاند، Σ^0 ، Ξ^0 ؛ $Q = -1$ برای Σ^- و Ξ^- . خطوط افقی مربوط به ذرات با شگفتی یکسان است: $S = 0$ برای پروتون و نوترون، $S = -1$ برای خط میانی و $S = -2$ برای دو Ξ . هشت تا از سبک‌ترین مزونها طرح شش ضلعی مشابهی را پر می‌کنند و هشت‌تایهٔ مزونی (شبه‌نرده‌ای) را تشکیل می‌دهند:



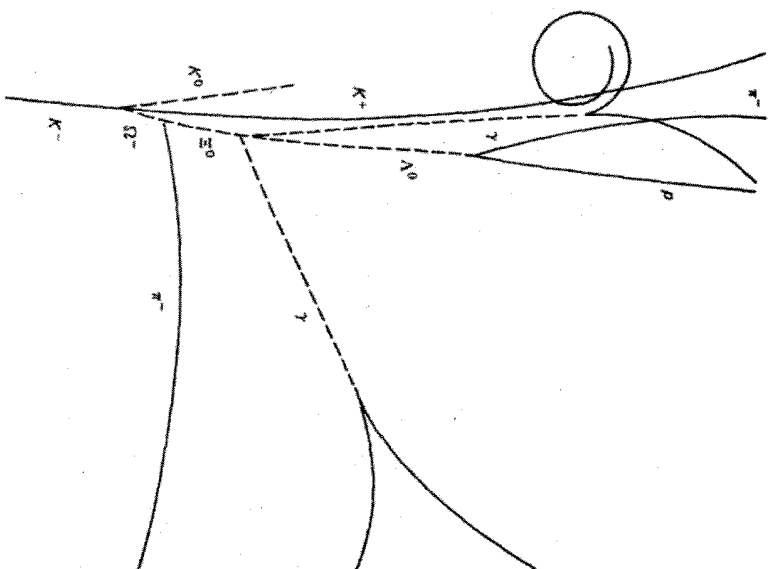
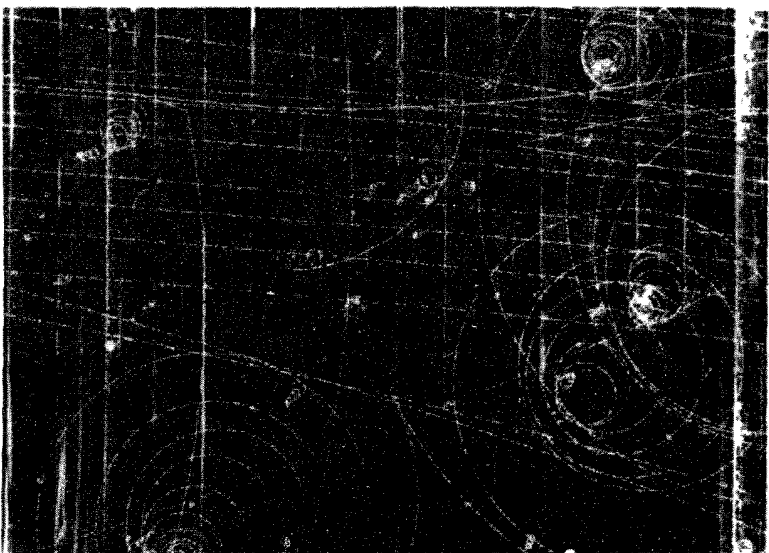
بار دیگر خطوط قطری بار، و خطوط افقی، شگفتی را تعیین می‌کنند، اما در اینجا خط بالایی $S = 1$ ، خط میانی $S = 0$ و خط پایینی $S = -1$ است. (این اختلاف اتفاقی تاریخی است، گلمان می‌توانست $S = 1$ را به پروتون و نوترون، $S = 0$ را به Σ ها، Λ و $S = -1$ را به Ξ ها نسبت دهد. در ۱۹۵۳ او هیچ دلیلی برای ترجیح دادن این انتخاب نداشت و طبیعی‌تر به نظر می‌رسید که به ذرات آشنای پروتون، نوترون و پیون، شگفتی صفر نسبت داده شود. پس از ۱۹۶۱ یک واژه جدید — فوق‌بار — معرفی شد که برای مزونها برابر S و برای باریونها $S + 1$ بود. اما تحولات بعدی نشان داد که روی هم رفته شگفتی کمیتهی بهتر است و واژه «فوق‌بار» برای منظوری کاملاً متفاوت به‌کار گرفته شد.) شش ضلعی‌ها تنها شکل‌های مجاز در راه هشت‌گانه نیستند، برای مثال آرایه‌ای مثلثی با مشارکت 10 باریون سنگین‌تر نیز وجود دارد که ده‌تایه باریونی نامیده می‌شود.



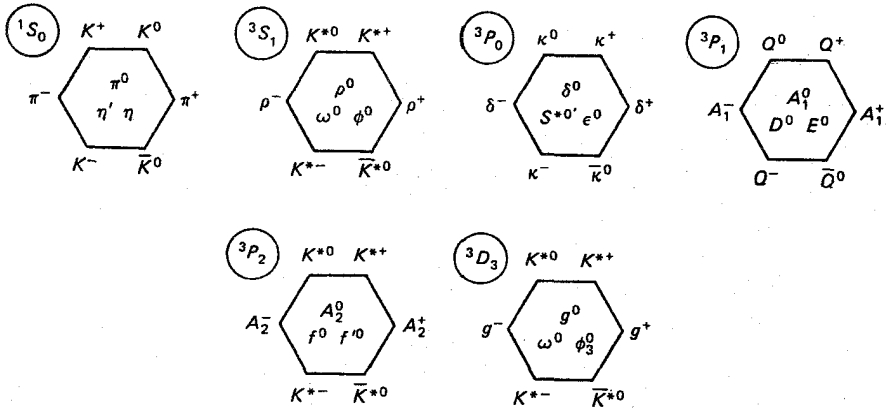
هنگامی که گلمان ذرات را در ده‌تایه جا می‌داد، چیز بسیار جالبی اتفاق افتاد. نه‌تا از ذرات به صورت تجربی شناخته شده بودند، اما دهمین ذره — که در پایین‌ترین نقطه قرار داشت و بارش -1 و شگفتی‌اش -3 بود — مفقود بود. تا آن زمان ذره‌ای با این ویژگی‌ها در آزمایشگاه آشکار نشده بود [۲۲]. گلمان جسورانه پیش‌بینی می‌کرد که چنین ذره‌ای باید پیدا شود و دقیقاً به آزمایشگران گفت که چگونه آن را باید تولید کنند. به علاوه گلمان جرم و بار آن را نیز حساب کرده بود — شما هم می‌توانید در مسئله ۱-۶ جرم و در مسئله ۱-۸ نیمه عمر آن را حساب کنید — و در واقع هم ذره معروف امگا منفی همان‌طور که گلمان پیشگویی کرده بود در سال ۱۹۶۴ کشف شد [۲۳] (شکل ۱-۱۰).

پس از کشف امگا منفی (Ω^-) هیچ‌کس در درستی راه هشت‌گانه تردیدی نکرده است.*

* همین اتفاق برای جدول تناوبی افتاد. سه «حفره» معروف (عناصر گمشده) در جدول مندلیف وجود داشت و او پیش‌بینی کرده بود که عناصر جدیدی برای پرکردن این گانه‌ها باید کشف شوند، مانند گلمان او نیز خواص آنها را توصیف کرد و بیست سال پس از آن هر سه آنها — گالیوم، اسکاندیم و ژمانیم — کشف شدند.



شکل ۱۰-۱. کشف Ω^- . عکس واقعی اتاقک حباب در سمت چپ نشان داده شده است؛ نمودار مربوط به ردھا در طرف راست آمده است.



شکل ۱-۱۱ نه‌تایه‌های مزونی تثبیت شده. بدیهی است که حرف کم آورده‌ایم. مرسوم است که ذرات مختلفی را که با یک حرف نشان داده می‌شوند با مشخص کردن جرمشان (به MeV/c^2) در داخل پرانتز از هم تمیز دهیم مثل $K^*(892)$ ، $K^*(1430)$ ، $K^*(1650)$ و نظایر آن. در این شکل ابر چندتایه‌ها را با نمادگذاری طیف‌نگاری برچسب زده‌ایم (نگاه کنید به فصل ۵) در حال حاضر بجز هشت‌تایه‌ها و ده‌تایه‌ها، ابر چندتایه‌های باریونی کاملی وجود ندارد هرچند نمودارهای زیادی وجود دارند که تا اندازه‌ای پر شده‌اند.

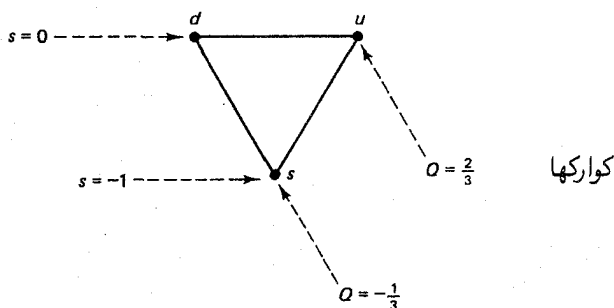
طی ۱۰ سال پس از آن، هر هادرون جدیدی جایی در یکی از ابرچندتایه‌های راه هشت‌گانه پیدا کرد. برخی از آنها در شکل ۱-۱۱ نشان داده شده‌اند. (این بدان معنی نیست که هیچ اشتباهی وجود نداشته است: ذراتی در جایی ظاهر شده‌اند که بعداً ظاهر نشدند. بعدها معلوم شد که از ۲۶ مزون موجود در جدول استاندارد در سال ۱۹۶۳، ۱۹ تاى آنها جعلی بودند!) علاوه بر هشت‌تایه و ده‌تایه باریونی و نظایر آن، هشت‌تایه، ده‌تایه و ... پاد باریونی نیز وجود دارد که در آنها علامت بار و شگفتی برعکس می‌شود. به هر حال، در مورد مزونها، پاد ذرات هم مانند ذرات نظیر خود ابر چندتایه‌های مشابه در محل‌هایی قرار دارند که صدوهشتاد رویه‌روی درجه با محل ذرات تفاوت دارد. بنابراین، پاد ذره π مثبت، π منفی است، پاد ذره K^- منفی، K - مثبت است و نظایر آن (پی- صفر و اتا پاد ذره خودشان هستند).

طبقه‌بندی اولین گام در توسعه هر عملی است. راه هشت‌گانه چیزی بیش از طبقه‌بندی صرف هادرونهاست، اما اهمیت واقعی آن در سازماندهی ساختاری آن است. فکر می‌کنم منصفانه است که بگویم راه هشت‌گانه آغازگر دوران جدیدی در فیزیک ذرات بوده است.

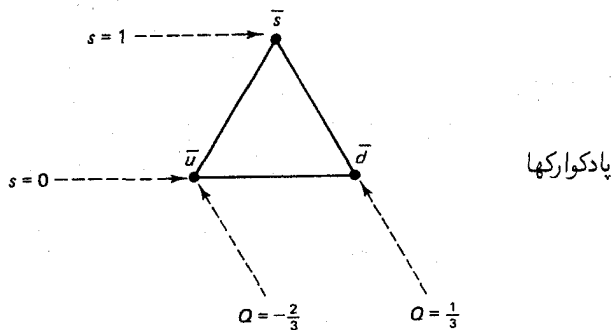
۱-۸ مدل کوارکی (۱۹۶۴)

اما موفقیت راه هشت‌گانه این پرسش را مطرح می‌کند که چرا هادرونها در این طرح‌های عجیب و

غریب قرار می‌گیرند؟ جدول تناوبی باید سالیان دراز صبر می‌کرد تا مکانیک کوانتومی و اصل طرد پائولی توجیهی برای آن پیدا کنند. اما، شناخت راه هشت‌گانه در ۱۹۶۴ هنگامی امکانپذیر شد که گلמן و زویگ، مستقل از یکدیگر، پیشنهاد کردند که در واقع تمام هادرون‌ها از اجزای بنیادی‌تری تشکیل شده‌اند. این اجزا را گلמן کوارک [۲۴] نامید. کوارک‌ها دارای سه نوع («طعم») هستند و یک مثلث «هشت‌گانه» را شکل می‌دهند.



کوارک u («up» در معنی بالا) حامل بار $2/3$ و شگفتی صفر؛ کوارک d («down» به معنی پایین) حامل بار $-1/3$ و $S=0$ ؛ کوارک s (در ابتدا s مخفف «sideways» کناری بود، اما امروزه به نام کوارک شگفت «strange» متداول‌تر است) حامل بار $-1/3$ و $Q=-1$ است. برای هر کوارک (q) پاد کوارک (\bar{q}) با بار و شگفتی، مخالف وجود دارد.



بنا بر مدل کوارک

۱. هر باریون از سه کوارک تشکیل شده است (و هر پاد باریون متشکل از سه پاد کوارک است).
۲. هر مزون مرکب از یک کوارک و یک پاد کوارک است.

با استفاده از این دو قاعده و حساب ابتدایی می‌توان ده‌تایه باریونی و هشت‌تایه مزونی را ساخت. آنچه لازم داریم تشکیل فهرستی از ترکیب‌های مختلف سه کوارک (یا جفت کوارک-پاد کوارک) و جمع‌کردن بار و شگفتی آنها با هم است:

ده‌تایهٔ باریونی			
qqq	Q	S	باریون
uuu	۲	۰	Δ^{++}
uud	۱	۰	Δ^+
udd	۰	۰	Δ^0
ddd	-۱	۰	Δ^-
uus	۱	-۱	Σ^{*+}
uds	۰	-۱	Σ^{*0}
dds	-۱	-۱	Σ^{*-}
uss	۰	-۲	Ξ^{*0}
dss	-۱	-۲	Ξ^{*-}
sss	-۱	-۳	Ω^-

توجه کنید که در اینجا ۱۰ ترکیب از سه کوارک وجود دارد. برای مثال سه‌تا u با $Q = ۲/۳$ بار کل $Q = ۲$ و شگفتی صفر را به‌دست می‌دهند و این ذرهٔ Δ^{++} است. همین‌طور تا پایین جدول تمام اعضای ده‌تایه‌ای که به Ω^- متشکل از سه کوارک s ختم می‌شود را پیدا می‌کنیم. همین‌طور فهرست ترکیبهای کوارک-پاد کوارک جدول مزونی را می‌دهد:

نه‌تایهٔ مزونی			
$q\bar{q}$	Q	S	مزون
$u\bar{u}$	۰	۰	π^0
$u\bar{d}$	۱	۰	π^+
$d\bar{u}$	-۱	۰	π^-
$d\bar{d}$	۰	۰	η
$u\bar{s}$	۱	۱	K^+
$d\bar{s}$	۰	۱	K^0
$s\bar{u}$	-۱	-۱	K^-
$s\bar{d}$	۰	-۱	\bar{K}^0
$s\bar{s}$	۰	۰	??

اما صبر کنید! در اینجا ۹ ترکیب وجود دارد ولی فقط هشت ذره در هشت‌تایهٔ مزونی وجود دارد. مدل کوارک ایجاب می‌کند که مزون سومی با $Q = ۰$ و $S = ۰$ (به‌غیر از π^0 و η) وجود داشته باشد. معلوم شد که این ذره η' قبلاً به‌طور تجربی کشف شده است. در راه هشت‌گانه η' به‌تنهایی به‌صورت یک تک‌تایه طبقه‌بندی شده بود. طبق مدل کوارکی این ذره در واقع به‌همراه هشت مزون

دیگر یک نه تایی مزونی را تشکیل می دهند. (چون $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ و $s\bar{s}$ همگی دارای $Q = 0$ و $S = 0$ هستند، بر مبنای کارهایی که تاکنون کرده ایم نمی توان گفت کدام یک π^0 یا کدام η یا کدام η' است. اما این اهمیتی ندارد، نکته مهم آن است که سه مزون با $Q = S = 0$ وجود دارد.) در ضمن، پاد مزونها خود به خود در ابر چند تایی همانند مزونها قرار می گیرند: $u\bar{d}$ پاد ذره $d\bar{u}$ است و برعکس. شاید متوجه شده باشید که از بحث در مورد هشت تایی باریونی اجتناب کرده ایم — و معلوم نیست که چگونه با در کنار هم قرار دادن سه کواریک می توان هشت باریون به دست آورد. در واقع، روال کار کاملاً سراسر است، اما به ابزاری برای کار با اسپین نیاز دارد و آن را تا فصل ۵ به تعویق می اندازیم. فعلاً شما را با این مشاهده اسرارآمیز و سوسه می کنم که اگر ده تایی را در نظر بگیرید و سه گوشه آن (که در آن هر سه کواریک یکسانند — uuu , ddd و sss) را کنار بگذارید و مرکز را (که هر سه کواریک آن متفاوت اند — uds) دوبار کنید، درست هشت حالت از هشت تایی باریونی را به دست می آورید. بنابراین همین مجموعه از کواریکی را می توان برای هشت تایی در نظر گرفت؛ فقط بعضی ترکیبها اصلاً ظاهر نمی شوند و برخی دوبار ظاهر می شوند.

در واقع تمام ابر چند تایی های راه هشت گانه به صورت طبیعی از مدل کواریکی بیرون می آیند. البته ترکیب یکسانی از کواریکها می توانند ذرات مختلفی را بسازند: دلتا مثبت و پروتون هر دو از دو u و یک d تشکیل شده اند؛ پی-مثبت و رو-مثبت هر دو $u\bar{d}$ هستند و غیره. همان طوری که اتم هیدروژن (الکترون به علاوه پروتون) ترازهای انرژی بسیار متفاوتی دارد، کواریکها نیز می توانند به طرق مختلف در کنار یکدیگر قرار بگیرند. اما، در حالی که ترازهای انرژی مختلف در سیستم الکترون-پروتون نسبتاً به هم نزدیک هستند (در اتمی که انرژی سکونش تقریباً 10^9 الکترون ولت است، فاصله بین آنها نوعاً حدود چند الکترون ولت است)، پس طبیعی است که همه آنها را «هیدروژن» بدانیم، اما فاصله ترازهای مختلف انرژی در سیستم مقید کواریکی بسیار زیاد است و معمولاً آنها را ذرات متفاوت در نظر می گیریم. پس اصولاً می توان تعداد نامتناهی از هادرونها را فقط با سه کواریک ساخت. اما به هر حال توجه داشته باشید که برخی چیزها اصلاً وارد مدل کواریکی نمی شوند: برای مثال هیچ ترکیبی از سه کواریک نمی تواند باریونی با $Q = -2$ و $S = 0$ را تولید کند و یا هیچ مزونی نمی تواند بار $+2$ (مانند باریون Δ^{++}) یا شگفتی -3 (مانند Ω^-) داشته باشد. برای مدت زمانی طولانی آزمایشهای زیادی در پی این ذرات «نامتعارف» می گشتند، چنین کشفی برای مدل کواریکی ویرانگر بود، اما هیچ یک از آنها هرگز یافت نشدند (مسئله ۱-۱۱).

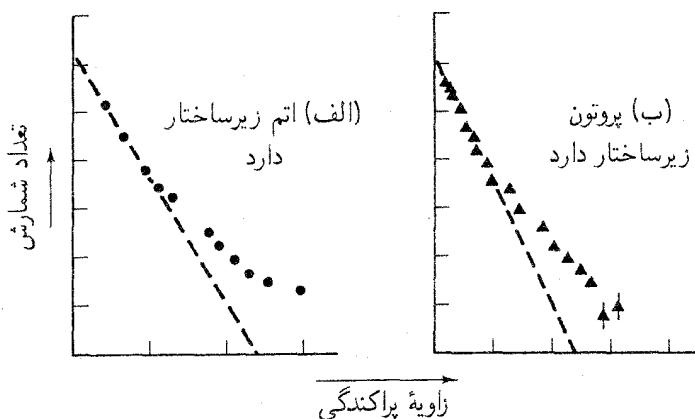
در هر حال، مدل کواریکی از ناسامانی عمیقی رنج می برد: به رغم جستجوی مستمر ۲۰ ساله هیچ کس تاکنون یک کواریک مجزا را ندیده است. اگر واقعاً پروتون از سه کواریک ساخته شده است، می توان تصور کرد که اگر چیزی را محکم به آن بگوییم، کواریکها از آن بیرون می جهند. تشخیص آنها نیز چندان دشوار نیست، چون دارای علامت بارز بار کسری اند؛ آزمایش معمولی قطره روغن

میلیکان باید کار شناسایی را انجام دهد. به علاوه حداقل یکی از کوارکها باید کاملاً پایدار باشد، چون ذرهٔ سبک‌تری با بار کسری وجود ندارد، این کوارک به چه چیز دیگری می‌تواند واباشد؟ پس کوارک باید به آسانی تولید شود، به آسانی شناسایی شود، و به آسانی ذخیره شود، اما تاکنون هیچ‌کس نتوانسته است یکی از آنها را بیابد.

ناکامی آزمایشهای تولید کوارکهای منزوی باعث بدبینی گسترده‌ای در مورد مدل کوارکی در اواخر دههٔ شصت و اوایل دههٔ هفتاد شد. کسانی که به این مدل معتقد بودند کوشیدند با وارد کردن مفهوم حبس کوارکی ناامیدیشان را پنهان کنند: شاید به دلایلی که هنوز نمی‌دانیم، کوارکها در باریونها و مزونها مطلقاً محبوس باشند، بنابراین هر قدر که سعی کنید نمی‌توانید آنها را بیرون بکشید. البته این موضوع چیزی را توجیه نمی‌کند و فقط نامی به سرخوردگی مان می‌دهد. اما لااقل موضوعی را که مسئلهٔ نظری سرنوشت‌ساز دههٔ هشتاد را که شناخت سازوکار حبس کوارکی است به خوبی مطرح می‌کند. نشانه‌هایی مبنی بر وجود یک راه‌حل وجود دارد [۲۵].

حتی اگر همهٔ کوارکها در هادرونها گیر کرده باشند باز هم مطالعهٔ تجربی آنها دور از دسترس نیست. می‌توان داخل پروتون را به همان طریقی که رادرفورد درون اتم را بررسی کرد - با شلیک چیزهایی به درون آن-کاوید. آزمایشهایی از این نوع در اواخر دههٔ شصت با استفاده از الکترونها پراثری در مرکز شتاب‌دهندهٔ خطی استنفورد (SLAC) انجام شد. آنها آزمایش را در اوایل دههٔ هفتاد با استفاده از باریکهٔ نوترینو در سرن (CERN) و سپس با استفاده از پروتونها تکرار کردند. نتایج این آزمایشها که به «پراکندگی ناکشسان عمیق» موسوم است به‌طور شگفت‌آوری یادآور نتایج آزمایشهای رادرفورد است (شکل ۱-۱۲): اغلب ذرات فرودی مستقیماً عبور می‌کنند در صورتی که تعداد کمی از آنها به عقب برمی‌گردند. این بدان معنی است که بار پروتون در قطعات کوچکی متمرکز شده است درست شبیه نتایج آزمایش رادرفورد که نشان می‌داد بار مثبت اتم در هسته متمرکز شده است [۲۶]. به هر حال، در مورد پروتون شواهد دال بر آن است که به جای یک قطعه، سه قطعه وجود دارد. بدیهی است که این امر تأیید محکمی از مدل کوارکی است، اما هنوز قطعی نیست.

سرانجام، یک ایراد نظری بر مدل کوارکی وارد بود. به نظر می‌رسید که این مدل اصل طرد پائولی را نقض می‌کند. در فرمولبندی اولیهٔ پائولی، اصل طرد اظهار می‌داشت که هیچ دو الکترونی نمی‌توانند یک حالت را اشغال کنند. به هر حال، بعداً ثابت شد که این قاعده در مورد ذرات با اسپین نیم صحیح به کار می‌رود (اثبات آن یکی از مهم‌ترین دستاوردهای نظریهٔ میدان کوانتومی است). به‌ویژه، اصل طرد باید برای کوارکها نیز برقرار باشد که همان‌طور که خواهیم دید باید دارای اسپین $1/2$ باشند. برای مثال فرض می‌شود Δ^{++} از سه کوارک یکسان u در یک حالت تشکیل شده باشد؛ به نظر می‌رسد این مورد (و همچنین Δ^- و Ω^-) با اصل پائولی ناسازگار باشند. در سال ۱۹۶۴، گرینبرگ راهی برای گریز از این معضل پیشنهاد کرد [۲۷]. او اظهار داشت کوارکها نه تنها



در سه طعم (u, d, s) ظاهر می‌شوند، بلکه هر یک از آنها می‌توانند هر سه رنگ (گویی «قرمز»، «آبی» و «سبز») هم داشته باشند. برای ساختن یک باریون، به‌سادگی می‌توان یک کوارک از هر رنگ را در نظر می‌گیریم، پس دیگر u ها در Δ^{++} یکسان نیستند (یکی از آنها قرمز، یکی آبی و دیگری سبز است). چون اصل طرد فقط برای هر ذرات یکسان به‌کار می‌رود، مسئله حل است. فرض رنگ شبیه تردستی به‌نظر می‌رسد و بسیاری در ابتدا آن را نفس آخر مدل کوارکی می‌پنداشتند. بعدها معلوم شد که وارد کردن رنگ یکی از سودمندترین ایده‌های زمان ما بوده است. لازم به ذکر نیست که واژه «رنگ» در اینجا هیچ ربطی به معنی لغوی معمول آن ندارد. قرمزی، آبی و سبزی فقط برچسبهایی برای نشان دادن سه ویژگی است که کوارکها علاوه بر بار و شگفتی دارند. یک کوارک قرمز، حامل یک واحد قرمزی، صفر تا آبی و صفر تا سبزی است و پاد ذره آن حامل منهای یک واحد قرمزی و نظایر آن است. برای مثال می‌توانستیم این کمیتها را X ، Y و Z بنامیم. به‌هر حال اصطلاح رنگ یک جنبه به‌ویژه زیبا را داراست؛ زیرا مشخصه ساده و مطبوعی را از ترکیبات ویژه کوارکها که در طبیعت یافت می‌شوند بیان می‌کند.

تمام ذرات موجود در طبیعت بی‌رنگ‌اند

منظورمان از «بی‌رنگی» آن است که یا مقدار کل هر رنگ صفر است یا هر سه رنگ به مقدار

مساوی وجود دارند. (مورد اخیر برداشتی از این واقعیت ایتیکی است که ترکیب باریکه‌های سه رنگ اصلی نور سفید را می‌سازد) این قاعده زیرکانه «توضیح» می‌دهد (اگر این عبارت لغتی برای آن باشد) که چرا نمی‌توانید ذره‌ای را با دو کوارک یا چهار کوارک بسازید و همچنین دال بر این است که چرا در طبیعت کوارک‌های تک وجود ندارد. تنها ترکیبات بی‌رنگی که می‌توان ساخت عبارت‌اند از $qq\bar{q}$ (مزونها)، qqq (باریونها) و $q\bar{q}q\bar{q}$ (پاد باریونها). (البته ترکیب شش کوارکی نیز می‌توان داشت، اما آن را صورت حالت‌های مقید دو باریونی تعبیر می‌کنیم).

۱-۹ انقلاب نوامبر و پیامدهای آن (۱۹۷۴-۱۹۸۳)

دهه ۱۹۶۴ تا ۱۹۷۴ ایام بی‌شمی برای فیزیک ذرات بنیادی بود. مدل کوارک که در ابتدا امیدبخش به نظر می‌رسید، در نهایت در برزخی ناراحت‌کننده قرار گرفت. این مدل موفقیت‌های قابل توجهی داشت: می‌توانست به سادگی راه هشت‌گانه را توصیف کند، و پیش‌بینی درستی از ساختار قلبه‌قلبنه پروتون داشت. اما دو نقص آشکار هم داشت که عبارت بودند از نبود دلیل تجربی سازگار بر وجود کوارک‌های آزاد و ناسازگاری با اصل پائولی. کسانی که مدل را دوست داشتند این ناکامیها را با نظریه حبس کوارکی و فرضیه رنگ، که در آن زمان استدلالی شفاف به نظر می‌رسید، توجیه کردند. اما فکر می‌کنم بتوان گفت که تا سال ۱۹۷۴ بیشتر فیزیکدانان ذرات بنیادی در مورد مدل کوارک احساس ناراحت‌کننده‌ای داشتند. تکه‌های داخل پروتون، پارتون نام گرفت و وابسته‌کردن صریح آنها به کوارک‌های نامتعارف بود.

آنچه مدل کوارکی را نجات داد کشف کوارک‌های آزاد یا توجیه حبس کوارکی و یا تأیید فرضیه رنگ نبود، بلکه چیزی کاملاً متفاوت و (تقریباً) [۲۸] کاملاً غیرمنتظره رخ داد که کشف مزون پسی بود. ψ را ابتدا گروهی تحت نظارت تینگ در بروکهاون در تابستان ۱۹۷۴ مشاهده کردند. اما تینگ می‌خواست قبل از اعلام عمومی آن نتایج خود را بررسی کند و این کشف تا تعطیلات آخر هفته ماه نوامبر (۱۱-۱۰ نوامبر) به طور حیرت‌انگیزی به صورت یک راز سر به مهر باقی ماند، و این زمانی بود که ذره جدید را گروه بارتون ریشتر در SLAC به طور مستقل کشف کردند. سپس دو گروه آن را همزمان منتشر کردند [۲۹]، تینگ این ذره را J و ریشتر آن را ψ نامید. ذره J/ψ به لحاظ الکتریکی خنثی، و مزونی بسیار سنگین است — بیش از سه برابر وزن پروتون (این تصور اولیه که مزونها «میان‌وزن» و باریونها «سنگین‌وزن» هستند مدتی بود که از میان رفته بود). اما آنچه این ذره را غیرعادی می‌ساخت طول عمر بسیار طولانی آن بود. ψ قبل از فروپاشی 10^{-20} ثانیه دوام می‌آورد. شاید 10^{-20} ثانیه به عنوان طول عمر طولانی شما را چندان تحت تأثیر قرار ندهد، اما باید بدانید که طول عمر هادرونها در این محدوده جرمی نوعاً از مرتبه 10^{-23} ثانیه است. بنابراین ψ طول عمری حدود 10^{10} برابر بیشتر از ذرات مشابه دارد. این موضوع مانند آن است که شخصی

به دهکده دورافتاده‌ای در پرو یا قفقاز برخورد کند که سن افرادش ۷۰۰۰۰ سال است. این یک ناهنجاری آماری نیست، بلکه می‌تواند علامت مطرح بودن یک زیست‌شناسی جدید باشد. همین وضع برای ψ وجود دارد و برای کسانی که می‌فهمند، طول عمر دراز آن یک فیزیک جدید را مطرح می‌کند. به همین دلیل، شتاب‌گرفتن وقایع پس از کشف ψ به انقلاب نوامبر [۳۰] معروف شد.

در ماه‌های پس از آن سرشت واقعی ψ موضوع مباحثه‌های جالبی بود، اما توجه برنده را مدل کوارکی فراهم ساخت. اکنون همه پذیرفته‌اند که ψ یک حالت مقید از یک کوارک جدید (چهارم) به نام کوارک c (افسون) و پاد کوارک آن است: $\psi = (c\bar{c})$. در واقع ایده طعم چهارم و حتی نام غریب آن را سالها قبل بیورکن و گلاشو [۳۱] مطرح کرده بودند. در واقع هم‌سنگی حیرت‌آوری بین لپتونها و کوارکها وجود داشت:

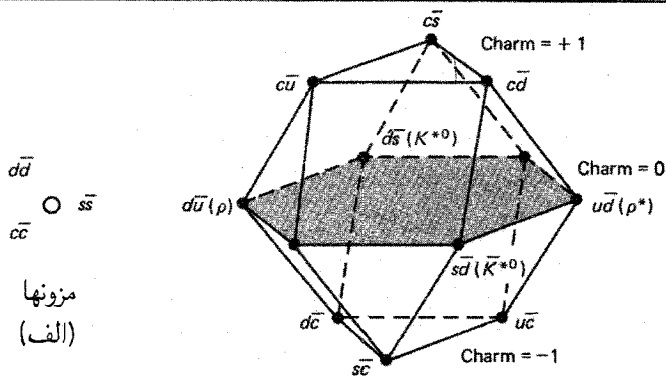
لپتونها: e, ν_e, μ, ν_μ

کوارکها: d, u, s

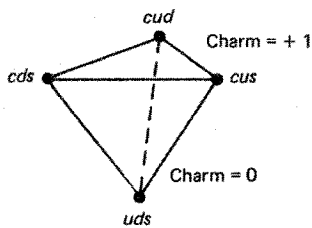
اگر همه مزونها و باریونها از کوارکها ساخته شده باشند، این دو خانواده ذرات بنیادی واقعی هستند. اما چرا چهار لپتون و فقط سه کوارک؟ بهتر نبود که تعداد هر کدام از آنها چهارتا می‌بود؟ بعدها گلاشو، ایلویپولوس و مایانی [۳۲] دلایل عملی قانع‌کننده‌تری را برای لزوم کوارک چهارم مطرح کردند. اما ایده ساده هم‌سنگی کوارکها و لپتونها یکی از آن حدسهایی دور از ذهن است که بیش از آنچه بانیان آن تصور می‌کردند، پرمحتوا بود.

بنابراین هنگامی که ψ کشف شد، مدل کوارکی آماده و منتظر توضیح دادن بود. به علاوه این توضیح پر از استلزامهایی نیز بود. اگر کوارک چهارم وجود داشته باشد، تمام انواع باریونها و مزونها ی جدید باید حامل مقادیر مختلفی از افسون باشند. برخی از آنها در شکل ۱-۱۳ نشان داده شده است. امکانات دیگری را نیز می‌توانید به عنوان تمرین به دست آورید (مسائل ۱-۱۴ و ۱-۱۵). دقت کنید که خود ψ حامل هیچ افسون خالصی نیست. زیرا اگر افسون c برابر $1+$ باشد، افسون \bar{c} باید $1-$ باشد؛ افسون ψ «پنهان» است. برای تأیید فرضیه افسون تولید ذره‌ای، افسون «برهنه» (یا «تنها») مهم است [۳۳]. اولین شاهد برای باریون افسون‌دار $(\Lambda_c^+ = udc)$ و شاید $(\Sigma_c^{++} = uuc)$ در ۱۹۷۵ ظاهر شد (شکل ۱-۱۴) [۳۴]. اولین مزون باردار $(D^+ = c\bar{d}$ و $D^0 = c\bar{u})$ در ۱۹۷۶ پیدا شد [۳۵] و مزون شگفت افسون‌دار $(F^+ = c\bar{s})$ در ۱۹۷۷ کشف شد [۳۶]. (اخیراً مزون F به D_s تغییر نام داده است. البته شواهدی دال بر usc و ssc نیز وجود دارد). با این کشفیات تعبیر ψ به صورت $c\bar{c}$ محرز شد. مهم‌تر آنکه مدل کوارک بر جای خود مستحکم‌تر شد.

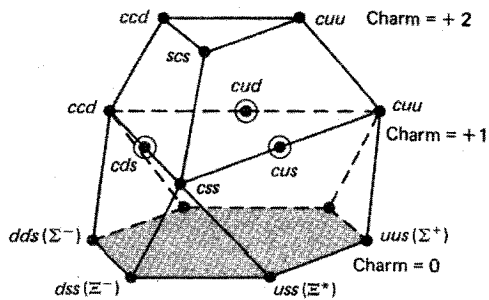
به‌هرحال، داستان در اینجا به پایان نمی‌رسد، در سال ۱۹۷۵ لپتون جدیدی کشف شد [۳۷] و تقارن گلاشو را به هم زد. این ذره جدید (تاو) احتمالاً دارای نوترینوی مربوط به خود نیز بود و



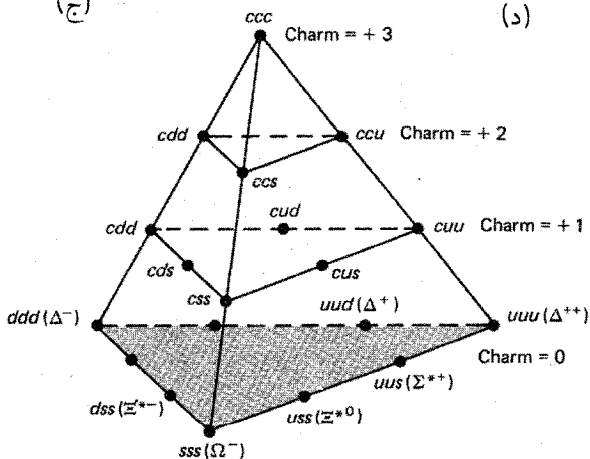
مزونها
(ب)



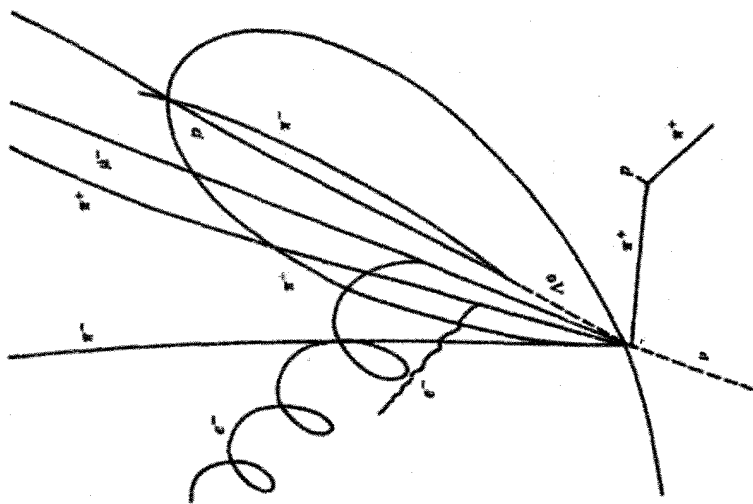
باریونهای
(ج)



باریونهای اسپین $\frac{1}{2}$
(د)



باریونهای اسپین $\frac{3}{2}$
(ه)



شکل ۱۴-۱. باریون افسون‌دار تغییر احتمالی این فرایند عبارت است از: $\pi^- + \pi^+ + \mu^- + \Lambda_c^+ + p \rightarrow \nu_\mu + p$. باریون افسون‌دار قبل از به‌جا‌گذاشتن ردی از خود وامی‌باشد ($\pi^+ + \pi^+ + \Lambda$) اما ولایاتی بعدی Λ به‌وضوح قابل رؤیت است.

بنابراین شش لبتون داشتیم و فقط چهار کوآرک. اما نگران نشوید، دو سال بعد مزون سنگین جدیدی (اوپسیلون) کشف شد [۳۸] و بلافاصله کوآرک پنجم b (برای زیبایی (*beauty*) یا کمتر (*bottom*) بسته به سلیقه شما) پا به میدان گذاشت: $\Upsilon = b\bar{b}$. بلافاصله تحقیق درباره مزونها و هادرونها با «زیبایی تنها» یا «نه تنها» آغاز شد. متأسفم، اما من این اصطلاحات را اختراع نکرده‌ام، تاندازه‌ای این نابخردی یادآور آن است که چگونه افراد در روزهای اولیه در جدی‌گرفتن مدل کوآرک محتاط بودند. ظاهراً اولین باریون زیبا $\Lambda_b = udb$ در ۱۹۸۱ [۳۹] مشاهده شد (ادعای آن به شدت مورد مجادله بود [۴۰])؛ اولین مزون زیبا $B^+ = b\bar{u}$ و $B^- = b\bar{u}$ در ۱۹۸۳ پیدا شد [۴۱]. در اینجا برای پیشگویی اینکه کوآرک ششمی نیز باید پیدا شود نیاز به تخیل چندانی نیست؛ برای آن نام t (برای حقیقت (*truth*)) و یا سر (*top*) در نظر گرفته شده است. با کشف کوآرک t در تابستان سال ۱۹۸۴ نشانه‌هایی دال بر مشاهده این کوآرک در سرن به دست آمد، تقارن گلاشو با شش کوآرک و شش لبتون ابقا می‌شود و در اینجا (گوش شیطان کر) تکثیر آن متوقف می‌شود.*

۱۰-۱ بوزونهای برداری میانه

در نظریه اولیه واپاشی بتا (۱۹۳۳) فرمی این فرایند را برهم‌کنشی تماسی در نظر گرفت که در یک نقطه به وقوع می‌پیوندد، و بنابراین به هیچ ذره واسطه‌ای نیاز نبود. اتفاقاً نیروی ضعیف (که مسئول واپاشی بتا است) بسیار کوتاه‌برد است، پس مدل فرمی دوران واقعیت نیست، و نتایج تقریبی بسیار عالی در انرژیهای کم می‌دهد. با این حال، شواهد زیادی وجود دارد که این رهیافت در انرژیهای زیاد درست از آب در نمی‌آید، و سرانجام باید نظریه‌ای که در آن برهم‌کنش با تبادل ذرات انجام می‌شود جانشین آن شود. این رابطه بوزون برداری میانی نامیده شد. چالش نظریه پردازان پیشگویی خواص بوزونهای برداری میانی، و برای آزمایشگران تولید یکی از آنها در آزمایشگاه بود. شاید به خاطر داشته باشید که یوکاوا با مسئله مشابهی در مورد نیروی قوی مواجه بود و توانست جرم بیون را برحسب برد نیرو، که آن را تقریباً هم اندازه هسته در نظر گرفت، برآورد کند. اما روش مشابهی برای اندازه‌گیری برد نیروی ضعیف وجود ندارد؛ هیچ «حالت مقید ضعیف» وجود ندارد که اندازه آن اطلاعی در مورد برد به ما بدهد. نیروی ضعیف، ضعیف‌تر از آن است که ذرات را به یکدیگر بپیوندد. برای سالیان متمادی پیشگوییهای جرم بوزونهای برداری میانی اندکی بیش از حد قریب به یقین بود (این «دریافته‌ها» به طور گسترده‌ای ناشی از ناکامی در آزمایشهایی بود که در انرژیهای فزاینده برای آشکارسازی ذره میانی انجام می‌شد). در سال ۱۹۶۲ معلوم شده بود که جرم این ذره باید حداقل نصف جرم پروتون باشد؛ ده سال بعد حد پایین تجربی آن به ۲٫۵ برابر جرم پروتون رسید.

* لازم به یادآوری است که کوآرک t در آوریل ۱۹۹۸ در آزمایشگاه فرمی کشف شد. -م.

اما قبل از پیدایش نظریه الکتروضعیف گلاشو، واینبرگ و سلام پیشگویی قطعی جرم امکانپذیر نشد. در این نظریه در واقع سه بوزون برداری میانی وجود دارد، دوتای آنها باردار (W^\pm) و یکی خنثی (Z) است. جرم آنها برابر مقادیر زیر محاسبه شد [۴۲].

$$M_W = 82 \pm 2 \text{ GeV}/c^2, \quad M_Z = 92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2 \quad (30-1)$$

در اواخر دهه هفتاد سرن شروع به ساخت برخورددهنده پروتون-پاد پروتون کرد که مخصوصاً برای تولید این ذرات بسیار سنگین طراحی شده بود (به خاطر داشته باشید که جرم پروتون $938 \text{ MeV}/c^2$ است، پس درباره چیزی حدود 10^4 بار سنگین تر صحبت می کنیم). در ژانویه ۱۹۸۳ گروه کارلو رویا کشف W (در $81 \pm 5 \text{ GeV}/c^2$) را گزارش کردند [۴۳] و پنج ماه بعد همان گروه کشف Z (در $92 \pm 3 \text{ GeV}/c^2$) را اعلام کردند [۴۴]. این آزمایشها یک پیروزی فنی فوق العاده بود [۴۵] و در تأیید قطعی جنبه های مهم مدل استاندارد، که جامعه فیزیک قبلاً نسبت به آن متعهد شده بود (و به خاطر آنها جایزه نوبل داده شده بود، اهمیتی بنیادی داشت). با این حال، برخلاف ذرات شگفت یا ν ، مدت زیادی بود که همگی بوزونهای برداری میانی را پذیرفته و منتظر آن بودند، پس واکنش عمومی کشیدن یک نفس راحت بود، نه حیرت و شگفتی.

۱-۱۱ مدل استاندارد (۱۹۷۸-۲)

بنابر دیدگاه کنونی، ماده از سه نوع ذرات بنیادی ساخته شده است. لپتونها، کوارکها و واسطه ها. شش لپتون وجود دارد که برحسب بار (Q)، عدد الکترونی (L_e)، عدد موئونی (L_μ) و عدد تاو (L_τ) دسته بندی می شوند. این ذرات به طور طبیعی در سه خانواده (یا نسل) جای می گیرند:

طبقه بندی لپتونی					
	l	Q	L_e	L_μ	L_τ
نسل اول	e	-۱	۱	۰	۰
	ν_e	۰	۱	۰	۰
نسل دوم	μ	-۱	۰	۱	۰
	ν_μ	۰	۰	۱	۰
نسل سوم	τ	-۱	۰	۰	۱
	ν_τ	۰	۰	۰	۱

شش پاد لپتون نیز وجود دارد که علامتهای آنها عکس لپتونهاست. مثلاً پوزیترون، دارای بار $+1$ و عدد الکتریونی -1 است، پس در کل واقعاً 12 لپتون وجود دارد.

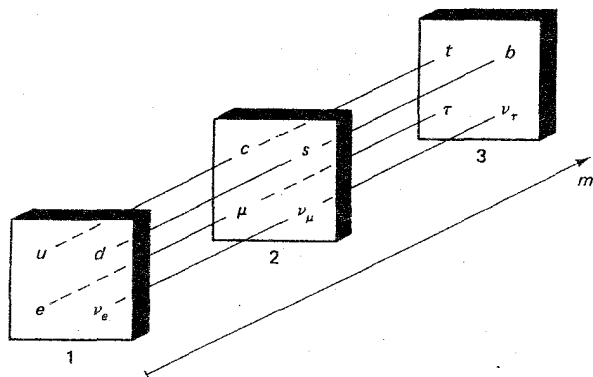
همین طور، شش «طعم» برای کوارکها وجود دارد که به حسب بار، شگفتی (S)، افسون (C)، زیبایی (B) و حقیقت (T) آنها دسته بندی می شوند. [برای سازگاری، فرض می کنیم که باید «بالایی» (U) و «پایینی» (D) را نیز وارد کنیم، هر چند از این واژه ها به ندرت استفاده می شود. اینها زائند چون برای مثال، تنها کوارک با $S = C = B = T = 0$ و $Q = 2/3$ کوارک بالاست، پس نیازی نیست که $U = 1$ و $D = 0$ را تعریف کنیم.] کوارکها نیز در سه نسل جای می گیرند:

طبقه بندی کوارکی

	q	Q	D	U	S	C	B	T
نسل اول	d	$-\frac{1}{3}$	-1	0	0	0	0	0
	u	$\frac{2}{3}$	0	1	0	0	0	0
نسل دوم	s	$-\frac{1}{3}$	0	0	-1	0	0	0
	c	$\frac{2}{3}$	0	0	0	1	0	0
نسل سوم	b	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	-1	0
	t	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	0	1

مجدداً، در جدول پاد کوارکها کلیه علامتها معکوس است. در ضمن، هر کوارک و پاد کوارک در سه رنگ ظاهر می شوند، پس در کل 36 تا از آنها وجود دارد.

سرانجام، 12 برهم کنش واسطه خودش را دارد: فوتون برای نیروی الکترومغناطیسی، دو W و Z برای نیروی ضعیف، گراویتون (احتمالاً) برای گرانی و ... اما برای نیروی قوی چه؟ در نظریه اولیه یوکاوا (۱۹۳۴) واسطه نیروی قوی میون بود، اما با کشف مزونهای سنگین این تصویر ساده می توانست باقی بماند؛ اینک پروتونها و نوترونها می توانند رواتا، K ، خی و بقیه آنها را مبادله کنند. مدل کوارکی بازنگری اساسی تری را مطرح کرد، اگر پروتونها، نوترونها و مزونها ساختار مرکبی داشته باشند، دلیلی وجود ندارد که معتقد باشیم برهم کنش آنها باید ساده باشد. برای بررسی نیروی قوی در سطح بنیادی، باید برهم کنش بین کوارکهای منزوی را بررسی کرد. پس مسئله آن است که در فرایند قوی چه ذره ای بین دو کوارک مبادله می شود؟ این واسطه گلوئون نامیده می شود و در مدل استاندارد هشت تا از آنها وجود دارد. همان طور که خواهیم دید، خود گلوئونها حامل رنگ هستند و بنابراین (مثل کوارکها) نباید به صورت ذرات منزوی وجود داشته باشند. فقط می توان به آشکارسازی گلوئونها در هادرونها یا در ترکیبات بی رنگ با دیگر گلوئونها (گلوئالها) امیدوار بود. با وجود این،



شکل ۱۵-۱ سه نسل کوارکها و لپتونها به ترتیب به ترتیب جرم صعودی.

شواهد تجربی غیرمستقیم معتبری دال بر وجود گلوئونها وجود دارد: آزمایشهای پراکندگی ناکشسان ژرف نشان داده‌اند که تقریباً نصف تکانه یک پروتون را موجودی که به لحاظ الکتریکی خنثی است، احتمالاً گلوئون، حمل می‌کند. مشخصه ساختار فورانی پراکندگی پروتون در انرژیهای بالا را می‌توان برحسب فروپاشی کوارکها و گلوئونهای در پرواز توضیح داد [۴۶]؛ بدین طریق شاید گلوبالها مشاهده شوند [۴۷]. اما هیچکس در این مقطع نمی‌گوید که شواهد تجربی واقعاً قانع‌کننده هستند.

این موضوع باعث وجود تعداد نامطلوبی از ذرات «بنیادی» می‌شود: ۱۲ لپتون، ۳۶ کوارک، ۱۲ واسطه (گرادیتون را وارد نمی‌کنیم زیرا مدل استاندارد شامل گرانی نمی‌شود). همان‌طور که بعداً خواهیم دید نظریه گلاشو-واینبرگ-سلام، حداقل پای یک ذره هیگز را نیز به میان می‌آورد، پس حداقل باید ۶۱ ذره را در این نظریه به حساب آورد، تجربه ما در مورد آنها و سپس در هادرونها نشان می‌دهد که حداقل برخی از این ۶۱ ذره باید از زیرذرات بنیادی‌تری تشکیل شده باشند (مسئله ۱-۱۷) [۴۸]. این پیش‌بینیها برای مدل استاندارد و خارج از حیطه این کتاب است. شخصاً فکر نمی‌کنم که تعداد زیاد ذرات «بنیادی» در مدل استاندارد به‌خودی خود نگران‌کننده باشد، برای اینکه آنها سخت به هم وابسته‌اند. برای مثال، هشت گلوئون بجز در مورد رنگ یکسان هستند و نسل دوم و سوم تقلیدی از نسل اول‌اند. در فصل بعد خواهیم دید که چگونه این ساختار به اولین نظریه نظام‌مند و جامع دینامیک ذرات بنیادی می‌انجامد.

مراجع و یادداشتها

۱. مباحث خوبی در تاریخ فیزیک ذرات بنیادی وجود دارد. اما کتاب محبوب من کتاب کوچک و دلپذیر

C. N. Yang, *Elementary Particles* (Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1961).

است. گزارشهای روزآمدتر عبارت‌اند از:

J. S. Trefil's *From Atoms to Quarks* (New York: Scribners, 1980). F. E. Close's *The Cosmic Onion* (London: Heinemann Educational Books, 1983).

روزهای اولیه به‌خوبی در کتابهای

A. Keller's *The Infancy of Atomic Physics* (Oxford: Oxford University Press, 1983).

S. Weinberg's *Subatomic Particles* (New York: Scientific American Library, 1983).

بررسی شده است. برای شرحی دلفریب و جامع

A. Pais, *Inward Bound* (Oxford: Clarendon Press, 1986).

را ببینید.

۲. داستان را پائیس به‌خوبی در زندگینامهٔ اینشتین،

Subtle is the Lord (Oxford: Clarendon Press, 1982).

تعریف کرده است.

3. R. A. Millikan, *Phys. Rev.* **7**, 18 (1916).

4. M. Conversi, E. Pancini, and O. Piccioni, *Phys. Rev.* **71**, 209 (1947).

5. C. M. G. Lattes et al., *Nature* **159**, 694 (1947); **160**, 453, 486 (1947).

6. R. E. Marshak and H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **72**, 506 (1947).

۷. برای تاریخچهٔ غیررسمی از این کشف مقاله

C. D. Anderson, *Am. J. Phys.* **29**, 825 (1961).

را ببینید.

8. O. Chamberlain et al., *Phys. Rev.* **100**, 947 (1955); B. Cork et al.,

Phys. Rev. **104**, 1193 (1956).

همچنین مقاله‌های *Scientific American* در

E. Segrè and C. E. Wiegand (June 1956) and by G. Burbidge and F. Hoyle (April 1958).

را ببینید.

۹. ماجرای نوترینو فی‌نفسه داستان جذابی است. برای مثال،

J. Bernstein's *The Elusive Neutrino* (AEC Publications), L. M. Brown, *Physics Today* (Sept. 1978), or P. Morrison, *Scientific American* (January 1956).

را ببینید. کتابنامه‌ای مفصل و مفید در مورد نوترینو در

L. M. Lederman, *Am. J. Phys.* **38**, 129 (1970).

تهیه شده است.

10. F. Reines and C. L. Cowan, Jr., *Phys. Rev.* **92**, 8301 (1953); C. L. Cowan et al., *Science* **124**, 103 (1956).

11. R. Davis and D. S. Harmer, *Bull. Am. Phys. Soc.* **4**, 217 (1959).

همچنین

C. L. Cowan, Jr., and F. Raines, *Phys. Rev.* **106**, 825 (1957).

12. E. J. Konopinski and H. M. Mahmoud, *Phys. Rev.* **92**, 1045 (1953).

13. B. Pontecorvo, *Soviet Physics JETP* **37**, 1236 (1960)

[ترجمه شده از (1953) 37، 1751؛]

T. D. Lee, Rochester Conference 1960, p. 567.

14. G. Danby et al., *Phys. Rev. Lett.* **9**, 36 (1962). L. Lederman, *Scientific American* (March 1963).

15. G. D. Rochester and C. C. Butler, *Nature* **160**, 855 (1947).

همچنین یادبود جی-دو-روچستر در

Y. Sekido nad H. Elliot (eds.), *Early History of Cosmic Ray Studies* (Dordrecht: Reidel, 1985), p. 299.

۱۶. خود استاکلبرگ واژه باریون را به کار نبرده بود بلکه آن را پائیس در ۱۹۵۳ در *Prog. Theor. Phys.* 10, 457 (1953) معرفی کرد.

17. A. Pais, *Phys. Rev.* 86, 663 (1952).

همین را (تولید المثنی ها، واپاشی آرام) می توان برای پیون (و برای آن موضوع، نوترون) گفت. اما واپاشی آنها تولید نوترینو می کند و از آن برای این ایده که برهم کش نوترینوها ضعیف است، استفاده شده است. آنچه جدید بود واپاشی خالص هادرونی بود که آهنگ آن مشخصه فرایندهای نوع نوترینو بود.

18. M. Gell-Mann, *Phys. Rev.* 92, 883 (1953), *Nuovo Cimento* 4, Suppl. 2, 848 (1956).

19. T. Nakano and K. Nishijima, *Prog. Theor. Phys.* 10, 581 (1953).

۲۰. از اوایل دهه شصت، گروه داده های ذرات در برکلی مرتباً فهرستی از ذرات کشف شده و خواص آنها را منتشر می کند. این فهرستها در *Reviews of Modern Physics* چاپ شده است و در جزوه آن را می توان با نوشتن نامه ای به بخش اطلاعات فنی کتابخانه لاورنس برکلی در CA 94720 به دست آورد. در روزهای اولیه این مجموعه شبیه یک «کتاب جیبی» بود اما در ۱۹۸۴ این کتابچه به صورت یک بسته حجیم ۱۶۳ صفحه ای در آمد. از این پس به آن به عنوان جزوه داده های ذرات ارجاع خواهم داد. هیچ دانشجوی ذرات بنیادی از آن بی نیاز نیست.

۲۱. مقاله های اولیه در

M. Gell-Mann and Y. Ne'eman, *The Eightfold Way* (New York: Benjamin, 1964).

جمع آوری شده است.

۲۲. در واقع این امکان وجود داشت که این ذره در آزمایش پرتوهای کیهانی در ۱۹۵۴ دیده شود، [Y. Eisenberg, *Phys. Rev.* 96, 541 (1954)] اما تعیین هویت آن مشکل بود.

23. V. E. Barnes et al., *Phys. Rev. Lett.* 12, 204 (1964)

(چاپ مجدد در مرجع ۲۱) همچنین مقاله

W. B. Fowler and N. P. Samios, *Sci. Am.* (October 1964).

را ببینید.

۲۴. کتابنامه ای جامع در مورد مدل کوارکی و تفسیری مفید در

O. W. Greenberg, *Am. J. Phys.* **50**, 1074 (1982)

ارائه شده است. بسیاری از مقاله‌های کلاسیک (شامل یکی از مقالات اولیه چاپ‌نشده به‌وسیله ج-زویک) در:

D. B. Lichtenberg and S. P. Rosen, eds., *Developments in the Quark Theory of Hadrons* (Nonantum: Hadronic Press, 1980).

مجدداً چاپ شده است.

25. Y. Nambu, *Scientific American* (November 1976); K. Johnson, *Sci. Am.* (July 1979); C. Rebbi, *Sci. Am.* (February 1983).

26. M. Jacob and P. Landshoff, *Sci. Am.* (March 1980).

27. O. W. Greenberg, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 598 (1964).

گرین برگ از این زبان استفاده نکرده است، این اصطلاحات در

D. B. Lichtenberg, in *Unitary Symmetry and Elementary Particles* (New York: Academic Press, 1970).

مطرح شد.

۲۸. ج. ایلیاپولوس یک استثنا بود. در کنفرانس بین‌المللی فیزیکدانان ذرات که در تابستان ۱۹۷۴ در لندن برگزار شد، او خاطرنشان کرد که: «حاضر سر همه چیز شرط ببندم که کشف ذرات افسون‌دار تمام کنفرانس بعدی را تحت تأثیر قرار می‌دهد.»

29. J. J. Aubert et al., *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1404 (1974); J.-E. Augustin et al., *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1406 (1974).

۳۰. کتابنامه مفیدی در این باب و چاپ مجدد مقاله‌های اصلی در *New Physics*, J. Rosner, ed. به‌وسیله انجمن معلمان فیزیک آمریکا (نیویورک (۱۹۸۱) چاپ شده است. هیجان انقلاب نوامبر SLAC publication *Beam Line*, Volume 7, No. 11, November 1976.

آمده است. همچنین مقاله‌های

S. D. Drell (June 1975) and S. L. Glashow (October 1975).

را ببینید.

31. B. J. Bjorken and S. L. Glashow, *Phys. Lett.* **11**, 255 (1964).

32. S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, *Phys. Rev.* **D2**, 1285 (1970).

33. R. F. Schwitters, *Sci. Am.* (October 1977).

34. E. G. Cazzoli et al., *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1125 (1975).

35. G. Goldhaber et al., *Phys. Rev. Lett.* **37**, 255 (1976); I. Peruzzi, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 569 (1976).

36. R. Brandelik et al., *Phys. Lett.* **B70**, 132 (1977).

37. M. Perl et al., *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1489 (1975). M. Perl and W. Kirk, *Sci. Am.* (March 1978).

38. S. W. Herb et al., *Phys. Rev. Lett.* **39**, 252 (1977). L. M. Lederman, *Sci. Am.* (October 1978).

این مورد شرحی دربارهٔ چگونگی پخش خبر یافتن کوارک پنجم است که کاشفان اوپسیلون آن را منتشر کردند.

[D. C. Hom et al., *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1236 (1976)]

و وجود ذره‌ای ساختگی به نام "اوپس-لئون" (به نام Leon Lederman رهبر گروه) را اعلام کردند.

39. M. Basile et al., *Nuovo Cimento Lett.* **31**, 97 (1981).

40. D. Drijard et al., *Phys. Lett.* **108B**, 361 (1982).

41. S. Behrends et al., *Phys. Rev. Lett.* **50**, 881 (1983).

۴۲. اولین بار واینبرگ فرمولی را برای جرم W و Z در (1967)، *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264، به دست آورد. این فرمول شامل پارامتر θ_W بود که مقدارش در آن زمان نامشخص بود و آنچه واینبرگ دربارهٔ آن اطمینان داشت این بود که $M_W \geq 37\text{GeV}/c^2$ و $M_Z \geq 75\text{GeV}/c^2$. در ۱۵ سال بعد θ_W در آزمایشهای متنوعی اندازه‌گیری شد و تا سال ۱۹۸۲ پیشگوییها آن طور که در معادله (۱-۳۰) آمده تخلیص شد.

43. G. Arnison et al., *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983).

44. G. Arnison et al., *Phys. Lett.* **126B**, 398 (1983).

45. D. B. Cline and C. Rubbia, *Phys. Today* (August 1980) page 44, and D. B. Cline, C. Rubbia, and S. van der Meer, *Sci. Am.* (March 1982).

را ببینید. همچنین دو کتاب در مورد کشف W و Z نوشته شده است:

Christine Sutton, *The Particle Connection* (New York: Simon & Schuster, 1984), and Peter Watkins, *Story of the W and Z* (Cambridge: Cambridge University Press, 1986).

۴۶. مرجع ۲۶ مربوط به M. Jacob and P. Land Shoff, ref. 26 را ببینید.

47. K. Ishikawa, *Sci. Am.* (November 1982).

۴۸. برای مثال مقاله مروری

H. Terezawa in XXII International Conference on High-Energy Physics, Leipzig, Vol. I, (1984), p. 63.

مسائل

۱-۱ سرعت ذره بارداری که بدون انحراف از میدانهای الکتریکی مغناطیسی یکنواخت E و B عمود بر هم (که بر یکدیگر و بر جهت حرکت عمودند) عبور می‌کند، چقدر است؟ اگر میدان الکتریکی قطع شود و ذره روی کمانی به شعاع R حرکت کند، نسبت بار به جرم آن چقدر است؟

۲-۱ جرم مزون یوکاوا را می‌توان به صورت زیر برآورد کرد. هرگاه دو پروتون در یک هسته مزونی (به جرم m) مبادله کنند، اصل پایداری انرژی موقتاً به اندازه mc^2 (انرژی سکون مزون) نقض می‌شود. بنا بر اصل عدم قطعیت هایزنبرگ شما می‌توانید انرژی ΔE را «قرض» بگیرید به شرط آنکه آن را در زمان Δt که از $\Delta E \Delta t = \hbar$ ($\hbar \equiv h/2\pi$) به دست می‌آید. «پس بدهید». در این مورد باید $\Delta E = mc^2$ را برای زمان کافی که مزون از یک پروتون به دیگر برود قرض بگیریم. مزون باید هسته (به اندازه r_0) را طی کند و احتمالاً با کسری از سرعت نور حرکت می‌کند. پس تقریباً $\Delta t = r_0/c$. با کنار هم گذاشتن آنها داریم:

$$m = \frac{\hbar}{r_0 \cdot c}$$

با استفاده از 10^{-12} $r_0 =$ (بعد یک هسته نوعی)، جرم مزون یوکاوا را حساب کنید. جواب خود را به صورت ضربی از جرم الکترون بیان کنید و آن را با جرم مشاهده شده مزون مقایسه کنید. [اگر بحث را قانع‌کننده یافتید، فقط می‌توانم بگویم که قدری ساده‌لوح‌اید. این کار را برای اتم تکرار کنید. نتیجه

خواهید گرفت که جرم پروتون حدود $10^{-30} \times 7$ است که بی معنی است. به هر حال، این وسیله‌ای مفید برای «محاسبات سرانگشتی» و برای مزون پی خیلی خوب است. متأسفانه در کتابهای بسیاری از آن به عنوان یک رابطه دقیق یاد شده است که مسلماً این طور نیست. اصل عدم قطعیت تخلف از پایداری انرژی را مجاز نمی‌دارد (و اجازه تخلف از آن در این فرایند را نمی‌دهد، بعداً چگونگی آن را خواهیم دید). به علاوه این اصل یک نامساوی است، $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ ، که حداکثر می‌تواند حد پایین m را بدهد. درست است که برد نیرو با عکس جرم واسطه متناسب است، اما اندازه حالت مقید همواره معیار خوبی از برد نیست (به این دلیل است که این بحث برای فوتون موفق نیست: برد نیروی الکترومغناطیسی بینهایت است اما اندازه یک اتم چنین نیست). به طور کلی هرگاه شنیدید که یک فیزیکدان به اصل عدم قطعیت متوسل می‌شود، مواظب کیف پول خود باشید!

۳-۱ قبل از کشف نوترون، بسیاری از مردم فکر می‌کردند که هسته متشکل از پروتون و الکترون است و عدد اتمی برابر تعداد پروتونهاى اضافی است. به نظر می‌رسید واپاشی بتا از این نظر را تأیید می‌کند — سرانجام الکترونها از هسته بیرون می‌آیند؛ آیا این موضوع مستلزم آن نیست که الکترونها داخل هسته باشند؟ با استفاده از اصل عدم قطعیت تکانه مکان $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ ، تکانه کمیته الکترون محبوس در هسته (به شعاع 10^{-12} cm) را برآورد کنید. از رابطه انرژی-تکانه نسبیتی $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$ ، انرژی متناظر با آن را تعیین و آن را با انرژی الکترونهای گسیل شده مثلاً واپاشی بتای تریتم (شکل ۶-۱) مقایسه کنید. (این نتیجه برخی را متقاعد کرد که الکترونهای واپاشی بتا از نباید قبلاً در هسته وجود داشته باشند، بلکه در فرایند واپاشی تولید می‌شوند).

۴-۱ فرمول جرمی گلن-اوکوبو جرم اعضای هشت تاییه باریونی را به هم مرتبط می‌سازد (از اختلاف ناچیز جرم p و n ؛ Σ^+ ، Σ^0 و Ξ^- ؛ Ξ^- و Ξ^0 چشمپوشی کنید):

$$2(m_N + m_{\Xi}) = 3m_{\Lambda} + m_{\Sigma}$$

با به کار بردن این فرمول و دانستن جرمهای نوکلئون N (از میانگین p و n استفاده کنید)، Σ (باز هم میانگین را در نظر بگیرید) و Ξ (میانگین)، جرم Λ را «پیش‌بینی» کنید. چقدر به مقدار مشاهده شده نزدیک شده‌اید؟

۵-۱ همین فرمول در مورد مزونها به کار می‌رود (با $\Sigma \rightarrow \pi$ ، η و غیره)؛ به دلایلی که اسرارآمیز مانده است، باید از مرجع جرمها استفاده کنید. از این فرمول برای پیش‌بینی جرم η استفاده کنید. چقدر به جرم آن نزدیک شده‌اید؟

۶-۱ فرمول جرم برای ده تاییه‌ها بسیار ساده‌تر است — فاصله یکسان بین سطرها:

$$M_{\Delta} - M_{\Sigma^*} = M_{\Sigma^*} - M_{\Xi^*} = M_{\Xi^*} - M_{\Omega}$$

با استفاده از این فرمول (همان کاری که گلن کرد) جرم Ω^- را پیش‌بینی کنید. (از میانگین دو فاصله اول برای برآورد سومی استفاده کنید). پیش‌بینی شما چقدر به مقدار مشاهده‌شده نزدیک است؟

۷-۱ (الف) اعضای ده‌تایه باریونی نوعاً پس از 10^{-23} ثانیه به باریونهای سبک‌تر (در هشت‌تایه باریونی) و یک مزون (از هشت‌تایه شبه‌اسکالر مزونی) وامی‌باشد. برای مثال: $p + \pi^+ \rightarrow \Delta^{++}$. تمامی مدهای واپاشی از این نوع را برای Δ^- ، Σ^{*+} و Ξ^{*-} فهرست کنید. به‌خاطر داشته باشید که در این واپاشیها باید بار و شگفتی پایسته بماند (این برهم‌کنشها قوی هستند).

(ب) در هر واپاشی باید ذرات اولیه جرم کافی برای تولید جرمهای محصولات واپاشی داشته باشند. (ممکن است جرمهای اولیه بیشتر از مقدار لازم باشد، جرم اضافی به‌صورت انرژی جنبشی حالت نهایی «جذب» می‌شود.) هر یک از واپاشیهای را که در قسمت (الف) پیشنهاد کرده‌اید را بررسی کنید و ببینید کدام‌یک دارای این معیار هستند. بقیه از نظر سینماتیکی ممنوع هستند.

۸-۱ (الف) مدهای واپاشی ممکن برای Ω^- را مانند آنچه در مسئله ۷-۱ برای Δ^- ، Σ^* و Ξ^* انجام دادید، تحلیل کنید. متوجه مسئله شدید؟ گلن پیش‌بینی کرد که به همین دلیل Ω^- باید «شبه‌پایدار» باشد (یعنی، طول عمری بیش از سایر اعضای ده‌تایه داشته باشید) (در واقع Ω^- وامی‌باشد اما با برهم‌کنش بسیار کندتر ضعیف، که در آن شگفتی پایسته نیست).

(ب) از روی عکس اتاقک حباب (شکل ۱۱-۱) طول رد Ω^- را اندازه بگیرید و از آن برای برآورد طول عمر Ω استفاده کنید. (البته شما سرعت آن را نمی‌دانید، اما با اطمینان می‌توان سرعت آن را کمتر از سرعت نور گرفت؛ فرض کنید سرعت آن $0.9c$ است. همچنین نمی‌دانید که در این نسخه‌برداری مقیاس بزرگ شده است یا کوچک، اما مهم نیست. این ابهام در حد ضریب ۲ یا ۵ یا شاید حتی ۱۰ باشد. مهم آن است که طول عمر چند مرتبه بزرگی طولانی‌تر از 10^{-23} ثانیه مشخصه اعضای دیگر ده‌تایه است.)

۹-۱ رابطه کولمن-گلاشو [Phys. Rev. B134 و 671 (۱۹۶۴)] را بررسی کنید:

$$\Sigma^+ - \Sigma^- = p - n + \Xi^0 - \Xi^-$$

(نام ذرات معرف جرم آنهاست).

۱۰-۱ به جدول مزونهای شناخته‌شده‌ای که م. روز در (1963) Rev. Mod. Phys. 35, 314 گردآوری کرده است نگاه کنید و آن را با کتابچه داده‌های ذرات [۲۰]. فعلی مقایسه کنید تا معلوم شود که کدامیک از مزونهای ۱۹۶۳ در آزمون زمان موفق شده‌اند. (برخی اسامی عوض شده‌اند. بنابراین ویژگیهای دیگر آنها مثل جرم، بار، شگفتی و غیره را در نظر بگیرید.)

۱۱-۱ کدامیک از ذرات ساختگی که در مسئله ۱۰-۱ شناسایی کردید، «غریب» اند؟ (با مدل کوارکی سازگاری ندارند؟ چندان از مزونهای باقیمانده غریب‌اند؟

۱۲-۱ چند ترکیب مزونی مختلف را می‌توانید با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ طعم کوارکی مختلف بسازید؟
فرمول کلی برای n طعم چیست؟

۱۳-۱ چند ترکیب باریونی مختلف را می‌توانید با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ طعم کوارکی مختلف بسازید؟
فرمول کلی برای n طعم چیست؟

۱۴-۱ با استفاده از چهار کوارک (u, d, s, c) جدولی از باریونهای ممکن را بسازید. چند ترکیب دارای افسون ۱+ هستند؟ چندتا افسون ۲+ و ۳+ دارند؟

۱۵-۱ مسئله ۱۴-۱ را برای مزونها حل کنید.

۱۶-۱ گئورگی، دو رویولا و گلاشو [*Phys. Rev. D* 12, 147 (۱۹۷۵)] جرم کوارکها را $m_c = 1500 \text{ MeV}/c^2$ و $m_u = m_d = 336 \text{ MeV}/c^2$ ، $m_s = 540 \text{ MeV}/c^2$ ته را $4500 \text{ MeV}/c^2$ برآورد کردند. اگر این مقادیر درست باشند انرژی بستگی میانگین اعضای هشت‌تایه باریونی 62 MeV - است. اگر انرژی بستگی آنها دقیقاً برابر این مقدار باشد، جرم آنها چقدر است؟ آنها را با مقادیر واقعی مقایسه کنید و درصد خطا را بیابید. (اما، این کار را برای دیگر ابر چندتایه‌ها انجام ندهید. واقعاً دلیلی وجود ندارد که انرژی بستگی همه اعضای گروه را یکسان بگیریم. مسئله جرم هادرونها یک مسئله پردردسر است که در فصل ۵ به آن می‌پردازیم.)

۱۷-۱ م. شوپ [*Phys. Lett.* 86B, 87 (۱۹۷۹)] فرض کرد که تمام کوارکها و لپتونها ترکیبی از دو جزء بسیار بنیادی‌تر: c (با بار $1/3$ -) و n (بدون بار) و یاد ذرات متناظرشان \bar{c} و \bar{n} هستند. شما مجازید که آنها را در گروههای سه‌ذره‌ای و سه‌پاد ذره‌ای (مثلاً ccn یا $\bar{n}\bar{n}\bar{n}$) ترکیب کنید. با این فرض تمام هشت کوارک و لپتون نسل اول را بسازید. (فرض می‌شود که نسلهای دیگر حالت‌های برانگیخته هستند.) توجه کنید که هر حالت کوارکی سه جایگشت ممکن را می‌پذیرد (مثلاً ccn و cnc و ncc) - که متناظر با سه رنگ هستند. واسطه‌ها را می‌توان از سه ذره به‌علاوه سه پاد ذره ساخت. W^\pm ، Z^0 و γ شامل سه ذره مشابه و سه پاد ذره مشابه‌اند (برای مثال $W^- = c\bar{c}\bar{n}\bar{n}\bar{n}$ و W^+ و Z^0 و γ را به این روش بسازید. گلوئونها ترکیب آمیخته دارند (مثلاً $c\bar{c}n\bar{c}\bar{n}\bar{n}$). در کل چند امکان از این نوع وجود دارد؟ آیا فکر می‌کنید راهی برای تقلیل آنها به هشت وجود دارد؟

دینامیک ذرات بنیادی

در این فصل، نیروهای اساسی را که ذرات بنیادی به وسیله آنها برهم کنش می کنند، معرفی می کنیم و نمودارهای فاینمن را برای نمایش این برهم کنشها به کار می بریم. برخورد کاملاً کیفی است و با مطالعه این فصل می توان به سرعت «مبانی بنیادی» را درک کرد. جزئیات کمی، در فصلهای ۶ تا ۱۰ خواهد آمد.

۱-۲ چهار نیرو

تا آنجا که می دانیم، چهار نیروی بنیادی در طبیعت وجود دارد: قوی، الکترومغناطیسی، ضعیف و گرانشی. این نیروها در جدول زیر به ترتیب شدت نزولی فهرست بندی شده اند.*

نیرو	شدت	نظریه	واسطه
قوی	۱۰	کرومودینامیک	گلوئون
الکترومغناطیسی	10^{-2}	الکترودینامیک	فوتون
ضعیف	10^{-13}	فلپرو دینامیک	Z و W
گرانشی	10^{-22}	ژئومتری دینامیک	گراویتون

* «شدت» یک برهم کنش، ایده ای ذاتاً مبهم است، زیرا شدت به سرشت چشمه و به فاصله از آن بستگی دارد. پس اعدادی را که در این جدول آمده نباید خیلی جدی گرفت و می توان آنها را به شکل کاملاً متفاوتی در جایی دیگر دید (به خصوص حالت مربوط به نیروی ضعیف را).

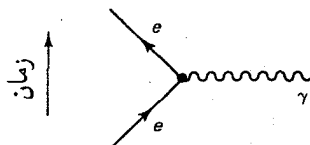
برای هر یک از این نیروها یک نظریه فیزیکی وجود دارد. نظریه کلاسیک گرانی، قانون گرانش عمومی نیوتون است. تعمیم نسبیتی آن نظریه نسبیت عام ایشتمین است. (بهتر است بگوییم «تئوترودینامیک».) هنوز باید روی یک نظریه کاملاً رضایت بخش کوانتومی برای گرانی کار شود. در حال حاضر اغلب مردم تصور می کنند که گرانی به اندازه ای ضعیف است که نقش مهمی در فیزیک ذرات بنیادی ندارد. نظریه فیزیکی که نیروهای الکترومغناطیسی را توصیف می کند، الکترودینامیک نامیده می شود. فرمولبندی کلاسیک آن را ماکسون، بیش از صد سال پیش، انجام داده است. نظریه ماکسول با نسبیت خاص سازگار بود (در واقع الهام بخش اصلی آن بود). نظریه کوانتومی الکترودینامیک را توموگا، فاینمن و شوئینگر در سال ۱۹۴۰ تکمیل کرده بودند. نیروهای ضعیف که مسئول واپاشی هسته ای بتا (و نیز همان طور که دیده ایم، واپاشی پيون، موئون و بسیاری از ذرات شگفت دیگر) هستند در فیزیک کلاسیک ناشناخته بود. توصیف نظری آنها از ابتدا با یک فرمولبندی کوانتوم نسبیتی صحیح ارائه شده بودند. اولین نظریه نیروهای ضعیف را فرمی در سال ۱۹۳۳ ارائه کرد و لی و یانگ، فاینمن، گلمان و دیگران در دهه پنجاه آن را اصلاح کردند و سرانجام گلاشو، واینبرگ و سلام در دهه شصت آن را به شکل حاضر درآوردند. به دلایلی که به موقع روشن خواهد شد، نظریه برهم کنشهای ضعیف را گاهی «فلیورودینامیک» [۱] نیز می نامند. در این کتاب از آن به عنوان نظریه گلاشو-واینبرگ-سلام (GWS) یاد می کنیم. (مدل GWS برهم کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را تجلی مختلف یک نیروی الکتروضعیف در نظر می گیرد و از این جهت چهار نیرو به سه نیرو تقلیل می یابد.) برای نیروهای قوی و رای کار پیشگامانه یوکاوا در ۱۹۳۴، تا ظهور فلیورودینامیک در نیمه دهه هفتاد، نظریه ای واقعی وجود نداشت.

هر یک از این نیروها با مبادله یک ذره رد و بدل می شوند. واسطه گرانش گراویتون نامیده می شود، نیروهای الکترومغناطیسی با فوتون، نیروهای قوی با گلوئون و نیروهای ضعیف با بوزونهای برداری میانی W و Z رد و بدل می شوند. این واسطه ها نیرو را بین یک کوارک یا لپتون و دیگری، منتقل می کنند. در واقع برخورد بین چوگان و گوی، چیزی جز ترکیب برهم کنش کوارکها و لپتونها در یکی با کوارکها و لپتونها در دیگری، نیست. به طور دقیق تر، نیروی قوی بین دو پروتون باید به صورت برهم کنش پیچیده شش کوارک، که یوکاوا آن را به صورت یک فرایند بنیادی تحویل ناپذیر فرض کرده بود، در نظر گرفت. بدیهی است که در اینجا نباید در جستجوی سادگی بود، بلکه باید با تحلیل نیروی میان یک ذره بنیادی واقعی و ذره دیگر کار را شروع کرد. در این فصل به طور کیفی نشان خواهیم داد که چگونه نیروهای مربوطه روی هر کوارک و لپتون اثر می کند. فصلهای بعدی به ابزار مورد نیاز برای کمتی شدن نظریه می پردازد.

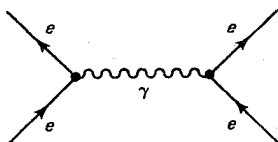
۲-۲ الکترودینامیک کوانتومی (QED)

الکترودینامیک کوانتومی، قدیمی ترین، ساده ترین و موفق ترین نظریه دینامیکی است. بقیه نظریه ها

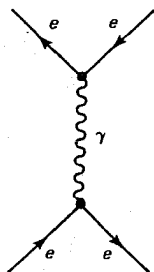
به طور هوشمندانه‌ای از آن ساخته شده‌اند. بنابراین با توصیفی از QED شروع می‌کنیم. همه پدیده‌های الکترومغناطیسی سرانجام به فرایند بنیادی زیر تبدیل می‌شوند:



این نمودار بیان می‌کند که: ذره باردار وارد و با جذب یا گسیل فوتون، γ ، خارج می‌شود.* در ادامه بحث ذره باردار را الکترون در نظر می‌گیریم، که می‌تواند درست همانند کوارک یا هر لپتون دیگر، بجز نوترینو باشد: (نوترینو خنثی است و نیروی الکترومغناطیسی را حس نمی‌کند). برای توضیح فرایندهای پیچیده‌تر، دو یا چند رأس ابتدایی را به هم وصل می‌کنیم. برای مثال حالت زیر را در نظر بگیرید:

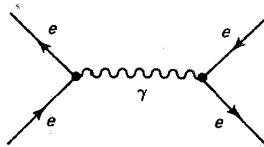


در اینجا دو الکترون وارد و با رد و بدل کردن یک فوتون، خارج می‌شوند. (نیازی نیست معین کنیم کدام یک فوتون را گسیل و کدام یک آن را جذب کرده است، نمودار شامل هر دو صورت ممکن است). بنابراین نمودار بالا برهم‌کنش بین دو الکترون را بیان می‌کند. در نظریه کلاسیک این فرایند را دفع کولنی، بارهای همتا (اگر در حال سکون باشند) می‌نامیم. در QED این فرایند پراکندگی مولر نامیده می‌شود و می‌گوییم برهم‌کنش «با رد و بدل کردن یک فوتون» انجام می‌شود. دلیل این امر به زودی روشن می‌شود. در QED مجازیم «نمودارهای فاینمن» را حول هر پیکربندی توپولوژیکی دلخواه بچرخانیم. برای مثال می‌توانیم نمودار قبل را به صورت زیر بچرخانیم:

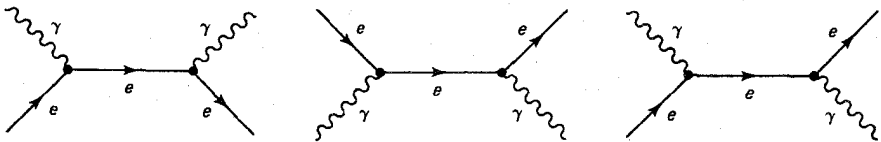


* در این کتاب، طبق قرارداد معمول، جهت افزایش زمان همواره رو به بالاست. فیزیکدانان ذرات، افزایش t را افقی (به سمت راست) در نظر می‌گیرند، اما در این مورد اتفاق نظر وجود ندارد.

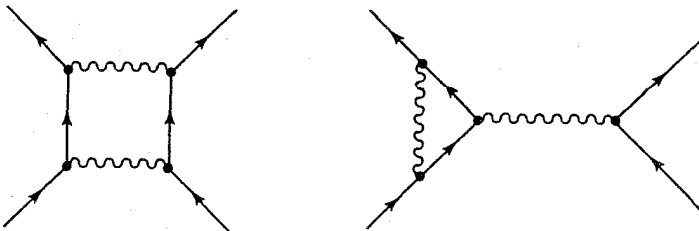
قاعده بازی آن است که مسیر ذره‌ای را که «در زمان به عقب برمی‌گردد» (چنانکه پیکان نشان می‌دهد) پاد ذره‌ای بگیریم که در جهت زمان حرکت می‌کند. (فوتون پاد ذره خودش است و به همین دلیل روی مسیر فوتون پیکانی قرار نمی‌دهیم). پس در فرایند نشان داده شده یک الکترون و یک پوزیترون نابود می‌شوند و یک فوتون تشکیل می‌شود و سپس دوباره یک جفت الکترون-پوزیترون تولید می‌شود. پس یک الکترون و یک پوزیترون وارد و یک الکترون و یک پوزیترون خارج می‌شوند (البته نه همان الکترون و پوزیترون اولیه، اما چون همه الکترون‌ها یکسان هستند، این موضوع اهمیت زیادی ندارد). این برهم‌کنش جاذبه کولنی دو بار مخالف را نشان می‌دهد. در QED این فرایند را پراکندگی بابا می‌نامند. نمودار کاملاً متفاوت زیر نیز معرف همین فرایند است:

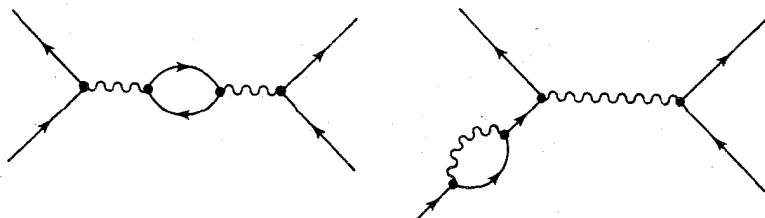


در تحلیل پراکندگی بابا باید هر دو نمودار را در نظر بگیریم. می‌توان نمودارهای متنوع زیر را با استفاده از دو رأس ساخت که به ترتیب، نابودی زوج، $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ ، تولید زوج $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$ و پراکندگی کامپتون $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$ را توصیف می‌کنند.



[توجه کنید که پراکندگی بابا و مولر مانند سه فرایندی که در اینجا نشان داده شده است با تقارن متقاطع به هم مربوط می‌شوند (بخش ۱-۴ را ببینید)؛ تقارن متقاطع متناظر با پیچاندن یا چرخاندن نمودارهای فاینمن است.] اگر از رئوس بیشتری استفاده کنیم، تنوع نمودارها به سرعت افزایش می‌یابد. برای مثال با ترکیب چهار رأس، می‌توان نمودارهای زیر را به دست آورد:



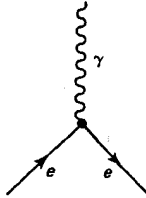


در هر نمودار دو الکترون وارد و دو الکترون خارج می‌شوند. این نمودارها دفع بارهای همنام را توصیف می‌کنند (پراکندگی مولر). تا آنجا که به مشاهده فرایندها مربوط می‌شود ساختار داخلی نمودارها زائد هستند. خطوط داخلی (خطوطی که از داخل نمودار شروع می‌شوند و به داخل نمودار ختم می‌شوند) مبین ذراتی هستند که دیده نمی‌شوند — در واقع بدون تغییر کامل فرایند نمی‌توان آنها را مشاهده کرد. این ذرات را ذرات مجازی می‌نامیم. فقط خطوط خارجی (آنهايي که به نمودار وارد یا از آن خارج می‌شوند) نشانگر ذرات واقعی (قابل مشاهده) هستند. خطوط خارجی معرف نوع فرایند فیزیکی است که رخ می‌دهد. خطوط داخلی سازوکار فرایند را نشان می‌دهند.

توجه داشته باشید که نمودارهای فاینمن کاملاً نمادین هستند، آنها مسیر ذره (آنچه که در اتاقک حباب دیده می‌شود) را نشان نمی‌دهند. بعد قائم زمان و بعد افقی فضا است که متناظر با فاصله‌های فیزیکی نیست. برای مثال، در پراکندگی بابا الکترون و پوزیترون جذب می‌شوند نه دفع (چنانکه این خطوط ممکن است مطرح کند). آنچه نمودار نشان می‌دهد این است که «در ابتدا یک الکترون و یک پوزیترون وجود دارد، سپس این دو فوتونی مبادله می‌کنند و سرانجام هم‌چنان یک الکترون و یک پوزیترون وجود دارد.» هر نمودار فاینمن نمایانگر عددی است که می‌توان آن را با استفاده از آنچه که قاعده‌های فاینمن نامیده می‌شود، محاسبه کرد (روش محاسبه را در فصل ۶ خواهید آموخت). فرض کنید می‌خواهیم فرایند فیزیکی خاصی (مثلاً پراکندگی مولر) را تحلیل کنیم. ابتدا همه نمودارهای با خطوط خارجی مناسب را می‌کشیم (یکی با دو رأس، دیگری با چهار رأس و غیره). سپس با استفاده از قاعده‌های فاینمن سهم هر نمودار را محاسبه و همه را با هم جمع می‌کنیم. جمع کل تمام نمودارهای فاینمن با خطوط خارجی معین، فرایند واقعی فیزیکی را نمایش می‌دهد. البته در اینجا مسئله‌ای که پیش می‌آید آن است که برای یک برهم‌کنش خاص تعداد نامحدودی نمودار فاینمن وجود دارد! خوشبختانه هر رأس در نمودار یک ثابت ساختار ریز $\alpha = (e^2/\hbar c) = 1/137$ را وارد می‌کند و چون این عدد کوچک است، نمودارهای با تعداد رأس بیشتر سهم کمتری در نتیجه نهایی دارند و بسته به دقت مورد نیاز می‌توان آنها را نادیده گرفت. در واقع، محاسبه‌ای که شامل نمودارهای با بیش از چهار رأس باشد، در QED به ندرت

پیش می‌آید و البته جوابها تقریبی‌اند، اما وقتی تقریب تا شش رقم با معنی مطمئن و معتبر است، شما باید خیلی وسواسی باشید که شکایت کنید.

قاعده‌های فاینمن پایستگی انرژی و تکانه را در هر رأس و در نتیجه در همه نمودار برقرار می‌کنند. این مسئله باعث می‌شود که رئوس بنیادی QED به‌خودی خود فرایند فیزیکی ممکن را نمایش ندهند. یعنی می‌توان نموداری رسم کرد ولی محاسبات عدد صفر را برای آن نمودار نشان دهد. دلیل آن کاملاً سینماتیکی است: فرایند $e^- \rightarrow e^- + \gamma$ قانون پایستگی انرژی را نقض می‌کند. (ابتدا الکترون در چارچوب مرکز جرم ساکن و انرژی آن mc^2 است. پس نمی‌تواند به یک فوتون و الکترون پسرده وا پاشیده شود، زیرا فقط الکترون پسرده به انرژی بیش از mc^2 نیاز دارد). همچنین فرایند $e^- + e^+ \rightarrow \gamma$ نیز از نظر سینماتیکی ممکن نیست، هرچند رسم نمودار فاینمن آن بسیار ساده است.



در دستگاه مرکز جرم، الکترون و پوزیترون، به‌طور متقارن، با سرعت‌های مساوی و در خلاف جهت یکدیگر وارد می‌شوند، پس تکانه کل قبل از برخورد صفر است. اما چون فوتون همواره با سرعت نور حرکت می‌کند، تکانه نهایی نمی‌تواند صفر باشد. یک جفت الکترون-پوزیترون پس از نابودی می‌توانند دو فوتون (نه یک فوتون) تولید کنند. اما در یک نمودار بزرگتر چنین ترکیباتی کاملاً قابل قبول هستند. چون پایستگی انرژی و تکانه در هر رأس باید برقرار باشد، یک ذره مجازی نمی‌تواند همان جرم با ذره آزاد را داشته باشد. اما در محاسبات بدون توجه به قوانین پایستگی*، یک ذره مجازی می‌تواند هر جرمی داشته باشد و می‌گوییم ذرات مجازی درون پوسته جرمی‌شان قرار نمی‌گیرند. اما خطوط خارجی معرف ذرات واقعی هستند که حامل جرم «درست» هستند.

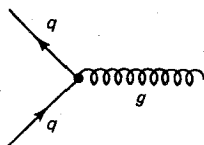
[در واقع، تفاوت فیزیکی بین ذرات واقعی و مجازی به این روشنی نیست. اگر فوتونی از ستاره آلفای قنطورس گسیل و در چشم شما جذب شود. این فوتون عملاً فوتونی مجازی است. به هر حال، در حالت کلی، هر چه ذره مجازی از پوسته جرمی‌اش دورتر باشد، عمر کوتاه‌تری دارد. بنابراین، فوتون گسیل شده از ستاره دور، به جرم «واقعی‌اش» بسیار نزدیک‌تر است. از دیدگاه محاسباتی، اگر

* در نسبیت خاص، انرژی E ، تکانه p و جرم m ، یک ذره آزاد با معادله $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$ به هم مربوط می‌شوند. اما برای یک ذره مجازی، $E^2 - p^2 c^2$ هر مقداری می‌تواند داشته باشد. بیشتر نویسنده‌ها این موضوع را به این معنی که فرایندهای مجازی پایستگی انرژی را نقض می‌کنند، تعبیر می‌کنند. (مسئله ۱-۲). به نظر من این تعبیر گمراه‌کننده است. انرژی همواره پایسته است.

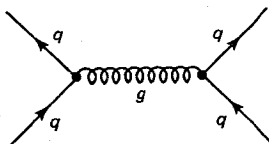
فرایندها را حوادث جداگانه‌ای در نظر بگیریم، اساساً همان جواب (گسیل یک فوتون واقعی از ستاره و جذب فوتون واقعی در چشم) را به دست می‌آوریم. پس می‌توان گفت: ذره واقعی، ذره‌ای مجازی است که عمری به اندازه کافی طولانی دارد و در نهایت به چگونگی تولید و جذب آن توجهی نداریم.]

۳-۲ کرومودینامیک کوانتومی (QCD)

در کرومودینامیک، رنگ نقش بار را دارد و فرایند (شبه $e^- \rightarrow e^- + \gamma$) فرایند کوآرک \leftarrow کوآرک + گلوئون است (چون لپتون رنگ ندارد در برهم‌کنش قوی شرکت نمی‌کند):

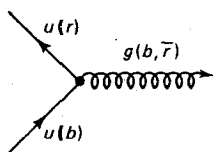


مانند قبل برای نشان دادن فرایندهای پیچیده‌تر، دو «رأس بنیادی» یا بیشتر را با هم ترکیب می‌کنیم. برای مثال نیروی میان دو کوآرک (که در درجه اول مسؤول بستگی آنها به هم و تشکیل باریون، و به طور غیرمستقیم، مسؤول نگه‌داشتن نوترون و پروتون در هسته است) را با نمودار مرتبه پایین زیر نمایش می‌دهیم:

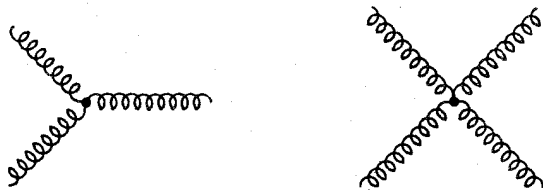


و می‌گوییم نیروی بین دو کوآرک با مبادله گلوئون «رد و بدل» می‌شود.

تا اینجا کرومودینامیک بسیار شبیه الکترومدینامیک است. اما تفاوت مهمی نیز وجود دارد، برجسته‌ترین تفاوت آن است که در الکترومدینامیک یک نوع بار الکتریکی وجود دارد (که می‌تواند مثبت یا منفی باشد، یعنی برای مشخص کردن بار یک ذره، یک عدد کافی است) ولی در کرومودینامیک سه نوع رنگ وجود دارد (قرمز، سبز، آبی) و در فرایند $q \rightarrow q + g$ رنگ کوآرک (و نه طعم آن) می‌توان تغییر کند. مثلاً یک کوآرک بالای آبی به یک کوآرک بالای قرمز تبدیل می‌شود. چون رنگ (مثل بار) همیشه پایسته است، باید این اختلاف رنگ را گلوئون حمل کند. در این مثال اختلاف برابر یک واحد آبی منهای یک واحد قرمز است:

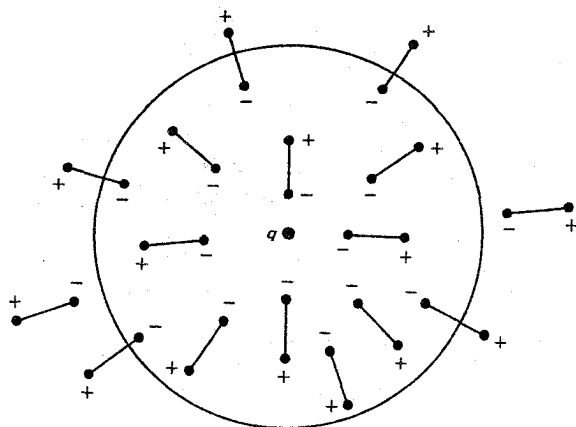


پس گلوئونها «دورنگ» و حامل یک واحد رنگ مثبت و یک واحد رنگ منفی هستند. روشن است که تعداد $9 = 3 \times 3$ حالت مختلف وجود دارد و می‌توان انتظار داشت ۹ نوع گلوئون وجود داشته باشد ولی به دلایلی که در فصل ۹ خواهد آمد فقط ۸ نوع گلوئون وجود دارد. چون گلوئونها خودشان حامل رنگ هستند (برخلاف فوتون که از نظر الکتریکی خنثی است) مستقیماً با بقیه گلوئونها جفت می‌شوند. پس علاوه بر رأس بنیادی گلوئون-کوارک، رأس بنیادی گلوئون-گلوئون نیز وجود دارد. در واقع دو نوع رأس سه‌گلوئونی و چهارگلوئونی داریم:



این جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون نه تنها کرومودینامیک را بسیار پیچیده‌تر از الکترومدینامیک می‌کند، بلکه آن را غنی‌تر می‌سازد. برای مثال می‌توانیم گلوبال (حالت‌های مقیدی از گلوئونهای برهم‌کنش‌کننده که در آن هیچ کوارکی دیده نمی‌شود) داشته باشیم.

اختلاف دیگر کرومودینامیک و الکترومدینامیک در اندازه ثابت جفت‌شدگی است. به‌خاطر داشته باشید که هر رأس در QED ضریب $\alpha = 1/137$ را وارد می‌کند. کوچکی این عدد به این معنی است که فقط باید نمودارهای فاینمن، با تعداد رؤوس کم را در نظر بگیریم. به لحاظ تجربی ثابت جفت‌شدگی مربوط به نیروی قوی، α_s ، از نیروی بین دو پروتون محاسبه می‌شود، بزرگتر از ۱ است. بزرگی این عدد مدتهاست که فیزیکدانان ذرات را آزار می‌دهد. زیرا به‌جای آنکه سهم نمودارهای پیچیده‌تر کمتر و کمتر شود، بیشتر و بیشتر می‌شود، و نمودارهای فاینمن که در QED بسیار مفید بودند، ظاهراً بی‌ارزش می‌شوند. یکی از پیروزیهای بزرگ کرومودینامیک کوانتومی (QCD) کشف این مهم بود که در این نظریه عددی که نقش «ثابت» جفت‌شدگی را دارد، اصلاً ثابت نیست، بلکه به فاصله بین ذرات برهم‌کنش‌کننده بستگی دارد. (و آن را ثابت جفت‌شدگی «پویا» می‌نامیم.) در فاصله‌های نسبتاً بزرگ مشخصه فیزیک هسته‌ای، این عدد بزرگ است، در فاصله‌های کوتاه (کمتر از اندازه پروتون) کاملاً کوچک می‌شود. این پدیده که از آن به‌عنوان آزادی مجانبی یاد می‌کنیم، به این معنی است که داخل پروتون یا پيون، کوارکها، بدون برهم‌کنش زیاد این طرف و آن طرف می‌روند. درست مانند رفتاری که به‌طور تجربی در آزمایشهای پراکندگی ناکشسان ژرف دیده می‌شود. از دیدگاه نظری، کشف آزادی مجانبی حساب فاینمن را ابزار معقولی برای QCD در محدوده انرژیهای بالا می‌سازد.



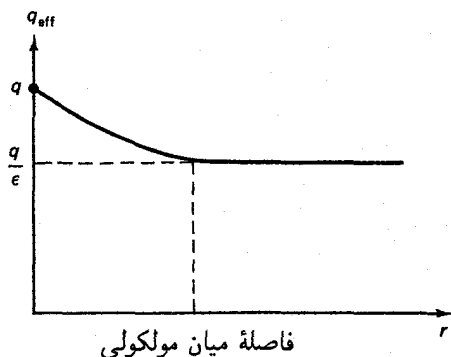
شکل ۱-۲ استار بار q با محیط دی الکتریک.

حتی در الکترو دینامیک، جفت شدگی مؤثر تا اندازه‌ای به فاصله از چشمه بستگی دارد. بحث کیفی زیر به فهم مطلب کمک می‌کند: ابتدا فرض کنید بار نقطه‌ای مثبت q در محیطی دی الکتریک (مثلاً ماده‌ای که مولکولهای آن در یک میدان الکتریکی خارجی قطبیده‌اند) قرار دارد. همان‌طور که در شکل ۱-۲ نشان می‌دهد، انتهای منفی هر دو قطبی مولکولی به طرف q جذب و انتهای مثبت آن از q دفع می‌شود. در نتیجه، ذره «هاله»‌ای از بار منفی به دست می‌آورد که تا اندازه‌ای میدان اولیه‌اش را خنثی می‌کند. پس در حضور دی الکتریک بار مؤثر هر ذره تا حدودی کاهش می‌یابد:

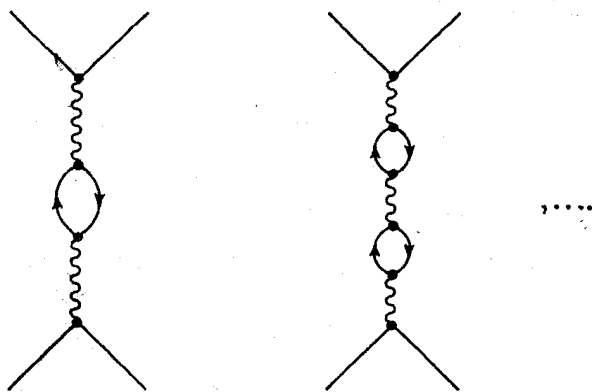
$$q_{\text{eff}} = q/\epsilon \quad (۱-۲)$$

(ضریب ϵ که میدان به اندازه آن کاهش می‌یابد، ثابت دی الکتریک ماده نام دارد و معیار سهولت قطبیده شدن ماده است [۲]۰). البته اگر از نزدیک‌ترین مولکول به بار نزدیک‌تر شویم این استار وجود ندارد و بار کامل q را می‌بینیم. پس اگر نمودار بار مؤثر را برحسب فاصله رسم کنیم، چیزی شبیه شکل ۲-۲ به دست می‌آید. بار مؤثر در فاصله‌های بسیار کوچک افزایش می‌یابد.

در الکترو دینامیک کوانتومی خود خلاً مانند یک دی الکتریک رفتار می‌کند، و زوجهای الکترون-پوزیترون، مانند نمودارهای فاینمن (صفحه بعد) در آن به وجود می‌آیند.



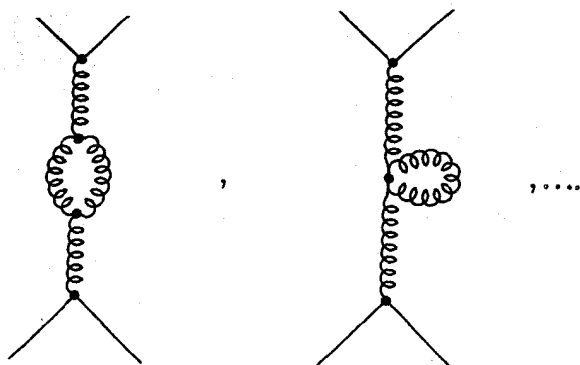
شکل ۲-۲ بار مؤثر برحسب فاصله.



الکترون مجازی در هر «حباب» به طرف q جذب و پوزیترون مجازی از آن دفع می‌شود، و قطبیدگی خلا حاصل تا اندازه‌ای بار را استتار می‌کند و میدانش را کاهش می‌دهد. اما وقتی به بار q بسیار نزدیک شویم استتار از بین می‌رود. آنچه در اینجا نقش «فضای میان مولکولی» را بازی می‌کند، طول موج کامپتون الکترون $\lambda_c = h/mc = 2.43 \times 10^{-10}$ است. برای فاصله‌های کوچکتر از این مقدار، درست مانند آنچه در شکل ۲-۲ آمده است، بار مؤثر افزایش می‌یابد. توجه کنید که بار استتارنشده («نمای نزدیک») که می‌توان آن را بار «واقعی» ذره در نظر گرفت چیزی نیست که در آزمایشهای معمولی اندازه می‌گیریم، زیرا به ندرت در این فاصله‌های کوتاه کار می‌کنیم. [یک استثنا جابه‌جایی لمب است — اختلالی کوچک در طیف اتم هیدروژن — که در آن تأثیر قطبیدگی خلا

یا به عبارت بهتر، نبود آن در فاصله‌ها کوتاه) به‌وضوح قابل تشخیص است. آنچه همواره آن را بار الکترون نامیده‌ایم در واقع بار موثر کاملاً آستار شده است.

در QCD، مانند الکترودینامیک، همین اتفاق رخ می‌دهد. اما در عوامل مهم دیگری نیز اضافه می‌شود. در QCD نه تنها رأس کوارک-کوارک-گلوئون را داریم، (که به‌خودی خود، به افزایش شدت جفت‌شدگی قوی در فاصله‌های کوتاه می‌انجامد)، بلکه رأس گلوئون-گلوئون مستقیمی نیز وجود دارد. بنابراین علاوه بر نمودارهای مشابه قطبیدگی خلاً در QED، باید حلقه‌های گلوئونی به شکل زیر را نیز داشته باشیم:

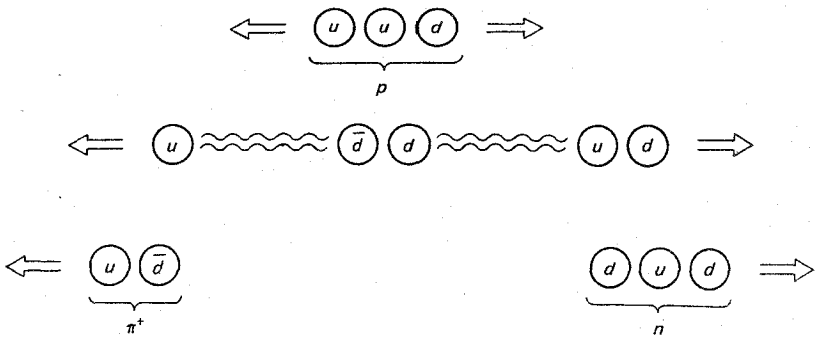


از پیش معلوم نیست که این نمودارها چه تأثیری در ماجرا خواهد داشت [۳]. اما معلوم شده است که اثر آنها عکس هم است. یعنی رقابتی بین نمودارهای قطبش کوارک (که α_s را «کاهش» می‌دهند) رخ می‌دهد. چون در نظریه فیزیکی، مورد اول به تعداد کوارکها (و در نتیجه، به تعداد طعمها، f) و دومی به تعداد گلوئونها (در نتیجه به تعداد رنگها، n) بستگی دارد. پیروزی در این رقابت به تعداد نسبی طعم و رنگ بستگی دارد. پارامتر بحرانی به شکل زیر است

$$a \equiv 2f - 11n \quad (2-2)$$

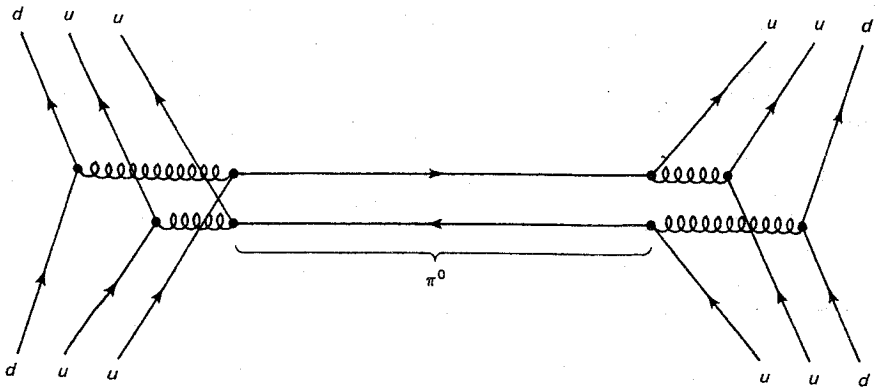
اگر این عدد مثبت باشد، اثر جفت‌شدگی مانند QED، در فاصله‌های کوتاه افزایش می‌یابد و اگر منفی باشد جفت‌شدگی کم می‌شود. در مدل استاندارد، $f = 6$ و $n = 3$ است. پس $a = -21$ ، و جفت‌شدگی QCD در فاصله‌های کوتاه کاهش می‌یابد. به‌طور کیفی، این منشأ آزادی مجانبی است.

تفاوت نهایی میان QED و QCD آن است که در حالی که بسیاری از ذرات حامل بار الکتریکی هستند، اما ذرات طبیعی حامل رنگ نیستند. به‌طور تجربی، به‌نظر می‌رسد که کوارکها در بسته‌های بی‌رنگ دوتایی (مزونها) و سه‌تایی (باریونها) محبوس‌اند. بنابراین فرایندهای واقعی که



شکل ۲-۳ یک سناریوی ممکن برای محصور بودن کوارکها: وقتی یک کوارک u را از پروتون بیرون می‌کشیم، یک جفت کوارک خلق می‌شود و به جای کوارک آزاد یک پیون و نوترن بر جای می‌ماند.

در آزمایشگاه مشاهده می‌کنیم، تجلی پیچیده و غیر مستقیمی از کرومودینامیک هستند. این مانند آن است که تنها از راه نیروی واندروالس بین دو مولکول خنثی به الکترو دینامیک دست یابیم. برای مثال، نیروی (قوی) دو پروتون شامل نمودار زیر (و نمودارهای پیچیده دیگر) است:



در اینجا مدل تبادل پیون یوکاوا را تشخیص می‌دهید، اما کل فرایند بسیار پیچیده‌تر از آن است که یوکاوا تصور می‌کرد. اگر QCD درست باشد، باید برای مقید بودن کوارکها توضیحی داشته باشد. یعنی به عنوان نتیجه‌ای از این نظریه، باید بتوان ثابت کرد که: کوارکها فقط می‌توانند به صورت ترکیبهای بدون رنگ وجود داشته باشند. قطعاً این برهان، افزایش بی‌حد انرژی پتانسیل را، وقتی کوارکها از هم دور می‌شوند، را نشان خواهد داد. پس برای جدا کردن کامل آنها (شکل ۲-۳) باید مقدار انرژی نامحدود (یا به قدری که برای خلق زوج کوارک-پاد کوارک جدید لازم باشد) را صرف کرد. اما تاکنون هیچ‌کس دلیلی قطعی مبنی بر اینکه QCD مستلزم محصور بودن است را ارائه نداده است (نگاه کنید به مرجع ۲۵ از فصل اول) و مشکل اینجاست که محصور بودن رفتار دور بردی را

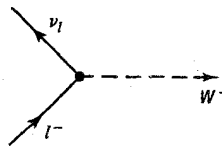
برای برهم‌کنش کوارک-کوارک ایجاب می‌کند. اما این درست رژیمی است که در آن حساب فاینمن غلط از آب درمی‌آید.

۴-۲ برهم‌کنشهای ضعیف [۴]

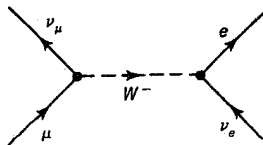
بار الکتریکی نیروی الکترومغناطیسی و رنگ نیروی قوی را تولید می‌کند، اما نام بخصوصی برای «چیزی» که نیروی ضعیف را تولید کند وجود ندارد. برخی آن را «بار ضعیف» می‌نامند. اما در هر حال، هر نامی را که برای آن به‌کار ببرید، «چیزی» است که همه کوارکها و لپتونها حامل آن‌اند. (لپتونها رنگ ندارند، پس در برهم‌کنشهای قوی شرکت نمی‌کنند، نوترینوها بار ندارند، پس نیروی الکترومغناطیسی را حس نمی‌کند، اما همه آنها در برهم‌کنش ضعیف شرکت دارند.) دو نوع برهم‌کنش ضعیف باردار (با واسطه W) و خنثی (با واسطه Z) وجود دارد. نظریه برای لپتونها شسته‌رفته‌تر از کوارکهاست، بنابراین با لپتونها شروع می‌کنیم.

۴-۲-۱ لپتونها

به‌نظر می‌رسد رأس بنیادی برهم‌کنش ضعیف باردار به شکل زیر باشد:



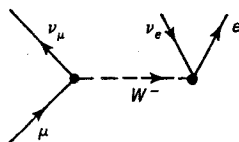
یک لپتون منفی (که می‌تواند e^- ، μ^- یا τ^- باشد) با گسیل W^- (یا جذب W^+) به نوترینوی متناظر آن لپتون تبدیل می‌شود: $l^- \rightarrow \nu_l + W^-$. * طبق روال گذشته، با ترکیب چند رأس بنیادی، واکنشهای پیچیده‌تری را تولید می‌کنیم. مثلاً فرایند $e^- + \nu_\mu \rightarrow \mu^- + \nu_e$ با نمودار زیر داده می‌شود:



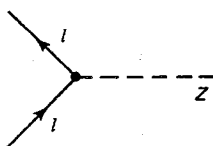
این رویداد پراکندگی نوترینو-یوئون، را به‌سختی می‌توان در آزمایشگاه برقرار ساخت. اما نموداری که با اندکی تغییر در نمودار بالا به‌دست می‌آید واپاشی موئون را، که همواره رخ می‌دهد، توصیف

* البته این مستلزم آن است که $l^+ \rightarrow \bar{\nu}_l + W^+$ نیز یک رأس مجاز باشد.

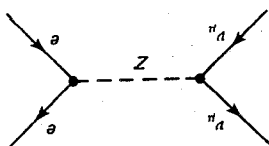
می‌کند، $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$



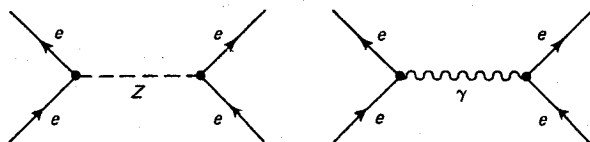
(عملاً، این نمودار، پایین‌ترین مرتبه در واپاشی موئون است، اما در نظریهٔ برهم‌کنش ضعیف نیازی نیست که تصحیحات مرتبهٔ بالاتر را در نظر گرفت.)
رأس بنیادی خنثی عبارت است از:



در اینجا l می‌تواند هر لپتونی (حتی نوترینو) باشد. در این فرایند مانند پراکندگی نوترینو-الکترون $Z(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-)$ رد و بدل می‌شود:



گرچه از ابتدا فرایندهای ضعیف باردار شناخته شده بودند (خود واپاشی بتا از یک فرایند باردار است)، ولی تا سال ۱۹۵۸، امکان نظری وجود فرایندهای ضعیف خنثی مشخص نشده بود. در مدل گلاشو-واینبرگ-سلام (GWS) فرایندهای ضعیف خنثی یک جزء ضروری هستند، و وجود آنها در سال ۱۹۷۳ در سرن به‌طور تجربی تأیید شد [۵]. به دو دلیل کشف فرایندهای ضعیف خنثی به‌طول انجامید: (۱) هیچ‌کس در پی آنها نبود و (۲) این فرایندها اثرات قوی‌تر الکترومغناطیسی می‌پوشانند. برای مثال بین دو الکترون هم Z می‌تواند رد و بدل شود و هم فوتون:

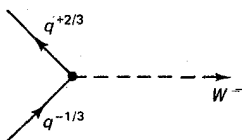


از قرار معلوم، با استتار به نمودار اول، باید اصلاح کوچکی در قانون کولی صورت گیرد، اما فرایندی که واسطهٔ آن فوتون است به‌نحو چشمگیری غالب است. واکنش $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$ در انرژیهای بالا، در DESY (هامبورگ) بررسی شد و مدرک معتبری برای سهم Z به‌دست آمد [۶].

اما برای مشاهدهٔ برهم‌کنش خنثای ناب می‌توان از پراکندگی نوترینو استفاده کرد که در آن سازوکار الکترومغناطیسی رقیب سهمی ندارد، ولی آزمایشهای مربوط به نوترینو بسیار مشکل‌اند.

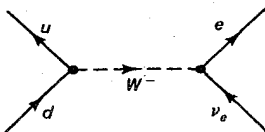
۲-۴-۲ کوارکها

باید توجه داشت که رؤس نمودارهای برهم‌کنش ضعیف لپتونی اعضای یک نسل هستند: e^- (با گسیل W^-) به ν_e یا $\mu^- \rightarrow \mu^-$ (با گسیل Z) تبدیل می‌شود، اما هرگز e^- به μ^- یا μ^- به ν_e تبدیل نمی‌شود. بنابراین پایستگی عدد الکترونی، عدد موثونی و عدد تایی به نظریهٔ تحمیل می‌شود. شاید فکر کنیم که همین قاعده در مورد کوارکها به‌کار می‌رود، پس رأس بنیادی فرایند باردار به شکل زیر است:

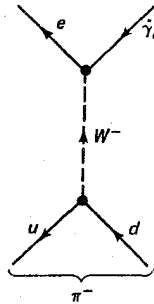


یعنی کوارکی با بار $1/3 -$ (که می‌تواند: s یا d یا b باشد) با گسیل W^- به کوارکی با بار $2/3 +$ (که به‌ترتیب می‌تواند u ، c ، یا t باشد) تبدیل می‌شود. کوارک خروجی رنگ کوارک ورودی را دارد، اما طعم آن متفاوت است. البته این بدان معنی نیست که W حامل طعم «مفقود» است، زیرا W می‌تواند با لپتونها، که طعم ندارند، جفت شود. پس در برهم‌کنشهای ضعیف، طعم پایسته نیست (همان‌طور که رنگ در رأس قوی تغییر می‌کند، در رأس ضعیف، نوعاً طعم کوارک تغییر می‌کند و بدین جهت برهم‌کنش ضعیف را گاهی «دینامیک طعم» می‌نامند).

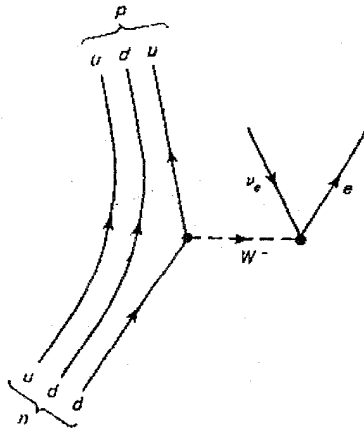
انتهای دورتر خط W در نمودار می‌تواند با لپتونها (فرایند «نیمه‌لپتونی») یا با کوارکهای دیگر (فرایند کاملاً هادرونی) جفت شود. بی‌شک مهم‌ترین فرایند نیمه‌لپتونی، $d + \nu_e \rightarrow u + e$ است:



به‌دلیل محصور بودن کوارک، این فرایند هرگز در طبیعت رخ نمی‌دهد. اما با چرخاندن نمودار و با مقید کردن \bar{u} و d به هم (با نیروی قوی)، نموداری به‌دست می‌آید که واپاشی پيون، $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ را نشان می‌دهد:



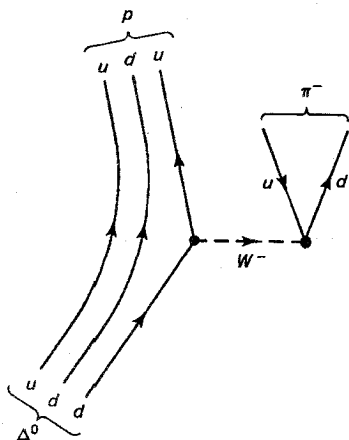
(به دلیلی که بعداً بیان می‌کنیم واپاشی معمول‌تر $\mu^- \rightarrow \pi^- + \bar{\nu}_\mu$ است، اما نمودار آن شبیه همین نمودار است، با این تفاوت که باید μ را جایگزین e کنیم.) به علاوه، این نمودار اساساً نموداری برای واپاشی بتازای نوترون است ($n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$):



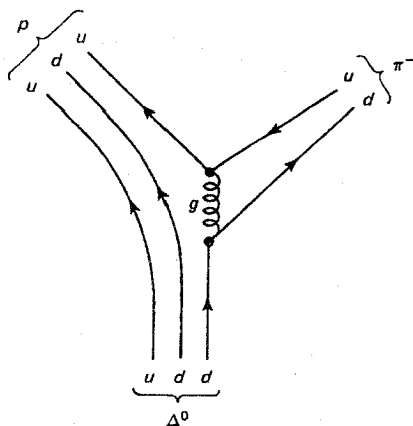
پس سوای آلودگی به برهم‌کنش قوی (که به شکل وجود کوارکهای «تماشاجی» u و d ظاهر می‌شود)، واپاشی نوترون، ساختاری شبیه واپاشی موئون و رابطه‌ی نزدیکی با آن دارد. قبل از پیدایش مدل کوارکی، این سه واپاشی، به صورت سه فرایند مختلف ظاهر می‌شدند.

اگر در نمودار قبل به جای رأس الکترون-نوترینو، رأس کوارک-کوارک را قرار دهیم، برهم‌کنش ضعیف کاملاً هادرونی $\Delta^+ \rightarrow p^+ + \pi^-$ به دست می‌آید.*

* محتوای کوارکی Δ^+ شبیه نوترون است، اما این واپاشی برای نوترونها غیرممکن است زیرا برای تولید پروتون و پيون جرم کافی ندارند.

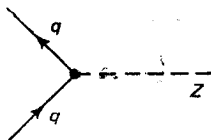


در واقع، این واپاشی بخصوص می‌تواند ناشی از برهم‌کنش قوی نیز باشد:

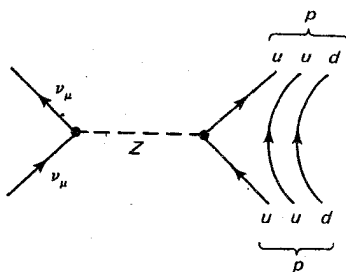


سازوکار ضعیف سهم اندکی در این فرایند واپاشی دارد. به‌زودی مثالهای واقعی بیشتری را از برهم‌کنشهای ضعیف غیرلپتونی خواهیم دید.

در رأس بنیادی فرایند خنثی برای لپتونها ($l \rightarrow l + Z$)، نوع لپتون تغییر نمی‌کند، پس طبیعی است که فرض کنیم که همین موضوع برای کوارکها نیز صادق است:

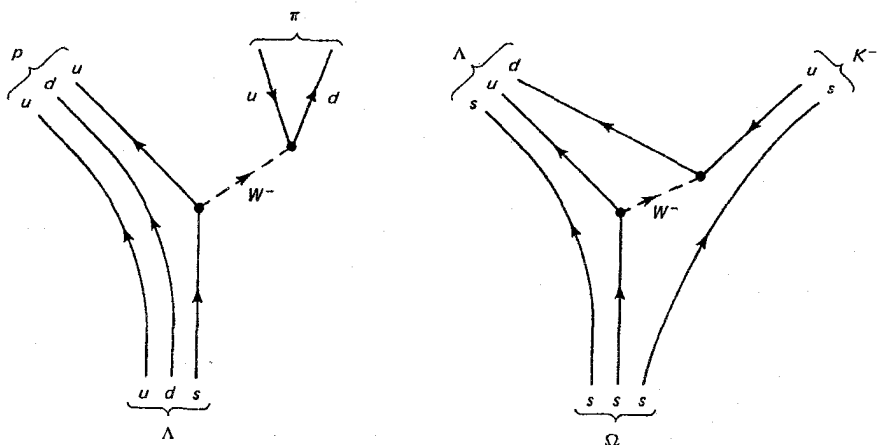


این امر به فرایند پراکندگی نوترینو به شکل $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p$ می‌انجامد:



مبادله Z در نیروی بین الکترون-پروتون داخل اتم نیز سهمی ناچیز دارد. البته همان‌طور که قبلاً گفتیم، این سهم را نیروی الکترومغناطیسی غالب می‌پوشاند، اما در برخی گذارهای اتمی که به دقت برگزیده شده باشند، می‌توان این سهم را آشکار کرد.

تا اینجا همه چیز نسبتاً ساده بود: تا جایی که به برهم‌کنشهای ضعیف مربوط می‌شود، کوارکها همانند لپتونها هستند و تنها تفاوت در ویژگی محصور بودن نیروی قوی است، زیرا معمولاً کوارکهای تماشاچی حضور دارند و کوارکهای در حال برهم‌کنش ضعیف را همراهی می‌کنند. متأسفانه این تصویر بسیار ساده است و مادامی که رأس بنیادی کوارک بتواند فقط در داخل هر نسل عمل کند، هرگز نمی‌توان برهم‌کنش ضعیف را که در آن شگفتی تغییر می‌کند به حساب آورد. مثالی از این نوع را می‌توان در واپاشی لاند $(\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-)$ یا در واپاشی امگا منفی $(\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-)$ که در آن یک کوارک شگفت به یک کوارک بالا تبدیل می‌شود دید:



کابیو در سال ۱۹۶۳ راه‌حلی برای این معضل پیشنهاد کرد و گلاشو و ایلویپولوس و میانی (GIM) در سال ۱۹۷۰ آن را در مورد فرایندهای خنثی به‌کار بردند و در سال ۱۹۷۳ کوبایاشی و ماسکاوا

(KM) آن را به سه نسل گسترش دادند. * ایده‌آساسی «تحریف» نسلهای کوآرک برای برهم‌کنشهای ضعیف است. یعنی نیروی ضعیف به جای جفت شدن با زوجهای

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (۳-۲)$$

با زوجهای زیر جفت می‌شود

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} \quad (۴-۲)$$

که در آن d' , s' و b' ترکیب خطی کوآرکهای فیزیکی d , s و b هستند:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (۵-۲)$$

اگر ماتریس 3×3 ، کوپایاشی-ماسکاو ماتریس یکه بود، d' , s' و b' همان d , s و b می‌شدند و هیچ گذار «بین‌نسلی» به‌وقوع نمی‌پیوست و «بالا بودن به‌علاوه پایین بودن» قطعاً باید پایسته باشد (همان‌طور که عدد الکترونی چنین است)، «شگفتی به‌علاوه افسون» باید پایسته باشد (نظیر عدد موتونی) و همچنین «سربودن به‌علاوه ته بودن» باید پایسته باشد (نظیر عدد تأویبی). اما این ماتریس یک ماتریس یکه نیست (گرچه به آن بسیار نزدیک است) و به‌طور تجربی اندازه اجزای ماتریس عبارت‌اند از [۷]:

$$\begin{pmatrix} ۰.۱۴ \text{ به } ۰.۰۱۴ & ۰ & ۰.۲۴ \text{ به } ۰.۲۱ & ۰.۹۷۷۰ \text{ به } ۰.۹۷۰۵ \\ ۰.۷۰ \text{ به } ۰.۳۶ & ۰.۹۷۳ \text{ به } ۰.۹۷۱ & ۰.۲۴ \text{ به } ۰.۲۱ & ۰ \\ ۰.۹۹۹ \text{ به } ۰.۹۹۷ & ۰.۰۶۹ \text{ به } ۰.۰۳۶ & ۰.۲۴ \text{ به } ۰ & ۰ \end{pmatrix} \quad (۶-۲)$$

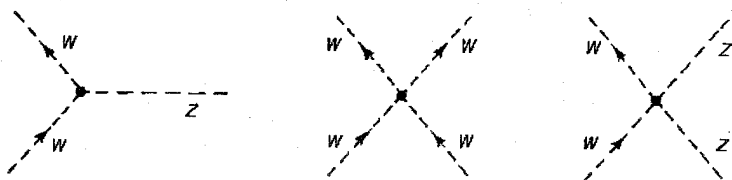
V_{ud} معیاری از جفت‌شدگی u با d ، V_{us} جفت‌شدگی u ، s و غیره است. غیر صفر بودن V_{us} چیزی که باعث می‌شود فرایندهای تغییر شگفتی مانند واپاشی Λ و Ω^- رخ دهد.

۳-۴-۲ جفت‌شدگیهای ضعیف و الکترومغناطیسی W و Z

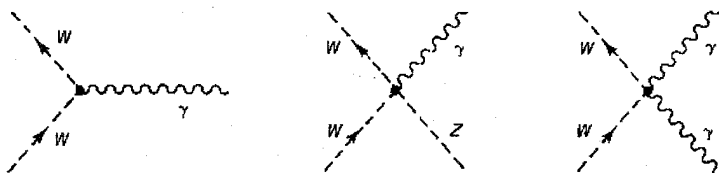
در نظریه GWS، جفت‌شدگی مستقیمی میان W و Z (مانند جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون

* در فصل ۱۰ به‌طور کامل در مورد سازوکار کابیو KM/GIM بحث می‌کنیم.

در نظریه QCD وجود دارد:



به علاوه، چون W باردار است، می تواند با فوتون جفت شود:



گرچه این برهم کنشها برای سازگاری درونی نظریه بسیار مهم اند، اما در بخش ۱۱ خواهیم دید که اکنون اهمیت عملی چندانی ندارند (مسئله ۲-۶).

۵-۲ واپاشیها و قوانین پایستگی

یکی از برجسته ترین ویژگی کلی ذرات بنیادی، تمایل آنها به فروپاشی است؛ این را می توان به شکل یک اصل کلی بیان کرد: «هر ذره به ذرات سبک تر و امی باشد، مگر اینکه اصول پایستی مانع از انجام آن شوند». نوترینوها و فوتونها پایدارند (جرم آن صفر است، پس ذره سبک تری که بتواند به آن واپاشد وجود ندارد). الکترون نیز پایدار است (الکترون سبک ترین ذره باردار است و پایستگی بار مانع واپاشی آن می شود)، پروتون احتمالاً پایدار است (چون پروتون سبک ترین باریون است. پایستگی عدد باریونی مانع واپاشی آن می شود). به همین دلایل پوزیترون و پاد پروتون نیز پایدارند. بجز موارد بالا، همه ذرات خود به خود فرو می پاشند. جهان ما عمدتاً از پروتونها، نوترینوها، الکترونها، فوتونها، نوترینوها و چیزهای دیگری که هرازگاهی (در برخوردها) خلق می شوند ولی عمر طولانی ندارند، پر شده است. هر ذره ناپایدار دارای عمر میانگین مشخصه τ^* است: عمر میانگین موئون 2.2×10^{-6} ثانیه، برای $\pi^+ \times 2.6 \times 10^{-8}$ ثانیه و عمر میانگین 2.6×10^{-17} ثانیه 8.3×10^{-17} ثانیه است. اغلب ذرات دارای مدهای مختلف واپاشی هستند؛ برای مثال $64\% K^+$ ها به $\mu^+ + \nu_\mu$ واپاشیده می شوند، اما 21% آنها به $\pi^+ + \pi^0$ و 6% آنها به $\pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ و 5% آنها به $(\pi^0 + \nu_e + e^+)$ و غیره و امی باشند. یکی از اهداف نظریه ذرات بنیادی محاسبه این طول عمرها و نسبتهای انشعابی در هر واپاشی است.

* طول عمر τ و نیمه عمر، $t_{1/2}$ ، با فرمول $\tau = (\ln 2) t_{1/2}$ به هم مربوط اند. نیمه عمر زمانی است که، در یک نمونه بزرگ، نیمی از ذرات واپاشیده شوند (فصل ۶، بخش ۱-۶).

به هر واپاشی یکی از سه نیروی بنیادی حاکم است. برای مثال $p^+ + \pi^+ \rightarrow \Delta^{++}$ یک واپاشی قوی؛ $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ یک واپاشی الکترومغناطیسی و $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ یک واپاشی ضعیف است. اما چگونه می‌توان نوع هر واپاشی را تعیین کرد؟ اگر در محصولات واپاشی فوتون مشاهده شود، قطعاً فرایند الکترومغناطیسی است. اگر نوترینو مشاهده شود فرایند از نوع ضعیف است. اما اگر نوترینو یا فوتونی پدیدار نشود، تعیین نوع واپاشی کمی مشکل است، مثلاً $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ واپاشی ضعیف و $\Delta^- \rightarrow n + \pi^-$ واپاشی قوی است. بعداً چگونگی تعیین نوع واپاشی را بیان خواهیم کرد، ولی در ابتدا مهیج‌ترین اختلاف تجربی بین واپاشی قوی، الکترومغناطیسی و ضعیف را بیان می‌کنیم. یک واپاشی قوی نوعاً دارای طول عمری حدود 10^{-23} ثانیه، یک واپاشی الکترومغناطیسی طول عمر حدود 10^{-16} تا 10^{-14} ثانیه و محدودهٔ زمان واپاشی ضعیف از حدود 10^{-13} تا 10^{-11} ثانیه (برای ذرهٔ τ) تا ۱۵ دقیقه (برای نوترون) است. برای یک نوع برهم‌کنش خاص، هر چه اختلاف جرم ذرهٔ اولیه و محصولات واپاشی بیشتر باشد، معمولاً فرایند واپاشی سریع‌تر صورت می‌گیرد، درست مانند تویی که از لبهٔ با شیب بیشتر، تندتر پایین می‌آید. البته استثنائاتی نیز وجود دارد: برای مثال فرایند $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ، 10^4 برابر سریع‌تر از فرایند $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ انجام می‌شود، البته برای این حالتها نیاز به توجیه خاصی دارند. علت وسعت گسترهٔ طول عمر در برهم‌کنش ضعیف، اثرات سینماتیکی است. به‌ویژه، در واپاشی نوترون، $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ که جرم نوترون به مجموع جرم پروتون و الکترون بسیار نزدیک است، پس طول عمر نوترون به مراتب بیشتر از سایر ذرات ناپایدار است. به لحاظ تجربی، تفاوت بسیار زیادی میان طول عمرهای واپاشیهای قوی و الکترومغناطیسی (با ضریب حدود 10^6 میلیون) و نیز بین واپاشیهای الکترومغناطیسی و ضعیف (با ضریب حداقل حدود یک‌هزار) وجود دارد. در نظر فیزیکدانان ذرات زمانهای 10^{-23} تا 10^{-17} ثانیه یکای «عادی» زمان است و عموماً در کتابهای راهنما هر چیزی را که عمری بیش از 10^{-17} ثانیه داشته باشد را جزء ذرات «پایدار» طبقه‌بندی می‌کنند! [۸].

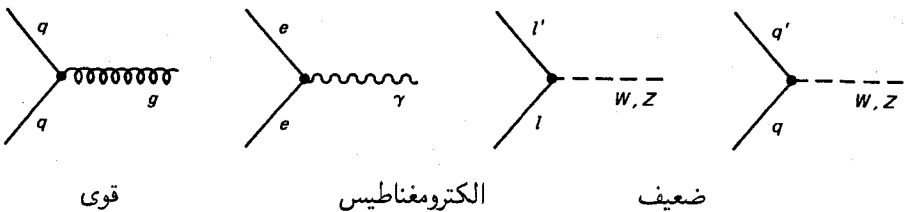
اکنون به قوانین پایستگی می‌پردازیم که بعضی واکنشها را مجاز و برخی دیگر را ممنوع می‌سازند، ابتدا باید بدانیم که قوانین پایستگی کاملاً سینماتیکی مانند پایستگی انرژی و تکانه (که در فصل ۳ آن را بررسی خواهیم کرد) و پایستگی تکانهٔ زاویه‌ای (که در فصل ۴ خواهد آمد) وجود دارند.

* در ضمن، 10^{-23} ثانیه حدود زمانی است که یک سیگنال نوری از یک هادرون (با قطر حدود 10^{-15} متر) عبور می‌کند. پس واضح است که نمی‌توان طول عمر چنین ذره‌ای را با اندازه‌گیری طول رد مسیر آن محاسبه کرد. [همان‌طور که در مسئله ۸-۱ ب برای Ω^- دیدیم]. درعوض، می‌توان یک نمودار ستونی از اندازه‌گیریهای جرم آن رسم کرد و با استفاده از اصل عدم قطعیت $\Delta E \Delta t = \hbar$ ، که در آن $\Delta E = (\Delta m)c^2$ و $\Delta t = \tau$ باشد، به دست آورد:

$$\tau = \frac{\hbar}{(\Delta m)c^2}$$

پس پاشیدگی جرم، معیاری از طول عمر ذره است.

این واقعیت که: یک ذره نمی‌تواند به ذرات سنگین‌تر از خود واپاشیده شود پیامد پایداری انرژی است (هرچند ممکن است آن قدر «بدیهی» باشد که نیازی به توضیح نداشته باشد). قوانین پایداری سینماتیکی در همه برهم‌کنشهای قوی، الکترومغناطیسی ضعیف و تمام مواردی که ممکن است در آینده پیش آید — به‌کار می‌روند. زیرا از نسبیت خاص به‌دست می‌آیند. در هر حال، در اینجا به قوانین پایداری دینامیکی ناظر بر سه برهم‌کنش مورد نظر توجه خواهیم کرد. ربع قرن پیش این قوانین را، قواعد تجربی که از آزمایش به‌دست آمده بودند می‌دانستیم و شما باید آنها را به خاطر می‌سپردید. اینها همان رموزی بودند که در فصل ۱ با آنها مواجه شده بودیم. اما اکنون یک الگوی عملی برای هر یک از این نیروهای بنیادی در اختیار داریم، و این الگو از چهار رأس بنیادی زیر به‌دست می‌آید:



چون تمام فرایندهای فیزیکی از اتصال این نمودارها در ترکیبهای استانداردای به‌دست می‌آیند، باید هر آنچه که در هر رأس پایسته می‌ماند در تمام واکنش نیز پایسته باقی بماند. پس چه پایستگیهایی داریم؟

۱. پایستگی بار: در هر سه نوع برهم‌کنش بار الکتریکی پایسته است. در مورد برهم‌کنش ضعیف با آنکه لپتون (یا کوارک) خروجی ممکن است باری شبیه بار لپتون (یا کوارک) ورودی نداشته باشد، اما این اختلاف بار را W حمل می‌کند.

۲. پایستگی رنگ: برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی تأثیری بر رنگ ندارند. در یک رأس قوی رنگ تغییر می‌کند، اما این اختلاف را گلوئون همراه می‌برد. (جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون نیز رنگ را پایسته نگه می‌دارد). اما به هر حال، چون ذرات طبیعی همواره بی‌رنگ هستند، مشاهده پایستگی رنگ تقریباً بدیهی است: یعنی در برهم‌کنشها رنگ ورودی صفر و رنگ خروجی نیز صفر است.

۳. پایستگی عدد باریونی: در تمام رأسهای ابتدایی، اگر کوارکی وارد شود، یک کوارک خارج می‌شود، پس تعداد کلی کوارکهای موجود ثابت است. در این محاسبه، پاد کوارکها را منفی در نظر می‌گیریم، مثلاً در رأس $q + \bar{q} \rightarrow g$ ، عدد کوارکی قبل و بعد از فرایند صفر است. البته هیچ‌وقت تک‌تک کوارکها دیده نمی‌شوند، بلکه فقط به‌صورت باریونها (با عدد کوارکی ۳)، پاد باریونها (با عدد کوارکی -۳) و مزونها (با عدد کوارکی صفر) دیده می‌شوند. پس در عمل بهتر است از پایستگی عدد باریونی ($A = 1$ برای باریونها، $A = -1$ برای پاد باریونها و $A = 0$ برای بقیه چیزها)

صحت کنیم. عدد باریونی دقیقاً $1/3$ عدد کوارکی است. توجه داشته باشید که چنین پایستگی مشابهی برای عدد مزونی وجود ندارد. چون مزونها حامل عدد کوارکی صفر هستند، می توان در محصولات یک برخورد یا واپاشی مفروض، می توان با توجه به پایستگی انرژی، هر تعداد مزون دلخواه تولید کرد.

۴. عدد الکترونی، عدد موثونی، و عدد تاو: نیروی قوی هرگز کاری به لپتونها ندارد، در برهم کنش الکترومغناطیسی ذره خروجی از فرایند (به همراهی یک فوتون) همان ذره ای است که وارد شده و برهم کنشهای ضعیف تنها لپتونها را موجود در یک نسل را به هم می آمیزند. بنابراین، عدد الکترونی، عدد موثونی و عدد تاو همگی پایسته اند. اگر آمیختگی کابیو وجود نداشت، می توانستیم همین پایستگی را در هر نسل کوارکی نیز داشته باشیم (بالایی به اضافه پایینی، شگفتی به اضافه افسون، زیبایی به اضافه حقیقت)، اما این واقعیت که در برهم کنش ضعیف نسلها تحریف می شوند کار را خراب می کند، و پایستگی عدد هادرونی همانند پایستگی تک تک اعداد لپتونی وجود ندارد.

۵. پایستگی تقریب طعم: قوانین پایستگی که تاکنون در نظر گرفتیم مطلق بودند، به این معنی که در هر سه برهم کنش برقرار بودند. هرگونه نقض این قوانین، هشدار می است که گوشرد می کند باید دیدگاهمان را نسبت به جهان زیراتمی اصلاح کنیم. اما در مورد پایستگی طعم کوارک چه می توان گفت؟ طعم در رأس قوی و الکترومغناطیسی پایسته می ماند، اما در یک رأس ضعیف، که در آن یک کوارک بالا به یک کوارک پایین یا کوارک شگفت تبدیل می شود بدون اینکه چیزی بالا بودن بگیرد و چیزی پایین بودن یا شگفتی تأمین کند، این پایستگی برقرار نیست. چون نیروی ضعیف بسیار ضعیف است، می گوئیم طعمهای مختلف تقریباً پایسته اند. در واقع، شاید به خاطر داشته باشید که درست همین پایستگی تقریبی بود که باعث شد گلن در مفهوم شگفتی را وارد کند. او این واقعیت را به این شکل بیان کرد که: ذرات شگفت همواره به صورت زوج تولید می شوند: مثلاً

$$\pi^-(d\bar{u}) + p^+(uud) \rightarrow K^+(u\bar{s}) + \Sigma^-(dds) \quad (7-2)$$

اما فرایند:

$$\pi^-(d\bar{u}) + p^+(uud) \not\rightarrow \pi^+(u\bar{d}) + \Sigma^-(dds) \quad (8-2)$$

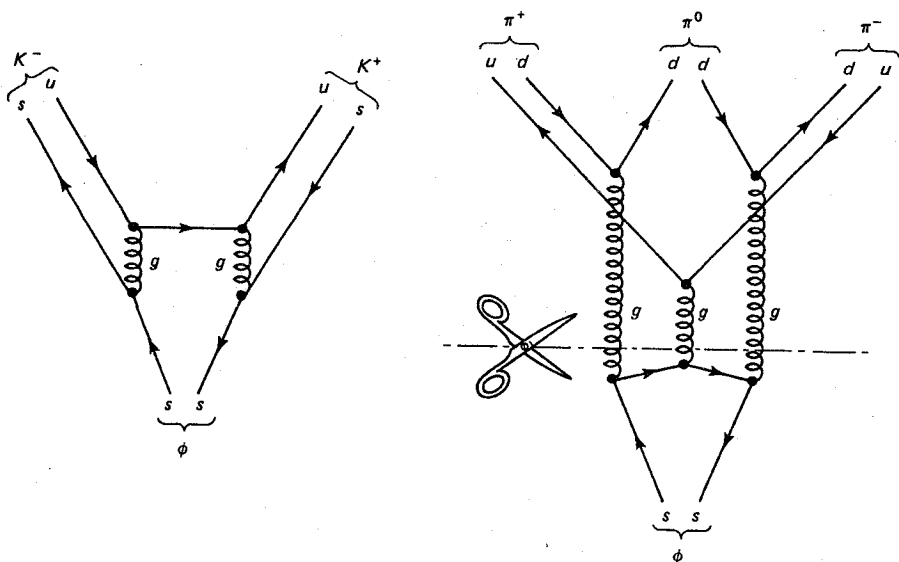
زیرا این واکنش پایستگی شگفتی را نقض می کند. (در واقع این فرایند یک برهم کنش ضعیف ممکن است، اما هیچ وقت در آزمایشگاه نمی توان آن را دید، زیرا این فرایند رقابت شدیدی با فرایند محتمل تر از نوع قوی دارد که در آن شگفتی پایسته است.) اما، ناپایستگی شگفتی در واپاشیها بسیار چشمگیر است. زیرا برای بسیاری از ذرات این تنها راه واپاشی است و هیچ فرایندی الکترومغناطیسی یا قوی

برای رقابت با آن وجود ندارد. برای مثال، Λ سبک‌ترین باریون است که اگر بخواهد واپاشد باید n (یا p) به علاوه چیزهای دیگری تبدیل می‌شود. از طرفی K سبک‌ترین مزون شگفت است ولی n (یا p) به اضافه K به مراتب سنگین‌تر از Λ است. پس اگر Λ بخواهد واپاشیده شود، شگفتی نمی‌تواند پایسته بماند و واکنش، فرایندی ضعیف خواهد بود (می‌دانیم که Λ واپاشیده می‌شود: در ۶۴٪ موارد به صورت $\pi^- + p^+$ و $\Lambda \rightarrow \pi^- + p^+$ ۳۶٪ موارد به صورت $\pi^0 + n$ ($\Lambda \rightarrow \pi^0 + n$)). در عوض Δ^0 (با شگفتی صفر) می‌تواند بایک برهم‌کنش قوی به $\pi^- + p^+$ یا $\pi^0 + n$ واپاشیده شود و در نتیجه طول عمر کوتاه‌تری دارد.

۶. قاعده OZI: سرانجام، باید به مورد عجیبی که از فصل ۱ تاکنون در فکرس بودم اشاره

کنم که واپاشی ψ است به‌خاطر دارید حالت مقیدی از کوآرک افسون و پاد کوآرک آن، $\psi = c\bar{c}$ است. ψ طول عمری دارد که به‌صورت غیرعادی طولانی است (حدود 10^{-20} ثانیه)؛ اما چرا؟ طول عمر ψ آن‌قدر کوتاه هست که در زمرهٔ واپاشی قوی قرار گیرد. اما چرا این مقدار هزار بار کم‌تر از چیزی است که باید برای واپاشی قوی باشد؟ توضیح این معضل (اگر آن را چنین بنامید) به مشاهدات اکوبو، ژوئیک و ایزوکا برمی‌گردد و آن را قاعدهٔ «OZI» می‌نامیم. این سه نفر این معضل را با در نظر گرفتن اینکه مزون ϕ (متشکل از کوآرک‌های $s\bar{s}$ با شگفتی مشابه ψ) اغلب به‌جای آنکه به سه π واپاشیده شود به دو K و امی باشد، حل کردند (واپاشی π به دو پيون، به‌دلیلای که در بخش ۴ خواهیم گفت، ممنوع است) هرچند به‌لحاظ انرژی واپاشی به سه پيون مطلوب‌تر است (جرم دو K ، $990 \text{ MeV}/c^2$ و جرم سه پيون $415 \text{ MeV}/c^2$ است). در شکل ۲-۴ دیده می‌شود که نمودار سه‌پيوني را می‌توان فقط با بریدن خطوط گلوئونی به نمودار دوپيوني تبدیل کرد. ینا به قاعدهٔ OZI این فرایندها «سرکوب شده‌اند». اما مطلقاً ممنوع نیستند، زیرا واپاشی $\phi \rightarrow 3\pi$ واقعاً رخ می‌دهد، اما با احتمالی بسیار کمتر از آنچه که انتظار داریم. قاعدهٔ OZI به‌صورت زیر با آزادی مجانبی ربط دارد: در یک نمودار سرکوب‌شدهٔ OZI، گلوئونها باید «سخت» (پرانرژی) باشند، زیرا با یک انرژی لازم برای تبدیل هادرونها به قطعات حاصل داشته باشند. اما، با توجه به آزادی مجانبی گلوئونها در انرژیهای بالا (برد کوتاه) جفت‌شدگی ضعیفی دارند. برعکس، در فرایندهای مجاز OZI گلوئونها نوعاً «نرم» (کم‌انرژی) هستند و در این محدوده جفت‌شدگی قوی است. این بیانی کیفی از قاعدهٔ OZI است. (جزئیات کمی، درک کامل‌تری از QCD را می‌طلبد).

اما اینجا چه ربطی به ψ دارد؟ احتمالاً همین قاعده، فرایند $\psi \rightarrow 3\pi$ را سرکوب می‌کند و ψ به دو مزون افسون D واپاشیده می‌شود (شبه K ، اما کوارکهای افسون جانشین کوارکهای شگفت شده‌اند). تنها تفاوت در این است که در تبدیل ψ به D پیچیدگی جدیدی وجود دارد: یک جفت D بسیار سنگین‌تر از ψ هستند. پس واپاشی $D^+ + D^-$ (یا $D^+ + \bar{D}^-$) به $\psi \rightarrow D^+ + D^-$ به لحاظ سینماتیکی ممنوع است و واپاشی $\psi \rightarrow 3\pi$ فرایند سرکوب شده OZI است، و ترکیب این عوامل طول عمر غیرعادی ψ را به وجود می‌آورد.

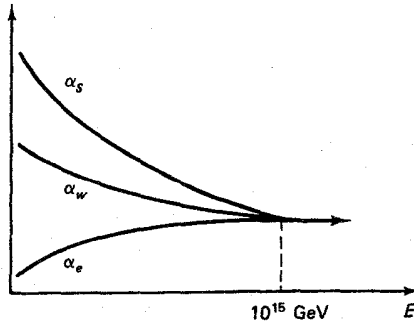


شکل ۴-۲: قاعده OZI: اگر بتوان نمودار را فقط با برش خطوط گلوئون دو قسمت کرد (و خطوط ذرات خارجی را قیچی نکرد)، فرایند سرکوب می‌شود.

۶-۲ طرحهای وحدت

زمانی الکتریسیته و مغناطیس دو موضوع مجزا بودند، یکی با باتریهای آذرخش و کهربا و دیگری با آهنربای طبیعی، آهنربای میله‌ای و قطب شمال سروکار داشت. در سال ۱۸۲۰، اورستد متوجه شد که جریان الکتریکی می‌تواند عقربه قطب‌نما را منحرف کند. ۱۰ سال بعد، فارادی کشف کرد که حرکت آهنربا می‌تواند در یک مدار جریان الکتریکی تولید کند. پس از مدتی، ماکسول این دو نظریه را در یک قالب نهایی قرار داد: الکتریسیته و مغناطیس به درستی دو جنبه از یک موضوع واحد به نام «الکترومغناطیس» در نظر گرفته شد.

اینستین می‌خواست قدمی فراتر نهد و گرانی و الکتروپوینامیک را در یک نظریه وحدت میدانها تلفیق کند. هرچند این برنامه موفقیت‌آمیز نبود، اما توانست الهام‌بخش گلاشو، واینبرگ و سلام برای تلفیق نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی شود. نظریه آنها با چهار واسطه مدرن بدون جرم آغاز شد، اما در سیر تکاملی آن سه تا از این چهار واسطه جرم‌دار شدند (با سازوکاری که سازوکار هیگز خوانده می‌شود) و به W ها و Z تبدیل شدند و تنها واسطه‌ای که بی‌جرم باقی می‌ماند فوتون است. اگرچه، به لحاظ تجربی واکنشی که واسطه آن W و Z باشد با واکنشی که واسطه آن γ است تفاوت کامل دارد، اما اگر نظریه GWS درست باشد، هردوی این برهم‌کنشها تجلی یک برهم‌کنش الکتروضعیف هستند. ضعف نسبی نیروی ضعیف را می‌توان به جرم زیاد بوزونهای برداری میانی



شکل ۵-۲ تحول سه ثابت جفت‌شدگی بنیادی.

نسبت داد و همان‌طور که در فصل ۱^۰ خواهیم دید شدت ذاتی این برهم‌کنش تا اندازه‌ای بیشتر از نیروی الکترومغناطیسی است.

در اوایل دهه ۷۰، بسیاری از مردم در فکر گام بعدی وحدت، یعنی ترکیب نیروی قوی (در قالب کرومودینامیک) و نیروی ضعیف (در قالب GWS) بودند. در حال حاضر، چند مدل مختلف برای نیل به این «وحدت بزرگ» مطرح است گرچه نتایج اولیه این کار امیدوارکننده است اما هنوز خیلی زود است که بتوان به یک نتیجه‌گیری قطعی رسید. به‌خاطر دارید که ثابت جفت‌شدگی قوی، α_s ، در فاصله‌های کوتاه (یعنی برخوردهای با انرژی بالا) کاهش می‌یابد. ثابت جفت‌شدگی ضعیف α_w ، هم همین‌طور است، اما با آهنگ کندتر. اما، ثابت جفت‌شدگی الکترومغناطیسی، α_e ، که از دوتای دیگر کوچکتر است، افزایش می‌یابد. پس آیا می‌توان گفت که این سه ثابت جفت‌شدگی در انرژی‌های بسیار زیاد در یک مقدار حدی مشترک هم‌گرا می‌شوند؟ (نگاه کنید به شکل ۵-۲). این چیزی است که نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) نوید می‌دهد. به‌علاوه، با استفاده از شکل تابعی ثابتهای جفت‌شدگی نسبت به انرژی، می‌توان انرژی را که این وحدت در آن به‌وقوع می‌پیوندد برآورد کرد. این انرژی در حدود 10^{16} GeV است، که البته از انرژی‌هایی که فعلاً می‌توان به‌دست آورد فوق‌العاده بیشتر است (به‌خاطر داشته باشید که جرم Z برابر است با $90 \text{ GeV}/c^2$). با وجود این، ایده هیجان‌انگیز است، زیرا نشان می‌دهد که اختلاف شدت مشاهده‌شده بین سه برهم‌کنش است یک «تصادف» است که از این واقعیت ناشی می‌شود که ما مجبوریم در انرژی‌های کم کار کنیم، که در آن وحدت نیروها از میان می‌رود. اگر می‌توانستیم به بارهای قوی، الکتریکی، و ضعیف «واقعی» به اندازه کافی نزدیک شویم، بدون اینکه اثرات استتار قطبش خلأ وجود داشته باشد، درمی‌یافتیم که همه آنها برابرند، چقدر خوب!

از پیش‌بینیهای دیگر نظریه GUTs آن است که پروتون ممکن است ناپایدار باشد. هرچند

طول عمر آن به صورت خارق العاده ای طولانی است (حداقل 10^{20} برابر سن عالم). این موضوع خاطر نشان می کند که پایداری بار و رنگ از جهاتی بسیار «بنیادی» تر از پایداری عدد باریونی و عدد لپتونی است زیرا بار «چشمه» الکترو دینامیک و رنگ «چشمه» کرومودینامیک است. اگر این دو پایسته نباشند، باید QED و QCD را به طور کامل از نو فرمول بندی کرد. اما عدد باریونی و عدد لپتونی در هیچ برهم کنشی نقش چشمه را ندارند، و پایداری آنها اهمیت دینامیکی چندانی ندارد. در نظریه وحدت بزرگ انتظار برهم کنشهای جدیدی، نظیر واپاشیهای زیر را داریم

$$p^+ \rightarrow e^+ + \pi^+ \quad \text{یا} \quad p^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \pi^+ \quad (9-2)$$

که در آن عدد باریونی و عدد لپتونی تغییر می کنند. امروزه آزمایشهای متعددی برای یافتن این واپاشیها برای پروتون انجام شده و می شود. اما تاکنون نتیجه دهه آنها منفی بوده است [۹]. اگر نظریه وحدت بزرگ موفق باشد، تمام فیزیک ذرات بنیادی به عمل یک نیروی واحد تبدیل می شود. گام نهایی، گرانی را نیز وارد می کند و رویای غائی اینشتین را تأیید می کند. در واقع بسیاری از فیزیکدانان نظری درباره این وحدت غائی کار می کنند. اما شاید به جرأت بتوان گفت، به رغم تمام کوششهایی که در این سالها انجام شده است، هنوز با بسیاری از جزئیات این نظریه فاصله بسیار داریم و به سختی می توان مقدماتی ترین دستاوردهای کرومودینامیک را آزمود، و ما به نظریه ای می اندیشیم که دو نسل از ما پیشرفته تر است!

مراجع و یادداشتها

۱. ریشه «طعم» از کلمه یونانی «*geusidynamics*» و ضعیف از کلمه یونانی «*asthenodynamics*» آمده است.

Phys. Today (April 1981), p. 74. M. Gaillard

را ببینید.

۲. مثلاً

E. M. Purcell, *Electricity and Magnetism*, 2d Ed. (New York: McGraw-Hill, 1985), Sec. 10.1

را ببینید.

۳. سی-کویچ در *Sci. Am.* (April 1985) تعبیر کیفی از اثر قطبش گلوئون را ارائه داده است. اما کاملاً قانع کننده نیست. مقاله کویچ مقدمه ای خوش درآمد و برجسته برای مسائل جاری فیزیک ذرات بنیادی است.

۴. مقاله‌های کلاسیک در مورد نظریهٔ برهم‌کنش ضعیف تا سال ۱۹۶۰ در کتاب

P. K. Kabir, ed., *The Development of Weak Interaction Theory* (New York: Gordon & Breach, 1963)

جمع‌آوری شده است. گردآوری مشابهی که شامل زمینه‌های جدید است را می‌توان در

C. H. Lai, ed., *Gauge Theory of Weak and Electromagnetic Interactions* (Singapore: World Scientific, 1981)

یافت.

5. F. J. Hasert et al., *Phys. Lett.* **46B**, 138 (1973), and *Nucl. Phys.* **B73**, 1 (1974)

و همچنین

D. B. Cline, A. K. Mann, and C. Rubbia, *Sci. Am.* (December 1974)

را ببینید.

6. S. L. Wu, *Phys. Rep.* **107**, 59 (1984), Section 5.6

و همچنین

M.- A. Bouchiat and L. Pottier, *Sci. Am.* (June 1984).

7. F. J. Gilman, *Rev. Mod. Phys.* **56**, S296 (1984).

۸. برای توجیه دقیق فرایندی که در این پاورقی بحث شده کتاب

D. T. Gillespie, *A Quantum Mechanics Primer* (London: International Textbook Co.), p. 78,

را ببینید.

9. J. M. LoSecco, F. Reines, and D. Sinclair, *Sci. Am.* (June 1985).

مسائل

۱-۲ نسبت جاذبهٔ گرانشی به دافعهٔ الکتریکی میان دو الکترون ساکن را حساب کنید. (آیا نیازی به ذکر فاصلهٔ بین آنها هست؟)

۲-۲ نمودار فاینمن در پایین‌ترین مرتبه را برای پراکندگی دلیروک، $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$ رسم کنید. (این فرایند، پراکندگی نور با نور، هیچ نظیری در الکترودینامیک کلاسیک ندارد.)

۳-۲ همه نمودارهای مرتبه چهار (چهار رأس) را برای پراکندگی کامپتون رسم کنید. (تعداد آنها ۱۷ تا است، نمودارهای ناهمبند شمرده نمی شوند.)

۴-۲ در تمام نمودارهای پایین ترین مرتبه برای پراکندگی بابا، جرم فوتون مجازی را محاسبه کنید. (فرض کنید الکترون و پوزیترون ساکن هستند). سرعت آن چقدر است؟ (دقت کنید که این جوابها برای فوتونهای واقعی غیر ساکن هستند.)

۵-۲ (الف) فکر می کنید کدام یک از واپاشیهای زیر محتمل تر است،

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^- \quad \text{یا} \quad \Xi^- \rightarrow n + \pi^-$$

توضیحی برای پاسخ خود بیاورید و صحت آن را نگاه کردن به داده های تجربی تأیید کنید.
(ب) کدام واپاشی زیر برای مزون $D^0 (c\bar{u})$ محتمل تر است؟

$$D^0 \rightarrow K^- + \pi^+, \quad D^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+, \quad \text{یا} \quad D^0 \rightarrow K^+ + \pi^-$$

کدام یک کمترین احتمال را دارد؟ نمودارهای فاینمن هر یک را بکشید و پاسخ خود را توضیح دهید. آنها را با داده های تجربی و ارسی کنید. (یکی از موفق ترین پیش بینیهای مدل کابیو KM/GIM آن است که: مزونهای افسون ترجیحاً به مزونهای شگفت وامی باشند، حتی اگر از نظر انرژی مد 2π مناسب تر باشد.)

(ج) برای مزونهای «زیبای» (B) وضعیت به چه صورت است؟ آیا آنها می توانند به D ها، K ها یا π ها واپاشیده شوند؟ برای مزونهای «حقیقت» چطور؟

۶-۲ پایین ترین مرتبه همه نمودارهایی که در فرایند $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ سهم هستند را بکشید. [یکی از آنها جفت شدگی مستقیم Z به W ها و دیگری جفت شدگی γ به W هاست، پس اگر برخوردکننده الکترون-پوزیترون با انرژی کافی ساخته شود تا دو W تولید کند، این برهم کنشها را می توان به طور مستقیم مشاهده کرد.]

۷-۲ طبق مدل استاندارد (که شامل GUT ها که پتانسیل آنها پایداری عدد لپتونی و عدد باریونی را نقض می کنند نمی شود) بگویید کدام یک از فرایندهای زیر ممکن و کدام غیر ممکن هستند. در حالت اول نوع برهم کنش قوی، الکترومغناطیسی، ضعیف — را معین کنید و برای حالت دوم بگویید کدام قانون پایداری مانع انجام فرایند می شود. (طبق معمول، در موارد صریح، بار را مشخص نمی کنیم، پس با γ و Λ و n خنثی هستند؛ p مثبت و e منفی است و غیره.)

$$\eta \rightarrow \gamma + \gamma \quad (\text{ب}) \quad p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^+ \quad (\text{الف})$$

$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^- \quad (\text{د}) \quad \Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0 \quad (\text{ج})$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e \quad (\text{و}) \quad e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^- \quad (\text{ه})$$

$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$	(ح) $\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$	(ز)
$p + p \rightarrow \Sigma^+ + n + K^0 + \pi^+ + \pi^0$	(ی) $e + p \rightarrow \nu_e + \pi^0$	(ط)
$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$	(ل) $p \rightarrow e^+ + \gamma$	(ک)
$\pi^+ + n \rightarrow \pi^- + p$	(ن) $n + \bar{n} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	(م)
$\Sigma^+ + n \rightarrow \Sigma^- + p$	(ف) $K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0$	(س)
$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$	(ق) $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$	(ص)
$\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$	(ش) $\Xi^0 \rightarrow p + \pi^-$	(ر)
$\Sigma^- \rightarrow n + e + \bar{\nu}_e$	(ث) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$	(ت)

۸-۲ در برخی واپاشیها دو (یا حتی هر سه) نیروی مختلف دخیل اند. نمودارهای فاینمن ممکن را برای فرایندهای زیر رسم کنید.

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \gamma \quad (\text{الف})$$

$$\Sigma^+ \rightarrow p + \gamma \quad (\text{ب})$$

چه برهم کنشهایی دخیل اند؟ (هردوی این واپاشیها مشاهده شده اند.)

۹-۲ مزون آپسیلون، $b\bar{b}$ ، مشابه ψ ، $c\bar{c}$ برای کوارک ته است. جرم آن $9460 \text{ MeV}/c^2$ و عمر آن $10^{-20} \times 15$ است. با این اطلاعات آیا می توانید چیزی در مورد جرم مزون $u\bar{b}$ ، B ، بگویید؟ (جرم مشاهده شده آن $5270 \text{ MeV}/c^2$ است.)

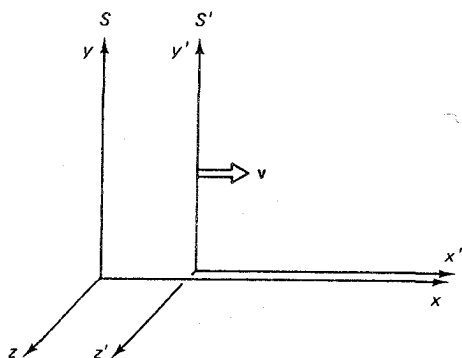
۱۰-۲ مزون ψ' بار جرم $3685 \text{ MeV}/c^2$ محتوای کوارکی مشابه ψ (یعنی $c\bar{c}$) را دارد. مد اصلی واپاشی آن $\psi' \rightarrow \psi + \pi^+ + \pi^-$ است. آیا این فرایند برهم کنش قوی است؟ آیا فرایند سرکوب شده OZI است؟ چه طول عمری را برای ψ' انتظار دارید؟ (مقدار مشاهده شده $10^{-21} \times 3$ ثانیه است.)

سینماتیک نسبیتی

در این فصل اصول بنیادی، نمادگذاری و اصطلاحات سینماتیک نسبیتی را خلاصه می‌کنیم. این مطالب را برای درک فصلهای ۶ تا ۱۱ باید بدانیم (ولی برای فصل ۴ و ۵ لازم نیست و اگر ترجیح می‌دهید می‌توانید این دو را اول بخوانید). هرچند این نوع برخورد نسبتاً خودکفاست، فرض کرده‌ام که قبلاً با نسبیت خاص را خوانده‌اید اگر نه، باید درنگ کنید و قبل از ادامه کار، فصل مربوطه را در کتابهای فیزیک پایه بخوانید. اما اگر با نسبیت کاملاً آشنا هستند، این فصل یک مرور ساده است. اما در هر صورت سرتاسر آن را بخوانید زیرا بعضی نمادگذاریها ممکن است برایتان تازه باشد.

۱-۳ تبدیلهای لورنتس

بنا بر نظریه نسبیت خاص [۱]، قوانین فیزیک در هر دستگاه مرجعی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند به مانند دستگاه ساکن به کار می‌روند. یک مفهوم ضمنی نامطابوب این موضوع آن است که راهی وجود ندارد که بتوان گفت کدام دستگاه (اگر وجود داشته باشد) ساکن است و بنابراین نمی‌توان فهمید سرعت هر دستگاه چقدر می‌تواند باشد. پس شاید بهتر باشد از اول شروع کنیم. خوب! با توجه به نظریه نسبیت خاص، قوانین فیزیک در همه دستگاههای مرجع لخت اعتبار


 شکل ۱-۳ دستگاه‌های لخت S و S'

یکسانی دارند. دستگاه لخت، دستگاهی است که در آن قانون اول نیوتون (قانون لختی) معتبر است: اجسام در خط مستقیم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند مگر اینکه نیرویی بر آنها وارد شود.* به راحتی می‌توان دید که هر دو دستگاه لخت باید با سرعت ثابت نسبت به یکدیگر حرکت کنند و برعکس، هر دستگاهی که با سرعت ثابت نسبت به یک دستگاه لخت حرکت کند، لخت است.

پس، فرض کنید دو چارچوب لخت S و S' داریم که S' با سرعت v یکنواخت (با اندازه v) نسبت به S حرکت می‌کند (پس S با سرعت $-v$ نسبت به S' حرکت می‌کند). می‌توان مختصات را طوری در نظر گرفت که حرکت در امتداد محور مشترک x/x' باشد (شکل ۱-۳)، و ساعت‌های اصلی را در مبدأ هر دستگاه قرار دهیم به طوری که در لحظه انطباق هر دو صفر را نشان دهند (یعنی، $t = t' = 0$ در $x = x' = 0$). اکنون فرض کنید رویدادی در مکان (x, y, z) و زمان t در S رخ دهد. پرسش این است که: مختصات فضا زمانی (x', y', z') و t' همین رویداد در S' چیست؟ پاسخ را تبدیلهای لورنتس در اختیارمان می‌گذارد:

$$\text{i.} \quad x' = \gamma(x - vt)$$

$$\text{ii.} \quad y' = y$$

$$\text{iii.} \quad z' = z \quad (1-3)$$

$$\text{iv.} \quad t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

* اگر شما فکر می‌کنید که آیا دستگاهی که به طور آزاد در میدان گرانشی یکنواخت سقوط می‌کند «لخت» است، بیشتر از آنچه برایتان لازم باشد می‌دانید. بگذارید فعلاً گرانی را کنار بگذاریم.

که

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2-3)$$

است. تبدیلهای معکوس که ما را از S' به S برمی گرداند به سادگی با تغییر علامت v به دست می آیند (مسئله ۱-۳):

$$\begin{aligned} \text{i'.} \quad x &= \gamma(x' + vt') \\ \text{ii'.} \quad y &= y' \\ \text{iii'.} \quad z &= z' \\ \text{iv'.} \quad t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \end{aligned} \quad (3-3)$$

تبدیلهای لورنتس تعدادی پیامد فوری دارند، که مهم ترین آنها را به طور خلاصه ذکر می کنیم:

- نسبیت همزمانی: اگر دو رویداد در یک زمان، ولی مکانهای متفاوت در S به وقوع بپیوندند، در S' همزمان رخ نمی دهند. به خصوص اگر $t_A = t_B$ باشد، داریم

$$t'_A = t'_B + \frac{\gamma v}{c^2}(x_B - x_A) \quad (4-3)$$

(نگاه کنید به مسئله ۲-۳). رویدادهایی که در یک دستگاه لخت همزمان هستند در دیگری همزمان نیستند.

- انقباض لورنتس: فرض کنید خطکشی روی محور x' در S' ساکن است. یک سر آن در مبدأ ($x' = 0$) و سر دیگر آن در L' است (بنابراین طول آن در S' ، L' است). طول آن در S چقدر اندازه گرفته می شود؟ چون خطکش نسبت به S در حرکت است، باید دقت کنیم که محل دو انتهای آن را یک زمان، مثلاً $t = 0$ ثبت کنیم. در آن لحظه که انتهای چپ آن در $x = 0$ است، انتهای راست، مطابق معادله (i)، در $x = L'/\gamma$ قرار دارد. پس طول خطکش در S ، $L = L'/\gamma$ است. توجه کنید که γ همیشه بزرگتر یا مساوی یک است. در نتیجه جسم متحرک با ضرب γ ، در مقایسه با طولش در دستگاهی که در آن ساکن است، کوتاه تر می شود. توجه کنید که انقباض لورنتس فقط در مورد طولهای در امتداد جهت حرکت به کار می رود. اندازه های عمودی متأثر نمی شوند.

- اتساع زمان: فرض کنید ساعتی در مبدأ S' ، در بازه T' که برای سادگی از $t' = 0$ تا $t' = T'$ در نظر گرفته می شود، تیک تیک کند. این دوره در S چقدر اندازه گیری می شود؟ خب، در $x' = 0$ ، زمان در $t = 0$ شروع می شود و در $t' = T'$ پایان می یابد. بنابراین [مطابق معادله (iv')] $t' = T'$

$t = \gamma T'$ است. بدیهی است ساعت S در بازه $T = \gamma T'$ ، که با ضریب γ طولانی تر شده است، تیک تیک می‌کند. یا به عبارت دیگر ساعتهای متحرک کندتر کار می‌کنند. برخلاف انقباض لورنتس که به طور غیرمستقیم فقط به فیزیک ذرات بنیادی مربوط است، اتساع زمان در آزمایشگاه آزمایشی معمولی است. زیرا از یک جنبه هر ذره ناپایدار دارای ساعتی درونی است که به ذره می‌گوید چه وقت زمانش به سر می‌رسد. این ساعتهای درونی در واقع وقتی ذره متحرک است، کند کار می‌کنند. یعنی، ذره متحرک نسبت به ذره ساکن (با ضریب γ) دوام بیشتری دارد.* (البته، طول عمرهایی موجود در جدول مربوط به ذرات ساکن است). در واقع موثونهای پرتوکیهانی که در بالای جو تولید می‌شوند اگر اتساع زمان وجود نداشت هرگز در سطح زمین مشاهده نمی‌شدند (مسئله ۳-۴).

۴. جمع سرعتها: فرض کنید ذره‌ای در جهت x با سرعت u' نسبت به S' حرکت می‌کند. سرعت u آن نسبت به S چقدر است؟ ذره فاصله $\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$ را در زمان $\Delta t = \gamma[\Delta t' + (v/c^2)\Delta x']$ طی می‌کند، بنابراین

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + (v/c^2)\Delta x'} = \frac{(\Delta x'/\Delta t') + v}{1 + (v/c^2)(\Delta x'/\Delta t')}$$

اما $\Delta x/\Delta t = u$ و $\Delta x'/\Delta t' = u'$ است، پس

$$u = \frac{u' + v}{1 + (u'v/c^2)} \quad (5-3)$$

صورت نشان دهنده پاسخ کلاسیک به همین پرسش یعنی $u = u' + v$ است. مخرج تصحیح نسبیتی است که کوچک است مگر اینکه u' و v در حدود c باشند. توجه کنید اگر $u' = c$ و نیز $u = c$ باشد، سرعت نور در همه دستگاههای لخت یکسان می‌شود.

۲-۳ چار بردارها

در اینجا بد نیست که یک نمادگذاری ساده‌کننده را ارائه کنیم. چار بردار مکان-زمان x^μ ، $\mu = 0, 1, 2, 3$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x^0 = ct, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z \quad (6-3)$$

تبدیلهای لورنتس برحسب x^μ ظاهر مقارن‌تری پیدا می‌کند.

* در واقع فروپاشی یک ذره فرایندی کاتوره‌ای است. وقتی از «طول عمر» صحبت می‌کنیم منظور میانگین طول عمر آن نوع ذره است. وقتی می‌گوییم ذره متحرک دوام بیشتری دارد منظورمان این است که میانگین طول عمر یک دسته ذرات متحرک طولانی‌تر است.

$$\begin{aligned}
 x^{\circ'} &= \gamma(x^{\circ} - \beta x^1) \\
 x^{1'} &= \gamma(x^1 - \beta x^{\circ}) \\
 x^{2'} &= x^2 \\
 x^{3'} &= x^3
 \end{aligned}
 \quad (۷-۳)$$

که

$$\beta \equiv \frac{v}{c} \quad (۸-۳)$$

است. به صورت فشرده تر:

$$x^{\mu'} = \sum_{\nu=0}^3 \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu} \quad (\mu = 0, 1, 2, 3) \quad (۹-۳)$$

ضرایب Λ_{ν}^{μ} را می توان اجزای ماتریس Λ در نظر گرفت:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱۰-۳)$$

(یعنی $\Lambda_0^0 = \Lambda_1^1 = \gamma$; $\Lambda_0^1 = \Lambda_1^0 = -\gamma\beta$; $\Lambda_2^2 = \Lambda_3^3 = 1$ و بقیه صفر هستند). برای اجتناب از نوشتن تعداد زیادی Σ ، از «قرارداد جمع» اینشتین پیروی می کنیم که می گوید شاخصهای یونانی تکراری (یکی برای شاخص پایین، یکی برای شاخص بالا) از ۰ تا ۳ جمع بسته می شوند. پس معادله (۹-۳) در نهایت به صورت زیر درمی آید:*

$$x^{\mu'} = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu} \quad (۱۱-۳)$$

حسن ویژه این نمادگذاری منظم آن است که همین شکل تبدیلیهای لورنتسی را که در امتداد جهت x نیستند بیان می کند؛ در واقع حتی لازم نیست محورهای S و S' موازی باشند؛ طبیعتاً ماتریس

* در چنین عبارتی حرف یونانی، ν ، که به عنوان شاخص جمع به کار می رود کاملاً اختیاری است. همین موضوع برای شاخص μ صادق است هر چند باید دو طرف معادله با هم جور شوند. بنابراین معادله (۱۱-۳) را می توان به صورت

Λ پیچیده‌تر می‌شود، اما معادله (۱۱-۳) هنوز برقرار است. (از طرف دیگر) در به‌کار بردن عبارت (۱۰-۳) کلیت موضوع از دست نمی‌رود زیرا همیشه در انتخاب محورهای موازی و قراردادن محور x در امتداد جهت v آزاد هستیم.)

هرچند وقتی از S به S' می‌رویم، مختصات یک رویداد مطابق (۱۱-۳) تغییر می‌کند، ولی ترکیب خاصی از آنها وجود دارد که همان‌طور باقی می‌ماند (مسئله ۷-۳):

$$I \equiv (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 = (x'^0)^2 - (x'^1)^2 - (x'^2)^2 - (x'^3)^2 \quad (۱۲-۳)$$

این کمیت که در هر دستگاه لخت مقدار یکسانی را دارد ناوردا نامیده می‌شود. (همان‌طور که کمیت $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ تحت دوران ناورد است.) حال علاقه‌مندیم این ناوردا را به صورت جمع بنویسیم: $\sum_{\mu=0}^3 x^\mu x_\mu$ ، اما متأسفانه سه علامت منفی مزاحم وجود دارد. برای دنبال کردن آنها ماتریس متریک، $g_{\mu\nu}$ ، را معرفی می‌کنیم که مؤلفه‌هایش به صورت ماتریس g نشان داده می‌شود:

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (۱۳-۳)$$

(یعنی $g_{00} = 1$ ؛ $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$ و بقیه صفر هستند). * به‌کمک $g_{\mu\nu}$ ، ناوردای I را می‌توان به صورت جمع دوگانه نوشت:

$x'^\alpha = \Lambda^\alpha_\lambda x^\lambda$ هم نوشت. هر یک از دو عبارت به مجموعه‌ای از چهار معادله دلالت دارند:

$$x'^0 = \Lambda^0_0 x^0 + \Lambda^0_1 x^1 + \Lambda^0_2 x^2 + \Lambda^0_3 x^3$$

$$x'^1 = \Lambda^1_0 x^0 + \Lambda^1_1 x^1 + \Lambda^1_2 x^2 + \Lambda^1_3 x^3$$

$$x'^2 = \Lambda^2_0 x^0 + \Lambda^2_1 x^1 + \Lambda^2_2 x^2 + \Lambda^2_3 x^3$$

$$x'^3 = \Lambda^3_0 x^0 + \Lambda^3_1 x^1 + \Lambda^3_2 x^2 + \Lambda^3_3 x^3$$

* خاطرنشان می‌کنم که بعضی فیزیکدانها متریک را با علامت مخالف (۱، ۱، ۱، -۱) تعریف می‌کنند. این موضوع اهمیتی ندارد، اگر I ناوردا باشد، $-I$ نیز ناورد است. اما این به معنای آن است که باید مراقب علامتهای ناآشنا باشید. خوشبختانه امروزه اغلب فیزیکدانان ذرات قرارداد معادله (۱۳-۳) را به‌کار می‌برند.

$$I = \sum_{\mu=0}^2 \sum_{\nu=0}^2 g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu \quad (۱۴-۳)$$

قدمی فراتر می‌نهم و چار بردار هموردا، x_μ (با شاخص پایین) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x_\mu \equiv g_{\mu\nu} x^\nu \quad (۱۵-۳)$$

(یعنی $x_0 = x^0$, $x_1 = -x^1$, $x_2 = -x^2$ و $x_3 = -x^3$ است). برای تأکید بر این تمایز، چار بردار «اصلی» x^μ (شاخص بالا) را چار بردار پادوردا می‌نامیم. ناوردای I را به واضح‌ترین شکل می‌توان نوشت:

$$I = x_\mu x^\mu \quad (۱۶-۳)$$

بدون شک این نمادگذاری، برای نگه‌داشتن رد سه علامت منفی، به صورت نامعقولی مبالغه‌آمیز به نظر می‌رسد. اما در واقع، وقتی به آن عادت کردیم، خیلی ساده می‌شود. (علاوه بر آن، به خوبی به دستگاههای مختصات غیردکارتی و فضای خمیده که در نسبیت عام با آن مواجه می‌شویم، تعمیم داده می‌شود. اگرچه هیچ‌کدام از اینها در اینجا به ما مربوط نمی‌شود.)

چار بردار مکان-زمان x^μ ، نمونه اصلی همه چار بردارهاست. چار بردار a^μ را به عنوان جسم چهار مؤلفه‌ای که تبدیل آن از یک دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر می‌رویم مانند x^μ با همان ضرایب Λ^μ_ν است تعریف می‌کنیم.

$$a^{\mu'} = \Lambda^{\mu'}_\nu a^\nu \quad (۱۷-۳)$$

به هر چار بردار (پادوردا)، چار بردار هموردای a_μ را نسبت می‌دهیم که به سادگی با تغییر علامت مؤلفه‌های فضایی به دست می‌آید، یا به شکل منظم‌تر

$$a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu \quad (۱۸-۳)$$

البته، می‌توان با معکوس کردن دوباره علامت از هموردا به پادوردا برگشت.

$$a^\mu = g^{\mu\nu} a_\nu \quad (۱۹-۳)$$

که $g^{\mu\nu}$ ها، در واقع، اجزای ماتریس g^{-1} هستند (به هر حال، چون ماتریس ماوارون خودش است $g^{\mu\nu}$ با $g_{\mu\nu}$ یکی است). برای هر دو چار بردار a^μ و b^μ ، کمیت زیر

$$a^\mu b_\mu = a_\mu b^\mu = a^0 b^0 - a^1 b^1 - a^2 b^2 - a^3 b^3 \quad (20-3)$$

ناورداست (عددی یکسان در هر دستگاه لخت). آن را به عنوان ضرب زردهای a و b می نامیم که مشابه چهاربعدهی ضرب نقطه‌ای دو تا سه بردار است (هیچ مشابهی برای ضرب خارجی چار بردارها وجود ندارد). * اگر از نوشتن شاخصها خسته شده‌اید از نمادگذاری نقطه استفاده کنید:

$$a \cdot b \equiv a_\mu b^\mu \quad (21-3)$$

با این حال، به روشی نیازمندیم که بین ضرب زردهای چهاربعدهی و ضرب نقطه‌ای دو سه بردار معمولی، تفاوت بگذارد. بهترین روش آن است که در گذاشتن پیکان روی همه سه بردارها بسیار دقیق باشیم (شاید بجز در مورد سرعت، v ، که بخشی از چار بردار نیست، موضوع مبهمی وجود نداشته باشد). در این کتاب برای سه بردار از حروف سیاه استفاده می کنیم. بنابراین

$$a \cdot b = a^0 b^0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \quad (22-3)$$

همچنین از نماد a^2 برای ضرب زردهای a^μ در خودش استفاده می کنیم:

$$a^2 \equiv a \cdot a = (a^0)^2 - \mathbf{a}^2 \quad (23-3)$$

توجه کنید که لازم نیست a^2 مثبت باشد. در واقع همه چار بردارها را می توان بر اساس علامت a^2 دسته بندی کرد:

$$\begin{array}{ll} \text{اگر } a^2 > 0 & a^\mu \text{ زمان گونه نامیده می شود} \\ \text{اگر } a^2 < 0 & a^\mu \text{ فضاگونه نامیده می شود} \\ \text{اگر } a^2 = 0 & a^\mu \text{ نورگونه نامیده می شود} \end{array} \quad (24-3)$$

با یک گام کوتاه می توان از بردارها به تانسورها رسید: تانسور رتبه دوم $S^{\mu\nu}$ دو شاخص و $16 = 4^2$ مؤلفه دارد و با دو ضریب Λ تبدیل می شود:

$$S'^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\kappa \Lambda^\nu_\sigma S^{\kappa\sigma} \quad (25-3)$$

تانسور رتبه سوم $t^{\mu\nu\lambda}$ ، سه شاخص و $64 = 4^3$ مؤلفه دارد و با سه ضریب Λ تبدیل می شود:

* نزدیک ترین چیز به آن $(a^\mu b^\nu - a^\nu b^\mu)$ است، اما این یک تانسور رتبه دوم است نه چار بردار. (به آنچه در زیر می آید نگاه کنید).

$$t^{\mu\nu\lambda'} = \Lambda_{\kappa}^{\mu} \Lambda_{\sigma}^{\nu} \Lambda_{\tau}^{\lambda} t^{\kappa\sigma\tau} \quad (26-3)$$

و غیره. در این سلسله مراتب، بردار تانسور رتبه یک و اسکالر (ناوردا) تانسور رتبه صفر است. تانسورهای هموردا و «آمیخته» را با پایین آوردن شاخصها می سازیم (برای هر شاخص فضایی یک علامت منفی لازم است)، مثلاً

$$S_{\nu}^{\mu} = g_{\nu\lambda} S^{\mu\lambda}; \quad S_{\mu\nu} = g_{\mu\kappa} g_{\nu\lambda} S^{\kappa\lambda} \quad (27-3)$$

و غیره. توجه کنید که حاصلضرب دو تانسور، خود یک تانسور است $[a^{\mu}b^{\nu}]$ تانسور رتبه یک است؛ $(a^{\mu}t^{\nu\lambda\sigma})$ تانسور رتبه چهار است و غیره. [سرانجام، از هر تانسور رتبه $n+2$ می توان تانسور ادغام شده رتبه n را با جمع روی شاخصهای بالا و پایین یکسان به دست آورد. پس S_{μ}^{μ} یک اسکالر $t_{\nu}^{\mu\nu}$ یک بردار و $a_{\mu}t^{\mu\nu\lambda}$ تانسور رتبه دوم است.

۳-۳ انرژی و تکانه

فرض کنید در بزرگرایی رانندگی می کنید و به خاطر بحث کردن مدعی می شوید که به سرعت نور نزدیک شده اید. شاید بخواهید نگاهی به دو «زمان» متفاوت بیندازید. اگر نگران قرار ملاقاتی در سانفرانسیسکو هستید باید هر از گاهی ساعتی ثابت نصب شده در کنار جاده را کنترل کنید. اما اگر نگران زمان مناسب برای توقف و خوردن غذا هستید، بهتر است به ساعت مچی خود نگاه کنید. زیرا با توجه به نسبیت، ساعت متحرک (در این حالت، ساعت شما) (نسبت به ساعتی «ثابت» روی زمین) و همین طور ضربان قلب، سوخت و ساز، کلام و فکر و همه چیز شما کند کار می کند. به ویژه، در مدتی که زمان «زمین» به مقدار خیلی کوچک dt به پیش می رود، زمان شما (یا ویژه زمان) مقدار کمتر $d\tau$ را جلو رفته است:

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \quad (28-3)$$

در سرعتهای معمولی رانندگی، γ بسیار نزدیک به ۱ است و dt و $d\tau$ اساساً یکسان هستند. اما در فیزیک ذرات بنیادی تفاوت میان زمان آزمایشگاه (خواندن ساعت روی دیوار) و زمان ذره (آنچه ساعت ذره نشان می دهد) چشمگیر است. هرچند همواره می توان با استفاده از رابطه (۲۸-۳) از یکی به دیگری رفت، ولی در عمل به دلیل ناوردایی، τ ، کارکردن با ویژه زمان مناسب تر است. همه ناظران می توانند ساعت ذره را بخوانند و در هر زمان معین باید در مورد آنچه می گویند توافق داشته باشند، حتی اگر ساعتی خودشان با آن و با هم اختلاف داشته باشد.

وقتی از «سرعت» ذره‌ای صحبت می‌کنیم (نسبت به آزمایشگاه) منظور فاصله طی شده (در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است) تقسیم بر زمان طی کردن آن فاصله (که با ساعت آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است) است:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (29-3)$$

اما با توجه به آنچه گفته شد، بهتر است «ویژه» سرعت η ، را که فاصله طی شده (که دوباره در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است) تقسیم بر ویژه‌زمان است را معرفی کنیم.*

$$\eta \equiv \frac{dx}{d\tau} \quad (30-3)$$

بنا بر معادله (۲۸-۳)، دو سرعت با ضریب γ به هم مربوط می‌شوند:

$$\eta = \gamma v \quad (31-3)$$

با این حال، کار با η راحت‌تر است. اگر بخواهیم از دستگاه آزمایشگاه S ، به دستگاه متحرک S' برویم در (۲۹-۳) هم صورت و هم مخرج باید تبدیل شوند. در حالی که در معادله (۳۰-۳) فقط صورت باید تبدیل شود؛ زیرا همان‌طور که دیدیم $d\tau$ ناورداست. در واقع، ویژه‌سرعت بخشی از چار بردار است:

$$\eta^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} \quad (32-3)$$

که مؤلفه صفر آن برابر است با

$$\eta^0 = \frac{dx^0}{d\tau} = \frac{d(ct)}{(1/\gamma)dt} = \gamma c \quad (33-3)$$

پس

$$\eta^\mu = \gamma(c, v_x, v_y, v_z) \quad (34-3)$$

* ویژه سرعت کمیتی دورگه است بدین معنی که فاصله در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود، در حالی که زمان در چارچوب ذره اندازه گرفته می‌شود. بعضی‌ها به صفت «ویژه» در این زمینه ایراد می‌گیرند و می‌گویند آن را باید برای کمیت‌هایی که کلاً در چارچوب ذره اندازه‌گیری می‌شود، در نظر گرفت. البته، ذره در چارچوب خودش اصلاً حرکت نمی‌کند — سرعت آن صفر است. اگر اصطلاحات من شما را ناراحت می‌کند η را «چار سرعت» بنامید. باید اضافه کنم اگرچه ویژه سرعت برای محاسبه کمیت مناسب‌تری است، اما از دیدگاه ناظری که ذره از کنارش می‌گذرد، هنوز سرعت معمولی کمیت طبیعی‌تری است.

ضمناً، $\eta_\mu \eta^\mu$ باید ناوردا باشد، و برابر است با:

$$\eta_\mu \eta^\mu = \gamma^2 (c^2 - v_x^2 - v_y^2 - v_z^2) = \gamma^2 c^2 (1 - v^2/c^2) = c^2 \quad (35-3)$$

آنها ناوردهایی بیش از آنچه گفته شد را نمی سازند!

از نظر کلاسیک، تکانه جرم ضربدر سرعت است. می خواهیم این را در نسبیت به دست آوریم اما این سؤال مطرح است که باید از کدام سرعت استفاده کنیم، سرعت معمولی یا ویژه سرعت؟ ملاحظات کلاسیک هیچ سرنخی به دست نمی دهند چون در حد غیرنسبیتی هر دو برابر هستند. از یک نظر، موضوع به تعریف مربوط می شود، اما دلیل ظریف قانع کننده ای وجود دارد که چرا سرعت معمولی انتخاب بدی است در حالی که ویژه سرعت انتخاب خوبی است. نکته آن است که اگر تکانه را به صورت $m\mathbf{v}$ تعریف کنیم، قانون پایستگی تکانه با اصل نسبیت ناسازگار خواهد بود (اگر این قانون در یک دستگاه لخت برقرار باشد، در دستگاه لخت دیگر برقرار نخواهد بود). اما اگر تکانه را به صورت $m\eta$ تعریف کنیم، پایستگی تکانه با اصل نسبیت سازگار خواهد بود (اگر پایستگی در یک دستگاه لخت برقرار باشد، خود به خود در هر دستگاه لخت، دیگر برقرار است). به عهده شماس است که در مسئله ۳-۱۰ این موضوع را برای خود اثبات کنید. توجه کنید که این امر تضمین نمی کند که تکانه پایسته است، این موضوعی است که باید آزمایشها در مورد آن تصمیم بگیرند. اما می گوید که اگر انتظار داریم که پایستگی تکانه به قلمرو نسبیت تعمیم داده شود، بهتر است تکانه را به صورت $m\mathbf{v}$ تعریف نکنیم، در حالی که $m\eta$ کاملاً قابل قبول است. این یک بحث دشوار است، و اگر این را دنبال نکردید، پاراگراف آخر را دوباره بخوانید. نتیجه این است که در نسبیت تکانه به صورت جرم در ویژه سرعت تعریف می شود:

$$\mathbf{p} \equiv m\eta \quad (36-3)$$

چون ویژه سرعت بخشی از چار بردار است، همین موضوع برای تکانه نیز صادق است.

$$p^\mu = m\eta^\mu \quad (37-3)$$

مؤلفه های فضایی p^μ سه بردار تکانه (نسبیتی) را تشکیل می دهند:

$$\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (38-3)$$

ضمناً، مؤلفه «زمان» آن برابر است با

$$p^0 = \gamma mc \quad (39-3)$$

به دلیلی که هم اکنون روشن می شود «انرژی نسبیتی» E را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (40-3)$$

مؤلفه صفرم $E/c, p^\mu$ است. بنابراین انرژی و تکانه با هم چار بردار انرژی-تکانه را تشکیل می دهند:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right) \quad (41-3)$$

ضمناً از معادله های (۳۵-۳) و (۳۷-۳) داریم:

$$p_\mu p^\mu = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = m^2 c^2 \quad (42-3)$$

که، به روشنی ناورد است.

تکانه نسبیتی (۳۸-۳)، در رژیم غیرنسبیتی ($v \ll c$) به عبارت کلاسیک تبدیل می شود، اما همین را درباره انرژی نسبیتی (۴۰-۳) نمی توان گفت. برای دیدن اینکه چگونه این کمیت «انرژی» نامیده می شود، رادیکال را به صورت سری تیلور بسط می دهیم:

$$E = mc^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right) = mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots \quad (43-3)$$

توجه کنید که جمله دوم در اینجا متناظر انرژی جنبشی کلاسیک است، در حالی که جمله اصلی (mc^2) ثابت است. اینک شاید به یاد آورید که در مکانیک کلاسیک فقط تغییرات انرژی اهمیت فیزیکی دارد. می توانید ثابتی را با اطمینان اضافه کنید. از این نظر فرمول نسبیتی با فرمول کلاسیک در حد $v \ll c$ ، که جمله های بالاتر بسط ناچیزند، سازگار است. جمله ثابت که حتی وقتی $v = 0$ است باقی می ماند انرژی سکون نامیده می شود:

$$R \equiv mc^2 \quad (44-3)$$

باقی مانده، انرژی مربوط به حرکت ذره، یعنی انرژی جنبشی نسبیتی است:

$$T \equiv mc^2(\gamma - 1) = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots \quad (45-3)$$

(توجه کنید که هرگز هیچ اشاره ای به جرم نسبیتی نکرده ایم. جرم نسبیتی کمیت زائدی است که

کار مفیدی انجام نمی‌دهد. اگر با آن مواجه شدید تعریف آن $m_{rel} \equiv \gamma m$ است، که منسوخ شده است زیرا اختلاف آن با E فقط در ضریب c^2 است. آنچه می‌توان درباره m_{rel} گفت درست همان چیزی است که می‌توان درباره E گفت، مثلاً «پایستگی جرم نسبیتی» چیزی جز پایستگی انرژی نیست که بر c^2 تقسیم شده است.

در مکانیک کلاسیک چیزی به صورت ذره بدون جرم وجود ندارد. تکانه (mv) و انرژی جنبشی $(\frac{1}{2}mv^2)$ صفر است، هیچ نیرویی را تحمل نمی‌کند زیرا $F = ma$ — این موجود یک صفر دینامیکی است. در نگاه اول شاید تصور کنید که در نسبیت نیز این موضوع درست است اما بررسی دقیق فرمولهای

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (46-3)$$

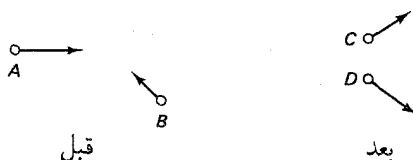
مفردی را نمایان می‌سازد. وقتی $m = 0$ باشد صورتهای صفر هستند، اما اگر $v = c$ باشد مخرجها نیز صفر هستند و این معادله‌ها به صورت مبهم $(0/0)$ درمی‌آیند. بنابراین می‌توان $m = 0$ داشت به شرط اینکه ذره همواره با سرعت نور حرکت کند. در این حالت معادله‌های $(46-3)$ برای تعریف E و p به کار نمی‌روند. با وجود این، معادله $(42-3)$ از قرار معلوم هنوز به کار می‌رود، به طوری که برای ذرات بدون جرم داریم:

$$E = |p|c \quad (47-3)$$

شخصاً معتقدم این «استدلال»، اگر حداقل دو نوع ذره بدون جرم (فوتون و نوترینو) شناخته شده در طبیعت وجود نداشت، یک شوخی بود. آنها در واقع با سرعت نور حرکت می‌کنند و انرژی و تکانه آنها با معادله $(47-3)$ به هم مربوط می‌شوند. بنابراین بدیهی است که باید این حفر را جدی گرفت. شاید بپرسید که اگر معادله‌های $(46-3)$ ، p و E را تعریف نمی‌کنند پس چه چیزی تکانه و انرژی ذره بدون جرم را تعیین می‌کند؟ جرم (که بنا به فرض صفر است) سرعت (که همیشه c است). پس فوتونی با انرژی 2eV چه تفاوتی با فوتون با انرژی 3eV دارد؟ نسبیت پاسخی به این پرسش نمی‌دهد، اما عجیب اینکه مکانیک کوانتومی در قالب فرمول پلانک، به آن پاسخ می‌دهد:

$$E = h\nu \quad (48-3)$$

این بسامد فوتون است که انرژی و تکانه‌اش را تعیین می‌کند: فوتون 2eV قرمز و فوتون 3eV ارغوانی است!



شکل ۲-۳ یک برخورد که در آن $A + B \rightarrow C + D$

۴-۳ برخوردها

البته انرژی و تکانه به این دلیل مطرح می‌شوند که این کمیتها در هر فرایند فیزیکی پایسته هستند. در نسبیت مانند مکانیک کلاسیک، روشن‌ترین کاربرد این قوانین پایستگی در برخوردهاست. ابتدا یک برخورد کلاسیک را در نظر بگیرید که در آن جسم A به جسم B برخورد می‌کند (این اجسام می‌توانند دو ارباب روی یک تخت هوا باشند) و اجسام C و D را تولید می‌کند. (شکل ۲-۳). البته C و D ممکن است همان A و B باشند. اما ممکن است رنگ (یا چیز دیگری) از A زده و به B مالیده شود به طوری که جرم نهایی همان جرمهای اولیه نباشد. (فرض می‌کنیم که A ، B ، C و D تنها بازیگران این نمایشنامه باشند. اگر تکه پاره W در صحنه باقی بماند، با فرایند پیچیده‌تری سروکار خواهیم داشت: $A + B \rightarrow C + D + W$). برخورد، ذاتاً خیلی سریع اتفاق می‌افتد به طوری که نیروی خارجی مانند گرانی یا اصطکاک مسیر تأثیر چندانی بر آن ندارند. به لحاظ کلاسیک، جرم و تکانه در چنین فرایندهایی همواره پایسته هستند، انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.

برخوردهای کلاسیک

۱. جرم پایسته است، $m_A + m_B = m_C + m_D$.

۲. تکانه پایسته است، $p_A + p_B = p_C + p_D$.

۳. انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.

در واقع، متوجه سه نوع برخورد متمایز می‌شویم: برخورد «چسبناک» که در آن انرژی جنبشی کاهش می‌یابد (معمولاً تبدیل به گرما می‌شود). برخورد «انفجاری» که در آن انرژی جنبشی افزایش می‌یابد (مثلاً فرض کنید A فتر فشرده‌ای در سپر جلوی خود دارد و در ضمن برخورد، دستگیره آزاد می‌شود. بنابراین انرژی فتر به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود)؛ و برخورد کشسان که در آن انرژی جنبشی پایسته است.

انواع برخوردها (کلاسیک)

الف. چسبناک: انرژی جنبشی کاهش می‌یابد، $T_A + T_B > T_C + T_D$.

ب. انفجاری: انرژی جنبشی افزایش می‌یابد، $T_A + T_B < T_C + T_D$.

ج. کشسان: انرژی جنبشی پایسته است، $T_A + T_B = T_C + T_D$.

در حالت حدی نوع (الف) دو ذره به یکدیگر می‌چسبند، و در واقع فقط یک جسم نهایی وجود دارد: $A + B \rightarrow C$. در حالت حدی نوع (ب) یک جسم به دو جسم شکسته می‌شود: $A \rightarrow C + D$ (به زبان فیزیک ذرات A به $D + C$ وامی‌باشد).

در یک برخورد نسبیتی، تکانه و انرژی همواره پایسته‌اند. به عبارت دیگر چهار مؤلفهٔ چار بردار انرژی-تکانه پایسته است. مانند مورد کلاسیک، انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.

برخوردهای نسبیتی

۱. انرژی پایسته است، $E_A + E_B = E_C + E_D$.
۲. تکانه پایسته است، $p_A + p_B = p_C + p_D$.
۳. انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.

دوباره برخورد را، برحسب اینکه انرژی جنبشی کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییر نکند، به صورت چسبناک، انفجاری، یا کشسان دسته‌بندی می‌کنیم. چون انرژی کل (سکون به علاوه جنبشی) همیشه پایسته است، پس انرژی سکون (و بنابراین جرم) در برخورد چسبیده افزایش و در انفجاری کاهش می‌یابد و در برخورد کشسان تغییر نمی‌کند.

انواع برخوردها (نسبیتی)

الف. چسبناک: انرژی جنبشی کم می‌شود، انرژی سکون و جرم افزایش می‌یابد.

ب. انفجاری: انرژی جنبشی زیاد می‌شود، انرژی سکون و جرم کاهش می‌یابد.

ج. کشسان: انرژی جنبشی، انرژی سکون، و جرم پایسته هستند.

لطفاً توجه کنید: بجز در برخورد کشسان، جرم پایسته نیست.* برعکس اگر جرم پایسته باشد برخورد کشسان است. در برخورد انفجاری (یا واپاشی ذره)، انرژی سکون به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود (یا به زبان مضحک مطبوعات عامه‌پسند که برای افراد با کمترین احترام برای سازگاری ابعادی آزارنده است، «جرم به انرژی تبدیل می‌شود»).

با وجود شباهت ساختاری بین تحلیلهای کلاسیک و نسبیتی تفاوت بارزی بین تفسیر برخوردهای ناکشسان وجود دارد. برای مورد کلاسیک می‌گوییم که انرژی از شکل جنبشی به صورت «داخلی» (انرژی گرمایی، انرژی فنر و غیره) تبدیل می‌شود یا برعکس. در تحلیل نسبیتی می‌گوییم که انرژی جنبشی به انرژی سکون تبدیل می‌شود یا برعکس. چگونه این دو مورد می‌توانند احتمالاً سازگار

* با اصطلاح قبلی می‌گوییم جرم نسبیتی پایسته است اما جرم سکون پایسته نیست.

باشند؟ با این همه، فرض می‌کنیم که مکانیک نسبیتی در حد $c \ll v$ به مکانیک کلاسیک تبدیل شود. پاسخ آن است که همهٔ شکل‌های انرژی «داخلی»، در انرژی سکون جسم بازتاب می‌یابد. جرم یک سیب زمینی داغ بیشتر از سیب زمینی سرد است. فنر فشرده وزنی بیش از فنر عادی دارد. در مقیاس ماکروسکوپی، انرژیهای سکون بسیار بیشتر از انرژیهای داخلی هستند. بنابراین در زندگی روزمره اختلاف جرم به‌کلی قابل چشمپوشی است، و حتی در سطح اتمی نیز بسیار کوچک هستند. فقط در فیزیک هسته‌ای و ذرات، انرژیهای داخلی با انرژیهای سکون قابل مقایسه هستند. با وجود این، اصولاً، هرگاه وزن جسمی را تعیین می‌کنید، نه تنها جرم تمام قسمتهای تشکیل‌دهندهٔ آن، بلکه انرژیهای برهم‌کنش را نیز اندازه می‌گیرید.

۵-۳ مثالها و کاربردها

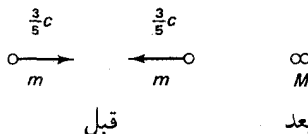
حل مسائل در سینماتیک نسبیتی همان اندازه که علم است هنر هم هست. هرچند که فیزیک چندان‌ی در آن دخیل نیست — چیزی جز پایستگی انرژی و پایستگی تکانه در آن وجود ندارد — اما عملیات جبری آن سنگین است. اینکه حل یک مسئله مفروض دو خط یا هفت صفحه شود به مهارت و تجربه شما در به‌کارگیری ابزار و شگردهای کار، بستگی دارد. اکنون می‌خواهم چند مثال بزنم، تا در ضمن کار نشان دهم که چه ابزارهای صرفه‌جویی در کار در اختیار شما قرار دارد.

مثال ۱-۳

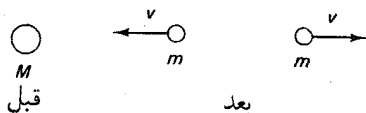
دو تکه «گل به جرم m و سرعت $\frac{3}{5}c$ به‌طور رو در رو برخورد می‌کنند (شکل ۳-۳) و به هم می‌چسبند. پرسش: جرم M قطعهٔ مرکب نهایی چیست؟

حل. با توجه به پایستگی انرژی $E_1 + E_2 = E_M$. با در نظر گرفتن پایستگی تکانه $p_1 + p_2 = p_M$. در این حالت پایستگی تکانه بدیهی است: $p_1 = -p_2$. بنابراین تکهٔ نهایی ساکن است (که از اول معلوم بود). انرژیهای اولیه برابر هستند، بنابراین پایستگی انرژی می‌دهد:

$$Mc^2 = 2E_m = \frac{2mc^2}{\sqrt{1 - (3/5)^2}} = \frac{5}{4}(2mc^2)$$



شکل ۳-۳ برخورد چسبناک دو جرم مساوی (مثال ۱-۳).



شکل ۴-۳ ذره‌ای به دو تکه مساوی وامی‌باشد. (مثال ۲-۳).

نتیجه‌گیری: $M = \frac{5}{4}m$. توجه کنید که این جرم بزرگتر از جمع جرمهای اولیه است. در برخورد چسبناک انرژی جنبشی به انرژی سکون تبدیل می‌شود. بنابراین جرم افزایش می‌یابد.

مثال ۲-۳

ذره‌ای به جرم M که در ابتدا ساکن است، به دو تکه که جرم هر کدام m است، وامی‌باشد (شکل ۴-۳). پرسش: سرعت هر تکه در هنگام خروج چقدر است؟

حل. این فرایند، عکس فرایند مثال ۱-۳ است. با توجه به پایستگی تکانه دو تکه در دو جهت مخالف با سرعتهای مساوی حرکت می‌کنند. پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که

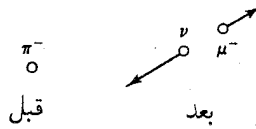
$$M = \frac{2m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \text{بنابراین} \quad v = c\sqrt{1 - (2m/M)^2}$$

این پاسخ بی‌معنی است مگر اینکه M بیشتر از $2m$ باشد. باید حداقل انرژی سکون برای پوشش انرژیهای سکون حالت نهایی موجود باشد (هر مقدار اضافی مطلوب است زیرا به‌صورت انرژی جنبشی جذب می‌شود). می‌گوییم که $M = 2m$ آستانه وقوع فرایند $M \rightarrow 2m$ است. مثلاً جرم دوترون برای واپاشی به یک پروتون به‌علاوه نوترون زیر مقدار آستانه است ($\frac{\text{Mev}}{c^2} = 1875.6$ و $m_d = 1877.9 \frac{\text{Mev}}{c^2}$)، بنابراین پایدار است. اجزای دوترون را می‌توان از هم جدا کرد، اما فقط با دادن انرژی کافی به دستگاه برای جبران اختلاف جرم. (اگر این موضوع که جرم حالت مقید p و n کمتر از مجموع اجزای آن است شما را متعجب می‌کند، توجه کنید که انرژی بستگی دوترون، مانند همه انرژیهای داخلی که در جرم سکون بازتاب می‌یابد، منفی است. در واقع برای هر حالت مقید پایدار انرژی بستگی باید منفی باشد. اگر جرم ذره مرکب بیشتر از مجموع جرم اجزایش باشد، خودبه‌خود فرو می‌پاشد.)

مثال ۳-۳

یک پيون در حال سکون به یک موئون به‌علاوه یک نوترینو وامی‌باشد (شکل ۵-۳). پرسش: سرعت موئون چقدر است؟

حل. پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که $E_\pi = E_\mu + E_\nu$ باشد. از پایستگی تکانه داریم $\mathbf{p}_\pi = \mathbf{p}_\mu + \mathbf{p}_\nu$. اما $\mathbf{p}_\pi = 0$ است. بنابراین $\mathbf{p}_\mu = -\mathbf{p}_\nu$ است. پس موئون و نوترینو پشت به پشت با تکانه برابر و مخالف خارج می‌شوند.



شکل ۵-۳ واپاشی پیون باردار (مثال ۳-۳).

برای ادامه کار به فرمولی نیاز داریم که انرژی ذره را به تکانه‌اش مربوط کند. معادله (۳-۴۲) این کار را می‌کند. [شاید بخواهید که معادله (۳-۳۸) را برای سرعت حل کنید و نتیجه را در (۳-۴۰) قرار دهید. اما این راه‌برد بسیار بدی است. به طور کلی، سرعت در نسبیت پارامتر خوبی برای کارکردن با آن نیست. بهتر است از معادله (۳-۴۲) استفاده کنید، که مستقیماً شما را بین E و \mathbf{p} جابه‌جا می‌کند.]

پیشنهاد ۸. برای به دست آوردن انرژی ذره، وقتی تکانه‌اش معلوم است (یا برعکس)، از ناوردای زیر استفاده کنید.

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4 \quad (۳-۴۹)$$

در این حالت داریم:

$$E_\pi = m_\pi c^2$$

$$E_\mu = c \sqrt{m_\mu^2 c^2 + \mathbf{p}_\mu^2}$$

$$E_\nu = |\mathbf{p}_\nu| c = |\mathbf{p}_\mu| c$$

با قراردادن این مقادیر در معادله پایستگی انرژی داریم:

$$m_\pi c^2 = c \sqrt{m_\mu^2 c^2 + \mathbf{p}_\mu^2} + |\mathbf{p}_\mu| c$$

$$(m_\pi c - |\mathbf{p}_\mu|)^2 = m_\mu^2 c^2 + \mathbf{p}_\mu^2$$

یا

با حل کردن برای $|\mathbf{p}_\mu|$ ، به دست می‌آوریم.

$$|\mathbf{p}_\mu| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} c$$

ضمناً، انرژی موئون [از معادله (۳-۴۹)] برابر است با

$$E_\mu = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} c^2$$

با دانستن انرژی و تکانه یک ذره، به سادگی می توان سرعت آن را به دست آورد. اگر $E = \gamma mc^2$ و $p = \gamma mv$ باشد، از تقسیم آنها داریم:

$$p/E = v/c^2$$

پیشنهاد ۲: اگر انرژی و تکانه ذره ای را می دانید و می خواهید سرعت آن را حساب کنید، از رابطه زیر استفاده کنید.

$$v = pc^2/E \quad (3-5)$$

بنابراین جواب مسئله ما برابر است با

$$v_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} c$$

با قراردادن جرمهای واقعی، $v_\mu = 0.271c$ را به دست می آوریم.

این محاسبات هیچ اشکالی ندارند؛ زیرا محاسبه سرراست و استفاده اصولی از قوانین پایستگی هستند. اما اکنون می خواهیم راه سریع تری را برای به دست آوردن انرژی و تکانه موئون با استفاده از نمادگذاری چاربردار به شما نشان دهیم. [باید بالای همه چاربردارها شاخص بالای μ را بنویسیم، اما نمی خواهیم شاخص فضا-زمان μ را با μ ی مشخص کننده ذره اشتباه کنید، بنابراین در اینجا و اغلب در آینده شاخصهای فضا-زمان را کنار می گذاریم و برای نشان دادن ضرب نرده ای از نقطه استفاده می کنیم] پایستگی انرژی و تکانه ایجاب می کند.

$$p_\pi = p_\mu + p_\nu, \quad \text{یا} \quad p_\nu = p_\pi - p_\mu$$

هر طرف را در خودش ضرب نرده ای می کنیم و به دست می آوریم:

$$p_\nu^2 = p_\pi^2 + p_\mu^2 - 2p_\pi \cdot p_\mu$$

اما

$$p_\nu^2 = 0; \quad p_\pi^2 = m_\pi^2 c^2; \quad p_\mu^2 = m_\mu^2 c^2, \quad \text{و} \quad p_\pi \cdot p_\mu = \frac{E_\pi}{c} \frac{E_\mu}{c} = m_\pi E_\mu$$

بنابراین

$$0 = m_\pi^2 c^2 + m_\mu^2 c^2 - 2m_\pi E_\mu$$

که از آن E_μ به دست می آید. با استفاده از

$$p_\mu = p_\pi - p_\nu$$

و مربع کردن آن به دست می آوریم:

$$m_\mu^\gamma c^2 = m_\pi^\gamma c^2 - 2m_\pi E_\nu$$

$$E_\nu = |\mathbf{p}_\nu|c = |\mathbf{p}_\mu|c \text{ اما}$$

$$2m_\pi |\mathbf{p}_\mu| = (m_\pi^\gamma - m_\mu^\gamma)c$$

که $|\mathbf{p}_\mu|$ را به ما می‌دهد. در این مورد مسئله به اندازه کافی ساده بود و صرفه جویی ناشی از نمادگذاری چاربردار اندک است، اما در مسائل پیچیده تر می‌توانند بسیار مفید باشند.

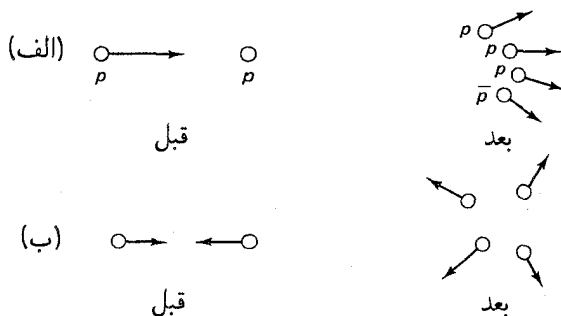
پیشنهاد ۳: با استفاده از نمادگذاری چاربردار ضرب نقطه‌ای ناورد را به دست آورید.

یک دلیل توانمندی استفاده از ناورداها در این کار آن است که آزادیم آنها را در هر دستگاه لخت دلخواه محاسبه کنیم. معمولاً چارچوب آزمایشگاه برای کارکردن ساده ترین آنها نیست. برای مثال، در یک نمونه آزمایش پراکندگی، باریکه‌ای از ذرات به سوی هدف ساکنی شلیک می‌شوند. واکنش مورد مطالعه ممکن است، هرچه $p + p \rightarrow$ باشد، اما در آزمایشگاه وضعیت نامتقارن است زیرا یک پروتون متحرک و دیگری ساکن است. از نظر سینماتیکی، راحت تر است فرایند را از دید دستگاهی که در آن دو پروتون با سرعت‌های مساوی به هم نزدیک می‌شوند، بررسی کنیم. این دستگاه را چارچوب مرکز تکانه (CM) می‌نامیم زیرا در این دستگاه تکانه کل (سه بردار) صفر است.

مثال ۳-۴

بواترون برکلی بر اساس ایده تولید پادپروتون در واکنش $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$ ساخته شد. یک پروتون پیرانرژی به پروتون ساکنی برخورد می‌کند و (علاوه بر ذرات اولیه) یک جفت پروتون-پادپروتون خلق می‌کند. پرسش: انرژی آستانه برای این واکنش (یعنی کمترین انرژی پروتون فرودی) چقدر است؟

حل. در آزمایشگاه فرایند به صورت شکل (۳-۶ الف) و در چارچوب CM مانند شکل (۳-۶ ب) به نظر



شکل ۳-۶ الف) در چارچوب آزمایشگاه. ب) در چارچوب CM. $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$

می‌رسد. اکنون شرط آستانه چیست؟ پاسخ: درست انرژی فرودی کافی برای خلق دو ذره اضافی. در چارچوب آزمایشگاه چگونگی فرمولبندی این شرط شکل به نظر می‌رسد، اما این کار در CM ساده است: همهٔ چهار ذره نهایی باید ساکن باشند، بدون اینکه هیچ انرژی به صورت انرژی جنبشی «تلف شود». (این در چارچوب آزمایشگاه عملی نیست، زیرا پایداری تکانه ایجاب می‌کند که نوعی حرکت پس از برخورد وجود داشته باشد.

فرض کنید p_{TOT}^μ ، چاربردار انرژی-تکانه کل در آزمایشگاه باشد، چون این مقدار پایسته است بنابراین مهم نیست که آن را قبل از برخورد یا بعد از برخورد ارزیابی کنیم. ما آن را قبل از برخورد به دست می‌آوریم:

$$p_{\text{TOT}}^\mu = \left(\frac{E + mc^2}{c}, |\mathbf{p}|, 0, 0 \right)$$

که E و \mathbf{p} ، انرژی و تکانه پروتون فرودی و m جرم پروتون است. فرض کنید $p_{\text{TOT}}^{\mu'}$ ، چاربردار انرژی-تکانه کل در چارچوب CM باشد. دوباره می‌توان آن را قبل یا بعد از برخورد به دست آورد. این دفعه بعد از برخورد را انجام می‌دهیم:

$$p_{\text{TOT}}^{\mu'} = (4mc, 0, 0, 0)$$

چون (در آستانه) هر چهار ذره ساکن هستند. اکنون اما $p_{\text{TOT}}^{\mu'} \neq p_{\text{TOT}}^\mu$ است، اما حاصلضربهای ناوردای $p_{\mu\text{TOT}} p_{\text{TOT}}^{\mu'}$ و $p_{\mu\text{TOT}} p_{\text{TOT}}^\mu$ برابر هستند.

$$\left(\frac{E}{c} + mc \right)^2 - \mathbf{p}^2 = (4mc)^2$$

با استفاده از رابطه استاندارد (۳-۴۹) برای حذف \mathbf{p}^2 ، رابطه را برای E حل می‌کنیم و به دست می‌آوریم.

$$E = 4mc^2$$

بدیهی است که برای وقوع این فرایند، انرژی جنبشی پروتون فرودی باید حداقل شش برابر انرژی سکون آن باشد. (و در واقع اولین پاد پروتون وقتی ماشین به 6000 MeV رسید، کشف شد.)

اینجا شاید جای خوبی برای تأکید تفاوت بین کمیت پایسته و کمیت ناوردا باشد. انرژی پایسته است — بعد از برخورد همان مقدار قبل از برخورد را دارد — اما ناوردا نیست. جرم ناوردا است — در همهٔ دستگاه‌های لخت یکسان است — اما پایسته نیست. بعضی کمیتها هم ناوردا و هم پایسته هستند و بسیاری هیچ‌کدام نیستند. همان‌طور که مثال ۳-۴ نشان می‌دهد، بهره‌برداری، هوشمندانه از کمیت‌های ناوردا و پایسته، کارهای سخت جبری را بسیار کم می‌کند. همچنین نشان می‌دهد که تحلیل بعضی مسائل در دستگاه CM راحت‌تر است و بعضی در چارچوب آزمایشگاه.

پیشنهاد ۴. اگر مسئله در چارچوب آزمایشگاه پر در دسر به نظر می رسد سعی کنید آن را در دستگاه CM تحلیل کنید.

حتی اگر با برخوردی پیچیده تر از برخورد دو ذره مشابه سروکار دارید چارچوب مرکز تکانه (که در آن $p_{TOT} = 0$ است) هنوز چارچوب مرجع مناسبی است، زیرا در این سیستم پایستگی تکانه بدیهی است: قبل و بعد از برخورد صفر است. شاید فکر کنید که آیا همواره یک چارچوب CM وجود دارد؟ به عبارت دیگر، برای گروهی از ذرات مشخص با جرمهای m_1, m_2, m_3, \dots و سرعتهای v_1, v_2, v_3, \dots ، آیا الزاماً دستگاه لختی وجود دارد که در آن تکانه کل (سه بردار) صفر باشد؟ جواب مثبت است. با به دست آوردن سرعت آن چارچوب و نشان دادن اینکه این سرعت کمتر از c است، آن را ثابت می کنیم. انرژی و تکانه کل در چارچوب آزمایشگاه (S) برابر است با:

$$E_{TOT} = \sum_i \gamma_i m_i c^2; \quad p_{TOT} = \sum_i \gamma_i m_i v_i \quad (51-3)$$

چون p_{TOT}^μ چاربردار است می توان برای به دست آوردن تکانه در دستگاه S' از تبدیلیهای لورنتس استفاده کرد. حرکت در جهت p_{TOT} با سرعت v است.

$$|p'_{TOT}| = \gamma \left(|p_{TOT}| - \beta \frac{E_{TOT}}{c} \right)$$

به ویژه، اگر سرعت v را به صورت زیر انتخاب کنیم، تکانه صفر می شود.

$$\frac{v}{c} = \frac{|p_{TOT}|c}{E_{TOT}} = \frac{|\sum \gamma_i m_i v_i|}{\sum \gamma_i m_i c}$$

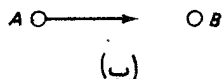
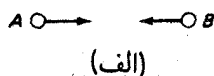
طول مجموع سه بردار نمی تواند بیشتر از مجموع طولهایشان باشد (این حقیقت آشکار هندسی به نامساوی مثلثی معروف است)، بنابراین

$$\frac{v}{c} \leq \frac{\sum \gamma_i m_i (v_i/c)}{\sum \gamma_i m_i}$$

و چون $v_i < c$ است می توان اطمینان داشت که $v < c$. * پس دستگاه CM همواره وجود دارد و سرعت آن نسبت به چارچوب آزمایشگاه از رابطه زیر به دست می آید:

$$v_{CM} = \frac{p_{TOT} c^2}{E_{TOT}} \quad (52-3)$$

* تلویحاً فرض کرده ام که حداقل یکی از ذرات سنگین است. اگر همه آنها بدون جرم باشند، $v = c$ را به دست می آوریم، که در این حالت دستگاه CM وجود ندارد. مثلاً چارچوب CM برای تک فوتون وجود ندارد.



شکل ۷-۳ دو ترتیب آزمایشی الف) باریکه‌های برخوردکننده؛ ب) هدف ثابت.

با رجوع به پاسخ مثال ۳-۴ عجیب به نظر می‌رسد که انرژی جنبشی فرودی برای تولید جفت $p - \bar{p}$ شش برابر انرژی سکون پروتون است. زیرا، فقط $2mc^2$ انرژی سکون جدید خلق می‌شود. این مثال ناکارایی پراکندگی از هدف ساکن را نمایان می‌سازد. پایستگی تکانه شما را وادار می‌کند که مقداری انرژی را به صورت انرژی جنبشی حالت تهایی تلف کنید. فرض کنید می‌توانستید دو پروتون را به سوی یکدیگر شلیک کنید، به طوری که خود دستگاه آزمایشگاه دستگاه CM شود. در این صورت، کافی بود هر پروتون فقط دارای انرژی جنبشی mc^2 باشد که یک ششم مقداری که آزمایش با هدف ساکن به آن نیاز دارد. تشخیص این موضوع در نخستین سالهای ۱۹۷۰ به توسعه ماشینهای موسوم به باریکه برخوردکننده، انجامید (شکل ۷-۳). امروزه هر ماشین جدید در فیزیک انرژی بالا واقعاً یک برخورددهنده است.

مثال ۵-۳

فرض کنید دو ذره مشابه هر یک به جرم m و انرژی جنبشی T برخورد رودررو کنند. پرسش: انرژی جنبشی نسبی آنها، T' (یعنی انرژی جنبشی یکی در دستگاه سکون دیگری) چقدر است؟ حل. راههای زیادی برای انجام این کار وجود دارد. یک روش سریع نوشتن چار تکانه کل در دستگاه CM و آزمایشگاه است.

$$p_{\text{TOT}}^{\mu} = \left(\frac{2E}{c}, 0 \right), \quad p_{\text{TOT}}^{\mu'} = \left(\frac{E' + mc^2}{c}, \mathbf{p}' \right)$$

قرار دهید $(p_{\text{TOT}})^2 = (p_{\text{TOT}}')^2$:

$$\left(\frac{2E}{c} \right)^2 = \left(\frac{E' + mc^2}{c} \right)^2 - \mathbf{p}'^2$$

برای حذف \mathbf{p}' از رابطه (۳-۴۹) استفاده کنید.

$$2E^2 = mc^2(E' + mc^2)$$

و جواب را برحسب $T = E - mc^2$ و $T' = E' - mc^2$ بیان کنید.

$$T' = 4T \left(1 + \frac{T}{2mc^2} \right) \quad (۳-۵۳)$$

پاسخ کلاسیک $T' = 4T$ است که وقتی $T \ll mc^2$ است به همین نتیجه می‌انجامد. (در دستگاه سکون B ، از نظر کلاسیک، A سرعتی دوبرابر دارد. بنابراین انرژی آن چهار برابر انرژی جنبشی در دستگاه CM است.) اما، ضریب ۴ فوایدی هم دارد. اما بدون شک بهره نسبیتی به مراتب بیشتر است. مثلاً الکترونهاى برخوردکننده با انرژی جنبشی آزمایشگاهی ۸ GeV، دارای انرژی جنبشی نسبی ۴۰۰۰ GeV هستند!

مراجع و یادداشتها

۱. کتابهای درسی عالی بسیاری در نسبت خاص وجود دارد. کتاب زیر را توصیه می‌کنم،

J. H. Smith, *Introduction to Special Relativity* (New York: Benjamin, 1967).

برای رهیافتی دلفریب (اما نامتعارف) به کتاب زیر رجوع کنید،

E. F. Taylor and J. A. Wheeler, *Spacetime Physics* (San Francisco: Freeman, 1966).

۲. اگر می‌خواهید عمیق‌تر وارد مطلب شوید، کتاب زیر را توصیه می‌کنم،

R. Hagedorn, *Relativistic Kinematics* (New York: Benjamin, 1964).

مسائل

۱-۳ معادله (۱-۳) را برای x, y, z و t برحسب x', y', z' و t' حل کنید و ببینید که معادله (۳-۳) را دوباره به دست می‌آورید.

۲-۳ (الف) معادله (۴-۳) را به دست آورید.

(ب) مطابق ساعت روی زمین (دستگاه S)، چراغهای خیابان A و B (به فاصله ۴ km از هم قرار دارند) هر دو درست در ساعت ۸ر۰۰ بعد از ظهر روشن شدند. از دید ناظر داخل قطار (دستگاه S')، که $\frac{3}{5}c$ سرعت نور از A به B در حرکت است، کدام چراغ زودتر روشن می‌شود؟ چقدر بعد (برحسب ثانیه) چراغ دوم روشن می‌شود؟ [توجه: مانند همیشه در نسبیت، اینجا درباره آنچه S' ، پس از تصحیح زمانی که طول می‌کشد تا نور به او برسد، مشاهده می‌کند، صحبت می‌کنیم، نه آنچه او واقعاً می‌بیند (که بستگی به این دارد که در کجای قطار قرار گرفته باشد).]

۳-۳ (الف) حجمها چگونه تبدیل می‌شوند؟ به‌طور مشخص، اگر حجم ظرفی در چارچوب سکون، S' ، خود برابر V' باشد، ناظر S که با سرعت v نسبت به آن در حرکت است حجم را چقدر اندازه می‌گیرد؟

(ب) چگالیه‌ها چگونه تبدیل می‌شوند؟ (اگر ظرفی حاوی ρ' مولکول به‌ازای واحد حجم در چارچوب سکون، S' ، خود باشد، در دستگاه متحرک S چند مولکول بر واحد حجم دارد؟
۴-۳ موئونهای پروتوکیهانی در بالای جو (در ارتفاع ۸۰۰۰ متر) تولید می‌شوند و با سرعت خیلی نزدیک به سرعت نور ($0.9998c$) به طرف زمین حرکت می‌کنند.

(الف) با معلوم بودن طول عمر موئون ($10^{-6} \times 2.2$) و با توجه به فیزیک پیش‌نسبیتی، موئون قبل از فروپاشی چه مسافتی را می‌پیماید؟ آیا به سطح زمین می‌رسد؟

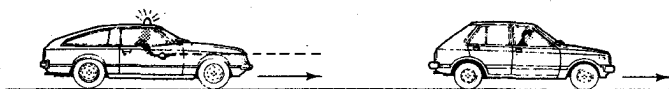
(ب) اکنون همان پرسش را با استفاده از فیزیک نسبیتی پاسخ دهید. (به دلیل اتساع زمان موئونها بیشتر دوام می‌آورند، بنابراین مسافت بیشتری را طی می‌کنند.)

(ج) اکنون همین فرایند را از منظر موئون تحلیل کنید. (در چارچوب مرجع موئون، طول عمرش فقط $10^{-6} \times 2.2$ است. آیا به زمین می‌رسد؟

(د) پیونها نیز در بالای جو تولید می‌شوند. [درحقیقت ترتیب کارها به این صورت است: پروتون (از فضای خارج) به پروتونی (در جو) می‌خورد و $p + p \rightarrow p + p + \pi^-$ پیون. سپس پیونها به موئونها و امی‌پاشند: $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$; $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$]. اما طول عمر پیون خیلی کوتاه‌تر است، حدود یک صدم موئون. آیا پیونها به سطح زمین می‌رسند؟ (فرض کنید سرعت پیونها نیز $0.9998c$ باشد).
۵-۳ به یک دسته‌ی‌ی‌ای در اتومبیلی با سرعت $\frac{3}{4}c$ در حال فرارند پلیس از اتومبیلی که با سرعت $\frac{1}{4}c$ در تعقیب آنهاست، گلوله‌ای شلیک می‌کند. سرعت گلوله نسبت به دهانه تفنگ $\frac{1}{4}c$ است. آیا گلوله در موارد زیر به هدف می‌رسد؟

(الف) بنا بر فیزیک پیش‌نسبیتی

(ب) با توجه به نسبیت



۶-۳ ماتریس M که معادله (۱۱-۳) را معکوس می‌کند، بیابید: $x^\mu = M^\mu_\nu x'^\nu$ [از معادله (۳-۳) استفاده کنید]. نشان دهید که M ماتریس وارون Λ است: $\Lambda M = 1$.

۷-۳ نشان دهید که کمیت I [در معادله (۱۲-۳)] تحت تبدیل لورنتس (۷-۳)، ناورد است.

۸-۳ یک تانسور مرتبه دوم را متقارن گوئیم اگر وقتی شاخصها را عوض کنیم ($S^{\nu\mu} = S^{\mu\nu}$) تغییر نکند، و پاد متقارن است اگر تغییر علامت دهد ($a^{\nu\mu} = -a^{\mu\nu}$).

(الف) در تانسور متقارن چند جزء مستقل وجود دارد؟ (چون $S^{12} = S^{21}$ است، اینها فقط یک جزء مستقل به حساب می‌آید).

(ب) چند جزء مستقل در تانسور پاد متقارن وجود دارد؟

(ج) اگر $S^{\mu\nu}$ متقارن باشد، نشان دهید که $S_{\mu\nu}$ نیز متقارن است. اگر $a^{\mu\nu}$ پاد متقارن باشد، نشان دهید که $a_{\mu\nu}$ نیز پاد متقارن است.

(د) اگر $S^{\mu\nu}$ متقارن و $a^{\mu\nu}$ پاد متقارن باشد، نشان دهید که $S^{\mu\nu} a_{\mu\nu} = 0$ نیز پاد متقارن است.

(ه) نشان دهید هر تانسور رتبهٔ دوم ($t^{\mu\nu}$) را می‌توان به صورت مجموع یک بخش پاد متقارن ($a^{\mu\nu}$) و یک بخش متقارن ($S^{\mu\nu}$) نوشت: $t^{\mu\nu} = a^{\mu\nu} + S^{\mu\nu}$. با $(S^{\mu\nu})$ معین، $a^{\mu\nu}$ و $t^{\mu\nu}$ را بسازید.

۹-۳ ذره‌ای با سرعت $\frac{3}{5}c$ در جهت x حرکت می‌کند. ویژه سرعت η^μ آن (همهٔ چهار مؤلفه) را تعیین کنید.

۱۰-۳ برخوردی را در نظر بگیرید که در آن ذرهٔ A (به جرم m_A و ویژه سرعت η_A) به ذرهٔ B (با جرم m_B و ویژه سرعت η_B) برخورد و ذرات $C(m_C, \eta_C)$ و $D(m_D, \eta_D)$ را تولید می‌کند. فرض کنید در دستگاه S ، انرژی و تکانه (نسبیتی) پایسته است (یعنی $p_A^\mu + p_B^\mu = p_C^\mu + p_D^\mu$). با استفاده از تبدیلهای لورنتس (۷-۳)، نشان دهید که انرژی و تکانه (نسبیتی) در دستگاه S' نیز پایسته است. (جرم را پایسته فرض نکنید — در کل چنین نیست: $m_A + m_B \neq m_C + m_D$). ۱۱-۳ آیا p^μ برای ذره‌ای (حقیقی) به جرم m ، زمان‌گونه، فضاگونه یا نورگونه است؟ در مورد ذره بدون جرم چگونه است؟ برای ذرهٔ مجازی چگونه است؟

۱۲-۳ وزن سیب‌زمینی داغ چقدر بیشتر از سیب‌زمینی سرد است (به کیلوگرم)؟

۱۳-۳ پیونی که با سرعت v در حرکت است، به یک موئون و نوترینو را می‌پاشد، $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. اگر نوترینو در زاویهٔ 90° نسبت به جهت پیون اولیه، خارج شود، μ تحت چه زاویه‌ای بیرون می‌آید؟ [پاسخ: $\tan \theta = (1 - m_\mu^2/m_\pi^2)/(2\beta\gamma^2)$]

۱۴-۳ ذرهٔ A (انرژی E) به ذرهٔ B (ساکن) برخورد می‌کند و ذرات C_1, C_2, \dots را تولید می‌کند: $A + B \rightarrow C_1 + C_2 + \dots + C_n$. انرژی آستانه (یعنی کمینهٔ انرژی) را برای این واکنش برحسب جرم ذرات مختلف حساب کنید.

$$\left[\text{پاسخ: } E = \frac{M^2 - m_A^2 - m_B^2}{2m_B} c^2, \text{ که } M \equiv m_1 + m_2 + \dots + m_n \text{ است} \right]$$

۱۵-۳ نتیجهٔ مسئله ۱۴-۳ را برای یافتن انرژی آستانهٔ واکنشهای زیر به کار ببرید. هدف پروتون را ساکن فرض کنید:

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^+ \quad (\text{الف})$$

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^- \quad (\text{ب})$$

$$\pi^- + p \rightarrow p + \bar{p} + n \text{ (ج)}$$

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0 \text{ (د)}$$

$$p + p \rightarrow p + \Sigma^+ + K^0 \text{ (ه)}$$

۱۶-۳ ذره ساکن A به ذرات B و C وافی باشد ($A \rightarrow B + C$).

(الف) انرژی ذرات خروجی را برحسب جرمهای مختلف پیدا کنید.

$$\left[E_B = \frac{m_A^2 + m_B^2 - m_C^2}{2m_A} c^2 \quad \text{پاسخ:} \right]$$

(ب) اندازهٔ تکانهٔ خروجی را پیدا کنید.

$$\left[\begin{aligned} |\mathbf{p}_B| = |\mathbf{p}_C| &= \frac{\sqrt{\lambda(m_A^2, m_B^2, m_C^2)}}{2m_A} c, & \text{پاسخ:} \\ \text{که } \lambda &\text{ تابع مثلثی است:} \\ \lambda(x, y, z) &\equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \end{aligned} \right]$$

(ج) توجه کنید ضرایب $\lambda: \lambda(a^2, b^2, c^2) = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$

هستند. پس $|\mathbf{p}_B|$ صفر می شود وقتی $m_A = m_B + m_C$ باشد و موهومی می شود اگر $m_A < (m_B + m_C)$ باشد. توضیح دهید.

۱۷-۳ نتیجهٔ مسئله ۱۶-۳ را برای یافتن انرژی CM محصول هر واپاشی در واکنشهای زیر به کار ببرید.

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \text{ (الف)}$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \text{ (ب)}$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \text{ (ج)}$$

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- \text{ (د)}$$

$$\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^- \text{ (ه)}$$

۱۸-۳ (الف) پیون ساکنی به یک موئون و یک نوترینو وافی باشد ($\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$). به طور میانگین، موئون قبل از فروپاشی چه مسافتی را (در خلأ) می پیماید.

$$\left[d = [(m_\pi^2 - m_\mu^2)/(2m_\pi m_\mu)] c\tau = 186 \text{ m} \quad \text{پاسخ:} \right]$$

(ب) طول مسیر موئون در شکل ۷-۱ حدود ۶mm است (عکس بزرگ شده است). چگونه این را توضیح می‌دهید؟

۱۹-۳ ذره ساکن A به سه یا بیشتر وami باشد: $A \rightarrow B + C + D + \dots$.

(الف) بیشینه و کمینه انرژی را که B در این واپاشی می‌تواند داشته باشد برحسب جرمهای مختلف تعیین کنید.

(ب) بیشینه و کمینه انرژی الکترون را در واپاشی موئون پیدا کنید، $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$.
۲۰-۳ (الف) ذره‌ای که با سرعت v در حرکت است به ذره مشابه ساکنی نزدیک می‌شود. سرعت هر ذره در چارچوب CM چقدر است؟ (به لحاظ کلاسیک البته $v/2$ است. چرا به لحاظ نسبیتی چنین نیست؟)

(ب) نتیجه قسمت (الف) را برای محاسبه انرژی جنبشی هر ذره در چارچوب CM به‌کار ببرید و سپس معادله (۳-۵۳) را دوباره به‌دست آورید.

۲۱-۳ در واکنش نوع $A + B \rightarrow A + C_1 + C_2 + \dots$ (که در آن ذره A از ذره B پراکنده می‌شود و C_1, C_2, \dots را تولید می‌کند)، چارچوب لخت دیگری [در کنار چارچوب آزمایشگاه (B ساکن) و چارچوب CM ($p_{TOT} = 0$)] وجود دارد که گاهی مفید است. این چارچوب بریت یا «دیوار آجری» نامیده می‌شود و دستگاهی است که در آن A پس زده و تکانه‌اش معکوس می‌شود (بیل $-p$ ، پد p)، مانند اینکه از دیوار آجری جهیده باشد. پراکندگی کشسان را در نظر بگیرید $(A + B \rightarrow A + B)$ ؛ اگر ذره A ، حامل انرژی E باشد و در دستگاه CM در زاویه θ پراکنده شود، انرژی‌اش در چارچوب بریت چیست؟ سرعت (اندازه و جهت) چارچوب بریت را نسبت به چارچوب CM پیدا کنید.

۲۲-۳ در پراکندگی دوجسمی $A + B \rightarrow C + D$ ، معرفی متغیرهای مندلستم مفید است:

$$s \equiv (p_A + p_B)^2 / c^2$$

$$t \equiv (p_A - p_C)^2 / c^2$$

$$u \equiv (p_A - p_D)^2 / c^2$$

(الف) نشان دهید $s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$ است. امتیاز نظری متغیرهای مندلستم این است که آنها ناوردهای لورنتس هستند که در هر دستگاه لخت مقدار یکسانی را دارند. اگرچه به‌طور تجربی انرژی و زاویه پراکندگی پارامترهای دست‌یافتنی‌تری هستند.

(ب) انرژی A را در دستگاه CM برحسب s, t و u و جرمها پیدا کنید.

$$[E_A^{CM} = (s + m_A^2 - m_B^2)c^2 / 2\sqrt{s} \quad \text{پاسخ:}]$$

(ج) انرژی A را در دستگاه آزمایشگاه (B ساکن) پیدا کنید.

$$[E_A^{\text{lab}} = (s - m_A^2 - m_B^2)c^2/2m_B \quad \text{پاسخ:}]$$

(د) انرژی کل را در دستگاه CM پیدا کنید ($E_{\text{TOT}} = E_A + E_B = E_C + E_D$).

$$[E_{\text{TOT}}^{\text{CM}} = \sqrt{s}c^2 \quad \text{پاسخ:}]$$

۲۳-۳ نشان دهید برای پراکندگی کشسان ذرات مشابه $A + A \rightarrow A + A$ ، متغیرهای مندلیستر (مسئله ۲۲-۳) به صورت زیر می شود:

$$s = 4(\mathbf{p}^2 + m^2c^2)/c^2$$

$$t = -2\mathbf{p}^2(1 - \cos\theta)/c^2$$

$$u = -2\mathbf{p}^2(1 + \cos\theta)/c^2$$

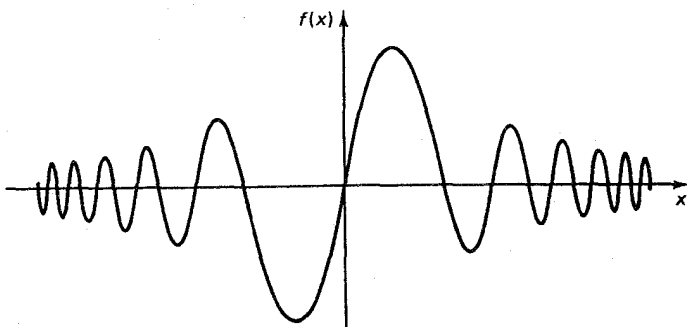
که \mathbf{p} تکانه در دستگاه CM ذرات یکسان و θ زاویه پراکندگی است.

۲۴-۳ (پراکندگی کامپتون) فوتونی با طول موج λ به طور کشسان به ذره باردار m برخورد می کند. اگر فوتون در زاویه θ پراکنده شود، طول موج خروجی λ' را پیدا کنید.

$$[\lambda' = \lambda + (h/mc)(1 - \cos\theta) \quad \text{پاسخ:}]$$

تقارنها

این فصل مجموعه‌ای از مباحث ویژه مربوط به تقارن است. بخش اول شامل بعضی مطالب کلی درباره توصیف ریاضی تقارن («نظریه گروه») و رابطه بین تقارن و قوانین پایستگی است. (قضیه نوترا). سپس مورد تقارن دورانی و ارتباط آن با تکانه زاویه‌ای و اسپین را در نظر می‌گیریم. این موضوع به نوبه خود به تقارنهای «داخلی» — ایزواسپین $SU(3)$ و طعم $SU(6)$ می‌انجامد. سرانجام تقارنهای «گسسته» — پاریته، همیوگی بار و برگشت زمان را در نظر می‌گیریم. بجز نظریه اسپین (بخشهای ۲-۴ و ۳-۴ و ۴-۴) که در فصلهای بعد کاربرد زیادی دارند و مطالب مربوط به پاریته (فصل ۴-۶) که زمینه مفیدی برای فصل ۱۰ است، این فصل را می‌توان بسته به میل خواننده به صورت سطحی (یا عمیق) مطالعه کرد. توصیه می‌کنم از این مرحله به سرعت بگذرید و بعداً هر کجا لازم شد به بخش مربوطه بازگردید. فرض شده است که بعضی اطلاعات درباره نظریه ماتریس داشته باشید. خواننده آشنا با مکانیک کوانتومی بخشهای تکانه زاویه‌ای را مروری ساده می‌یابد (آنهايي که با مکانیک کوانتومی آشنا نیستند ممکن است این بخشها را مبهم بیابند، در این صورت باید فصل مربوطه را در کتابهای مکانیک کوانتومی مقدماتی مطالعه کنند). در این فصل نظریه گروه را به صورت فوق العاده شتابزده مرور می‌کنیم (هدف اصلی معرفی بعضی اصطلاحات استاندارد است)، اما یک دانشجوی جدی فیزیک ذرات بنیادی، سرانجام باید در صدد باشد که این مطالب را با جزئیات بیشتر مطالعه کند.



شکل ۱-۴ یک تابع فرد.

۱-۴ تقارنها، گروهها و قوانین پایستگی

نمودار شکل ۱-۴ را بررسی کنید. نمی‌دانم شکل تابعی $f(x)$ چگونه می‌تواند باشد. اما می‌توانم بگویم که: این یک تابع فرد است، $f(-x) = -f(x)$. (اگر باور ندارید منحنی را رسم کنید و آن را ۱۸۰° بچرخانید و ببینید که بر نمودار اولیه کاملاً منطبق است یا نه.) مثلاً، داریم

$$[f(-x)]^2 = [f(x)]^2, \quad \int_{-x}^{+x} f(x) dx = 0,$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{+x} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{-x}, \quad \int_{-x}^{+x} [f(x)]^2 dx = 2 \int_0^{+x} [f(x)]^2 dx \quad (1-4)$$

می‌دانیم که کسینوسها در بسط فوریه $f(x)$ ظاهر نمی‌شوند و سری تیلور آن فقط شامل توانهای فرد است. در واقع، فقط با توجه به اینکه تابع دارای تقارن فرد است، اطلاعات زیادی درباره $f(x)$ به دست می‌آوریم، اگرچه شکل تابعی آن را نمی‌دانیم. در فیزیک، شهود یا یک اصل کلی اغلب تقارنهایی را در یک مسئله مطرح می‌کند، و استفاده نظام‌مند از آنها می‌تواند ابزاری بسیار توانمند باشد. [از بعضی جنبه‌ها توسل به تقارن مشخصه یک نظریه ناکامل است. برای مثال، اگر به طریقی شکل صریح $f(x)$ را به دست آوریم، مثلاً $f(x) = e^{-x^2} \sin(x^2)$ ، آن وقت قضایای معادله (۱-۴) جلوه‌شان را از دست می‌دهند. چرا وقتی می‌توانیم همه اطلاعات را داشته باشیم با اطلاعات جزئی خود را به زحمت اندازیم؟ حتی در یک نظریه جاافتاده، توجه به تقارن اغلب به درک عمیق‌تر و محاسبات ساده‌تر می‌انجامد؛ مثلاً اگر از $f(x)$ در فاصله -3 تا $+3$ انتگرال بگیرید، توجه به فرد بودن $f(x)$ مفید است، حتی اگر شکل تابعی آن را بدانید!]

به نظر من، روشن‌ترین مثالهای تقارن در فیزیک، بلورها هستند. اما در اینجا به تقارنهای استاتیک

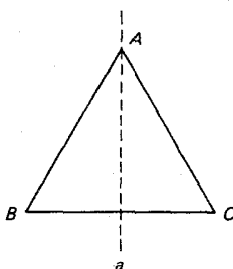
شکل به اندازه تقارنهای دینامیکی حرکت علاقه‌مند نیستیم. ظاهراً یونانیها معتقد بودند که تقارنهای طبیعت باید مستقیماً در حرکت اجسام بازتاب یابد: ستاره‌ها باید روی دایره حرکت کنند زیرا دایره متقارن‌ترین مسیرهاست. البته حرکت سیارات این‌طور نبود و این باعث دردرس می‌شد. (این آخرین بار نبود که احساس شهودی خام در مورد تقارن با تجربه در تعارض بود). نیوتون متوجه شد که تقارنهای بنیادی نه تنها در حرکت تک‌تک اجسام، بلکه در مجموعه همه حرکت‌های ممکن ظاهر می‌شود — تقارنها در معادله‌های حرکت و نه در جوابهای خاص این معادله‌ها آشکار می‌شوند. برای مثال، قانون گرانش عمومی دارای تقارن کروی است — نیرو در تمام جهتها یکسان است — ولی مدارهای سیارات بیضوی هستند. پس تقارنهای زیربنایی سیستم فقط به صورت غیرمستقیم برای ما آشکار می‌شوند. در واقع شاید فکر کنید که اگر ظن نسبتاً قوی درباره اینکه میدان گرانشی خورشید «باید» دارای تقارن کروی باشد نداشتید، چگونه می‌توانستید از مشاهده مسیر سیارات آن را کشف کنید. تا سال ۱۹۱۷ کاربرد دینامیکی تقارن کاملاً درک نشده بود. در آن سال امی‌نوتر قضیه مشهور خود را درباره ارتباط تقارنها و قوانین پایستگی منتشر کرد:

قضیه نوتر: تقارنها قوانین پایستگی

هر تقارن در طبیعت به یک قانون پایستگی می‌انجامد؛ برعکس هر قانون پایستگی یک تقارن زیربنایی را آشکار می‌کند. برای مثال، قوانین فیزیکی نسبت به انتقال در زمان متقارن هستند؛ امروز همان‌طور عمل می‌کنند که دیروز می‌کردند. قضیه نوتر این ناوردایی را به پایستگی انرژی مربوط می‌کند. اگر دستگاهی تحت انتقال در فضا ناوردا باشد، تکانه پایسته است. اگر دستگاهی تحت دوران حول یک نقطه متقارن باشد، تکانه زاویه‌ای پایسته است. همین‌طور، ناوردایی الکترودینامیک تحت تبدیلهای پیمانه‌ای به پایستگی بار می‌انجامد (در مقایسه با تقارنهای فضا-زمان این تقارن را تقارن داخلی می‌نامیم). قضیه نوتر را اثبات نمی‌کنم. آگاهی از جزئیات آن چندان آموزنده نیست [۱]. نکته مهم، عمق و زیبایی ایده‌ای است که تقارنها را به قوانین پایستگی مربوط می‌کند (نگاه کنید به جدول ۱-۴). در مورد تقارنها به‌طور سراسری صحبت کرده‌ام و مثالهایی آورده‌ام، اما دقیقاً تقارن چیست؟ تقارن کاری است که شما (لااقل به صورت ذهنی) روی دستگاهی انجام می‌دهید و بر اثر آن دستگاه ناوردا می‌ماند — یعنی آن را به یک پیکربندی می‌برید که از پیکربندی اولیه قابل تمیز نیست. در مورد تابع شکل ۱-۴ تغییر علامت شناسه $x \rightarrow -x$ ، و ضرب همه آن در -1 ، $[f(x) \rightarrow -f(-x)]$ یک عملکرد تقارنی است. به عنوان مثالی محکم‌تر، مثلث متساوی‌الاضلاع (شکل ۲-۴) را در نظر بگیرید. با دوران ساعتگرد 120° (R_+) و دوران پاد ساعتگرد 120° (R_-) و وارونه شدن حول محور Aa (R_a) یا $B(R_b)$ یا $C(R_c)$ ، این مثلث بر خودش منطبق می‌شود. آیا همه‌اش همین است؟ خُب، اگر هیچ کاری (I) نکنیم نیز دستگاه ناوردا می‌ماند، پس این هم یک عملکرد

جدول ۱-۴ بعضی تقارنها و قوانین پایستگی مربوط به آنها

قانون پایستگی	تقارن
انرژی	\longleftrightarrow انتقال در زمان
تکانه	\longleftrightarrow انتقال در فضا
تکانه زاویه‌ای	\longleftrightarrow دوران
بار	\longleftrightarrow تبدیل پیمانه‌ای



شکل ۲-۴ تقارنهای مثلث متساوی‌الساقین.

تقارنی است، هرچند عملکردی کاملاً بدیهی است. سپس می‌توانیم این عملکردها را ترکیب کنیم، مثلاً دوران ساعتگرد 240° . مانند دوران پاد ساعتگرد 120° است (یعنی $R_+^3 = R_-$ است). از قرار معلوم، اینک همه عملکردهای تقارنی متمایز روی مثلث متساوی‌الاضلاع را شناخته‌ایم (مسئله ۱-۴). مجموعه عملکردهای تقارنی روی هر دستگاه باید دارای ویژگیهای زیر باشد:

۱. بستار. اگر R_i و R_j متعلق به یک مجموعه باشند، حاصلضرب $R_i R_j$ — یعنی انجام ابتدا R_j و سپس R_i — نیز در این مجموعه است؛ یعنی یک R_k وجود دارد که برای آن $R_i R_j = R_k$.
۲. همانی. جزئی مانند I وجود دارد به‌طوری که برای همه اجزا R_i ، $R_i I = I R_i = R_i$.
۳. وارونی. برای هر جزء R_i ، وارون R_i^{-1} وجود دارد به‌طوری که $R_i^{-1} R_i = R_i R_i^{-1} = I$.
۴. شرکت‌پذیری. $R_i(R_j R_k) = (R_i R_j) R_k$.

اینها دقیقاً ویژگیهای یک گروه را تعریف می‌کنند. در واقع، نظریه ریاضی گروهها را می‌توان به‌عنوان مطالعه نظام‌مند تقارنها تلقی کرد. توجه کنید که اجزای گروه الزاماً جابه‌جا نمی‌شوند $R_i R_j \neq R_j R_i$ ، به‌طور کلی، اگر همه اجزای گروه جابه‌جا شوند گروه را آبدلی نامند. انتقالهای فضایی و زمانی یک گروه آبدلی تشکیل می‌دهند ولی دوران چنین نیست [۲]. یک گروه می‌تواند

جدول ۲-۴ مهم‌ترین گروه‌ها در فیزیک ذرات بنیادی

نام گروه	ماتریسهای گروه	
$U(n)$	یکانی ($\tilde{U}^*U = 1$)	$n \times n$
$SU(n)$	یکانی با دترمینان ۱	$n \times n$
$O(n)$	متعامد ($\tilde{O}O = 1$)	$n \times n$
$SO(n)$	متعامد با دترمینان ۱	$n \times n$

متناهی (مانند گروه مثلث که فقط شش جزء دارد) یا نامتناهی (مثلاً مجموعه اعداد صحیح، با عمل جمع نقش «ضرب» گروهی را بازی می‌کند) با گروه‌های پیوسته مواجه می‌شویم (مانند گروه تمام دورانها در صفحه) که در آن اجزا به یک یا چند پارامتر پیوسته بستگی دارند (در این مورد زاویه دوران) و گروه‌های گسسته که اجزای آن را با شاخصی که فقط مقادیر صحیح می‌گیرد، برحسب می‌زنیم (البته همه گروه‌های متناهی گسسته هستند).

از قرار معلوم، بیشتر گروه‌های مورد توجه در فیزیک، گروه ماتریسها هستند. برای مثال، گروه لورنتس که در فصل ۳ معرفی شد شامل مجموعه‌ای از ماتریسهای Λ ، 4×4 است. در فیزیک ذرات بنیادی متداول‌ترین گروه‌ها از نوعی است که ریاضیدانان $U(n)$ می‌نامند: مجموعه همه ماتریسهای یکانی $n \times n$ (جدول ۲-۴). (ماتریس یکانی ماتریسی است که وارون آن با همیوگ ترانهاده آن برابر باشد $\tilde{U}^* = U^{-1}$). اگر فقط ماتریسهای با دترمینان ۱ را در نظر بگیریم، گروه را $SU(n)$ خوانده می‌شود. (حرف S دال بر «special» است که به معنی دارای «دترمینان ۱» است). اگر فقط ماتریسهای یکانی حقیقی را در نظر بگیریم، گروه، $O(n)$ است. O دال بر «orthogonal» است. ماتریس متعامد ماتریسی است که وارون آن با ترانهاده آن برابر باشد ($\tilde{O} = O^{-1}$). سرانجام، گروه ماتریسهای $n \times n$ با دترمینان ۱، حقیقی و متعامد، $SO(n) \cdot SO(n)$ را می‌توان به عنوان گروه همه دورانها در فضای n بعدی در نظر گرفت. بنابراین $SO(3)$ تقارن دورانی جهان ما را توصیف می‌کند، تقارنی که با قضیه نوتر به پایستگی تکانه زاویه‌ای مربوط می‌شود. در واقع، تمام نظریه کوانتومی تکانه زاویه‌ای گنجه نظریه گروه است. از قضا $SO(3)$ از نظر ساختار ریاضی تقریباً شبیه $SU(2)$ است که مهم‌ترین تقارن داخلی در فیزیک ذرات بنیادی است. بنابراین نظریه تکانه زاویه‌ای که بعداً به آن می‌پردازیم، دوبار به ما خدمت می‌کند.

بالاخره، هر گروه G را می‌توان با گروهی از ماتریسها نمایش داد: برای هر جزء گروه a ، ماتریس متناظر M_a وجود دارد، و در این همخوانی ضرب گروهی معتبر است، بدین معنی که اگر $ab = c$ باشد، پس $M_a M_b = M_c$ است. لزومی ندارد نمایش «صادق» باشد. ممکن است اجزای گروهی

متفاوت بسیاری با همان ماتریس نمایش داده شوند. (به زبان ریاضی گروه ماتریسها هم ریخت‌اند، اما الزاماً با G یکریخت نیستند). در واقع یک مورد بدیهی وجود دارد که در آن هر جزء با ماتریس 1×1 نمایش داده می‌شود (به عبارت دیگر، عدد ۱ است). اگر G گروهی از ماتریسها، مانند $SU(6)$ یا $O(18)$ باشد، پس نمایش (صادق) خودش است — که آن را نمایش اصلی می‌نامیم. اما به‌طور کلی، نمایشهای بسیار دیگری پایه ماتریسهای با ابعاد مختلف وجود دارند. به‌عنوان مثال، $SU(2)$ نمایشهای ۱ بعدی (که بدیهی است) و ۲ بعدی (که اصلی است)، ۳، ۴ و ۵ بعدی و در واقع هر عدد صحیح مثبت را دارد. مسئله اصلی در نظریه گروه شمارش همه نمایشهای یک گروه معین است. البته همیشه می‌توانید با ترکیب دو نمایش قدیمی نمایش جدیدی را بسازید پس:

$$M_a = \begin{pmatrix} \boxed{M_a^{(1)}} & (\text{صفر}) \\ (\text{صفر}) & \boxed{M_a^{(2)}} \end{pmatrix}$$

اما این را جداگانه نمی‌شماریم؛ وقتی نمایشگرهای یک گروه را فهرست می‌کنیم درباره نمایشهای موسوم به تحویل‌ناپذیر صحبت می‌کنیم، که نمی‌توان آن را به‌شکل بلوک-قطری تجزیه کرد. در واقع، قبلاً با مثالهای متعدد نمایش گروهها مواجه شده‌اید، بدون اینکه متوجه آن شده باشید: یک اسکالر معمولی متعلق به نمایش یک‌بعدی گروه دوران، $SO(3)$ است، و یک بردار به یک نمایش سه‌بعدی تعلق دارد؛ چار بردار متعلق به نمایش چهاربعدی گروه لورنتس است؛ و آرایش هندسی عجیب راه هشت‌گانه گلن با نمایشهای تحویل‌ناپذیر گروه $SU(3)$ متناظر است.

۲-۴ اسپین و تکانه زاویه‌ای مداری

زمین، در حرکت خود دو نوع تکانه زاویه‌ای دارد: تکانه زاویه‌ای مداری، rmv ، که مربوط به گردش سالانه حول خورشید است، و تکانه زاویه‌ای اسپین، $I\omega$ ، مربوط به دوران روزانه حول محور شمال-جنوب. همین موضوع برای الکترون در اتم هیدروژن صادق است: الکترون نیز دارای دو تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین است. برای مورد ماکروسکوپی تشخیص موضوع چندان دشوار نیست؛ چون تکانه زاویه‌ای اسپین زمین چیزی نیست مگر مجموع تکانه‌های زاویه‌ای «مداری» همه صخره‌ها و کلوخه‌هایی که آن را تشکیل می‌دهند، حول محوری در «مدار» روزانه‌شان. برای الکترون چنین تفسیری ممکن نیست: الکترون تا آنجا که می‌دانیم یک ذره نقطه‌ای واقعی است؛ پس نمی‌توان تکانه زاویه‌ای اسپین آن را به اجزای تشکیل‌دهنده‌اش که حول محوری گردش می‌کنند، نسبت داد، بلکه این یک ویژگی ذاتی ذره است (نگاه کنید به مسئله ۸-۴).

به لحاظ کلاسیک، آزادیم که هر سه مؤلفه بردار تکانه زاویه‌ای مداری، $L = r \times mv$ ، را با

هر دقتی که بخواهیم اندازه‌گیری کنیم، و این مؤلفه‌ها هر مقداری می‌توانند داشته باشند. اما، در مکانیک کوانتومی اندازه‌گیری همزمان هر سه مؤلفه اصولاً غیرممکن است. یک اندازه‌گیری روی L_x ، مقدار L_y را به‌طور اجتناب‌ناپذیری به میزانی غیرقابل پیش‌بینی تغییر می‌دهد. آنچه از دست ما برمی‌آید، تعیین اندازه L (یا در واقع، مربع آن: $L^2 = L \cdot L$) همراه با یک مؤلفه است (که معمولاً مؤلفه z ، L_z را می‌گیریم). به علاوه، این اندازه‌گیریها فقط مقادیر «مجاز» معینی را می‌دهد.* به‌ویژه، اندازه‌گیری L^2 همیشه عددی به‌شکل زیر را می‌دهد:

$$l(l+1)\hbar^2 \quad (2-4)$$

که l عدد صحیح غیرمنفی است.

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3-4)$$

برای یک مقدار معین l ، اندازه‌گیری L_z همواره نتیجه‌ای به‌شکل زیر دارد:

$$m_l \hbar \quad (4-4)$$

که m_l عدد صحیحی در محدوده $[-l, +l]$ است:

$$m_l = -l, -l+1, \dots, -1, 0, +1, \dots, l-1, l \quad (5-4)$$

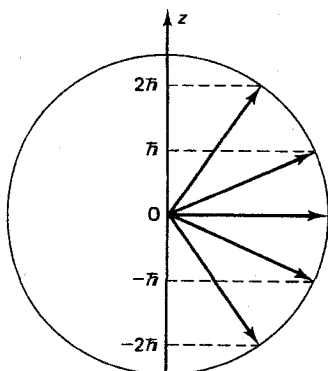
[در مجموع $(2l+1)$ امکان]. شکل ۳-۴ به مجسم‌کردن وضعیت کمک می‌کند. در اینجا $l=2$ است، بنابراین اندازه L برابر $2\sqrt{6}\hbar = 4.9\hbar$ است. برای L_z می‌توان مقادیر $2\hbar$ یا 0 ، $-\hbar$ را در نظر گرفت. توجه کنید که بردار تکانه زاویه‌ای هرگز نمی‌تواند کاملاً در جهت محور z قرار گیرد.

همین موضوع برای تکانه زاویه‌ای اسپین صادق است: یک اندازه‌گیری $S^2 = S \cdot S$ فقط مقادیر زیر را می‌دهد:

$$s(s+1)\hbar^2 \quad (6-4)$$

اما، برای اسپین، عدد کوانتومی s می‌تواند علاوه بر عدد صحیح، نیمه‌صحیح نیز باشد:

* قصد ندارم قواعد کوانتش تکانه زاویه‌ای را ثابت کنم. اگر این موضوع برایتان جدید است پیشنهاد می‌کنم که به کتابهای درسی مکانیک کوانتومی مراجعه کنید. هدف من در اینجا خلاصه‌کردن نتایج اساسی است که در ادامه کار لازم خواهیم داشت.



شکل ۳-۴ سستگرهای ممکن بردار تکانه زاویه‌ای به‌ازای $l = 2$

$$s = 0, \frac{1}{4}, 1, \frac{3}{4}, 2, \frac{5}{4}, \dots \quad (۷-۴)$$

برای مقدار معینی از s ، جواب اندازه‌گیری S_z باید به‌صورت

$$m_s \hbar \quad (۸-۴)$$

باشد که m_s عدد صحیح یا نیمه‌صحیح (s هر چه باشد) در محدوده $[-s, s]$ است:

$$m_s = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s \quad (۹-۴)$$

[[$(2s + 1)$ امکان]].

اگرچه یک ذره معین را می‌توان در هر حالت تکانه زاویه‌ای مداری دلخواه قرار داد. اما برای هر نوع ذره مقدار s ثابت است. به‌عنوان مثال برای هر پيون یا کائون $s = 0$ است؛ برای الکترون، پروتون و نوترون و کوارک $s = \frac{1}{2}$ است؛ برای ρ و ψ و فوتون و گلوئون $s = 1$ است؛ برای Δ و Ω^- ، $s = \frac{3}{2}$ است و غیره. s را «اسپین» ذره می‌نامیم. ذرات با اسپین نیمه‌صحیح را فرمیونها می‌خوانیم — همه باریونها، لپتونها و کوارکها فرمیون هستند. ذرات با اسپین صحیح را بوزونها می‌نامیم — همه مزونها و واسطه‌ها بوزون هستند (جدول ۳-۴).

۳-۴ جمع تکانه‌های زاویه‌ای

حالت‌های تکانه زاویه‌ای با «کت» $|lm\rangle$ یا $|sm_s\rangle$ نشانگذاری می‌شوند. پس اگر بگویم الکترون در اتم هیدروژن حالت مداری $(1 - 1)$ و حالت اسپین $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ را اشغال کرده است، منظور این است

جدول ۳-۴ طبقه‌بندی ذرات بر اساس اسپین

فرمیونها ($\frac{1}{2}$ اسپین صحیح)		بوزونها (اسپین صحیح)	
اسپین $\frac{3}{2}$	اسپین $\frac{1}{2}$	اسپین ۱	اسپین ۰
—	کوارکها، لپتونها	واسطه‌ها	—
ده‌تایی باریونی	هشت‌تایی باریونی	مزونهاى بردارى	مزونهاى-شبه‌نرده‌ای

بنیادی ←

مرکب ←

که $i = 3$, $m_i = -1$ و $s = \frac{1}{2}$ (البته اگر ذره الکترون باشد لازم به ذکر نیست که s باید $\frac{1}{2}$ باشد) و $m_s = \frac{1}{2}$ است. شاید به تکانه زاویه‌ای مداری و اسپینی به‌طور جداگانه علاقه‌ای نداشته باشیم، بلکه به تکانه زاویه‌ای کل $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ علاقه‌مند باشیم. (در حضور جفت‌شدگی \mathbf{L} و \mathbf{S} — اگر دستگاه زمین-خورشید باشد؛ کشندی؛ و اگر دستگاه الکترون-پروتون باشد، مغناطیسی است — \mathbf{L} و \mathbf{S} به‌طور جداگانه پایسته نیستند، بلکه \mathbf{J} پایسته است). یا شاید دو کوارکی را که مزون ψ را تولید می‌کنند، مطالعه کنیم. در این حالت همان‌طور که خواهیم دید تکانه زاویه‌ای مداری صفر است. اما وقتی با مسئله ترکیب اسپین دو کوارک مواجه می‌شویم اسپین کل ψ : $S = S_1 + S_2$ را به‌دست می‌آوریم. در هر حالت این پرسش مطرح است: چگونه می‌توان دو تکانه زاویه‌ای را جمع کرد

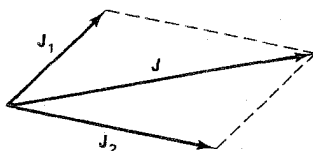
$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 \quad (۱۰-۴)$$

در مورد کلاسیک، فقط مؤلفه‌ها را جمع می‌کنیم. اما در مکانیک کوانتومی به هر سه مؤلفه دسترسی نداریم. مجبوریم با یک مؤلفه و اندازه‌اش کار کنیم. بنابراین پرسش به این صورت مطرح می‌شود: اگر حالت‌های $|j_1 m_1\rangle$ و $|j_2 m_2\rangle$ را ترکیب کنیم. چه حالت(های) تکانه زاویه‌ای کل $|j m\rangle$ را به‌دست می‌آوریم؟ طبعاً، مؤلفه‌های z هنوز با هم جمع می‌شوند، بنابراین

$$m = m_1 + m_2 \quad (۱۱-۴)$$

اما اندازه‌ها جمع نمی‌شوند. همه اینها به سمتگیری نسبی \mathbf{J}_1 و \mathbf{J}_2 بستگی دارد (شکل ۴-۴). اگر آنها موازی باشند اندازه‌ها با هم جمع می‌شوند، اما اگر پاد موازی باشند اندازه‌ها از هم کم می‌شوند. به‌طور کلی، اندازه جمع برداری بین این دو حالت حدی قرار دارد. معلوم شده است که، هر j از $(j_1 + j_2)$ تا $|j_1 - j_2|$ در گامهای صحیح به‌دست می‌آید [۳]:

$$j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2) \quad (۱۲-۴)$$



شکل ۴-۴ جمع تکانه زاویه‌ای.

برای مثال، ذره‌ای با اسپین ۱ در حالت مداری $l = 3$ می‌تواند تکانه زاویه‌ای کل $j = 4$ (یعنی $j^2 = 20\hbar^2$)، یا $j = 3$ ($j^2 = 12\hbar^2$)، یا $j = 2$ ($j^2 = 6\hbar^2$) را داشته باشد.

مثال ۱-۴

یک کوارک و پاد کوارک در حالت با تکانه زاویه‌ای مداری صفر به هم پیوسته‌اند و یک مزون را تشکیل داده‌اند. مقادیر ممکن برای اسپین مزون چیست؟

حل. کوارکها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند، پس می‌توان $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ یا $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ را به‌دست آورد. ترکیب اسپین-صفر، مزونهای «شبه‌نرده‌ای» π و K و η و η' می‌دهد. «نرده‌ای» به‌معنی دارای اسپین صفر است. «شبه» را بعداً توضیح می‌دهیم. ترکیب اسپین-۱، مزونهای «برداری» ρ و K^* و ϕ و ω را می‌دهد. «بردار» به‌معنی دارای اسپین ۱ است.

برای جمع سه تکانه زاویه‌ای، ابتدا دو تا از آنها را با استفاده از معادله (۴-۱۲) جمع می‌کنیم، سپس سومی را به آنها می‌افزاییم. پس اگر کوارکهای مثال ۴-۱ دارای تکانه زاویه‌ای مداری $l > 0$ باشند، مزونهای با اسپین $1 + l$ ، l و $l - 1$ را به‌دست می‌آوریم. چون عدد کوانتومی مداری باید عدد صحیح باشد، همه مزونها دارای اسپین صحیح هستند (بوزون هستند). به همین ترتیب همه باریونها (که از سه کوارک تشکیل شده‌اند) باید اسپین نیمه‌صحیح داشته باشند (فرمیون هستند).

مثال ۲-۴

فرض کنید سه کوارک را در حالت تکانه زاویه مداری صفر ترکیب می‌کنید. اسپینهای ممکن باریون حاصل چیست؟

حل. از دو کوارک، هر کدام با اسپین $\frac{1}{2}$ ، تکانه زاویه‌ای کل $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ یا $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ را به‌دست می‌آوریم. افزودن کوارک سوم به $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$ یا $\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$ (وقتی جمع دوتای اول ۱ باشد) و $\frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$ (وقتی جمع دوتای اول صفر باشد) می‌انجامد. پس باریون می‌تواند اسپین $\frac{3}{2}$ یا $\frac{1}{2}$ داشته باشد، که $\frac{1}{2}$ را به دو روش مختلف می‌توان به‌دست آورد. در عمل $\frac{3}{2} = s$ دوتایی و $\frac{1}{2} = s$ هشت‌تایی

$2 \times 1/2$		$5/2$											
		$+5/2$	$5/2$	$3/2$									
$+2$	$1/2$	1	$3/2$	$+3/2$									
		$+2$	$-1/2$	$1/5$	$4/5$	$5/2$	$3/2$						
		$+1$	$+1/2$	$4/5$	$-1/5$	$+1/2$	$+1/2$						
				1	$-1/2$	$2/5$	$3/5$	$5/2$	$3/2$				
				0	$+1/2$	$3/5$	$-2/5$	$-1/2$	$-1/2$				
						0	$-1/2$	$3/5$	$2/5$	$5/2$	$3/2$		
						-1	$+1/2$	$2/5$	$-3/5$	$-3/2$	$-3/2$		
								-1	$-1/2$	$4/5$	$1/5$	$5/2$	
								-2	$+1/2$	$1/5$	$-4/5$	$-5/2$	
										-2	$-1/2$	1	

شکل ۵-۴ ضرایب کلیش-گوردون برای $j_1 = 2$ و $j_2 = \frac{1}{2}$. (باید علامت جذر روی هر عدد گذاشته شود).

است، و بدیهی است که مدل کوآرک گروه دیگری را با $s = \frac{1}{2}$ مجاز می‌داند. اگر بگذاریم تا کوآرکها حول یکدیگر با تکانه زاویه‌ای مداری خاص بچرخند، تعداد حالت‌های ممکن افزایش می‌یابد.

خب، با توجه به معادله (۱۲-۴) معلوم می‌شود که از ترکیب j_1 و j_2 چه تکانه زاویه‌ای مداری کل، j ، را به دست می‌آوریم. اما گاهی به تجزیه صریح $|j_2 m_2\rangle |j_1 m_1\rangle$ به حالت‌هایی که تکانه زاویه‌ای کل آنها $|jm\rangle$ است، نیاز داریم:

$$|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} C_{m_1 m_2}^{j j_1 j_2} |jm\rangle, \quad \text{با } m = m_1 + m_2 \quad (13-4)$$

اعداد $C_{m_1 m_2}^{j j_1 j_2}$ به ضرایب کلیش-گوردون معروف‌اند. کتابی درباره نظریه گروه یامکانیک کوانتومی پیشرفته توضیح می‌دهد که این ضرایب چگونه محاسبه می‌شوند. در عمل، معمولاً آنها را در جدول پیدا می‌کنیم. (یک جدول در کتابچه اطلاعات ذرات وجود دارد، و مورد $j_1 = 2$ و $j_2 = \frac{1}{2}$ را در شکل ۵-۴ نشان داده شده است). ضرایب کلیش-گوردون احتمال به دست آمدن $j(j+1)\hbar^2$ را وقتی که J^2 (مربع تکانه زاویه‌ای کل) در دستگاهی شامل دو حالت تکانه زاویه‌ای $|j_1 m_1\rangle$ و $|j_2 m_2\rangle$ اندازه‌گیری شود: احتمال برابر است با مربع ضریب کلیش-گوردون مربوطه.

مثال ۳-۴

یک الکترون اتم هیدروژن حالت مداری $|1-1\rangle$ و حالت اسپینی $|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$ را اشغال می‌کند. اگر J^2 را اندازه بگیریم چه مقداری به دست می‌آوریم و احتمال هر کدام چقدر است؟

حل. مقادیر ممکن z برابر $\frac{5}{4} = \frac{1}{4} + 2 = l + s$ و $\frac{3}{4} = 2 - \frac{1}{4} = l - s$ است. مؤلفه‌های z جمع می‌شود: $-\frac{1}{4} = -1 + \frac{1}{4} = m$. به جدول کلبش-گوردون (شکل ۵-۴) رجوع می‌کنیم. علامت $\frac{1}{4} \times 2$ نشان می‌دهد که $z_1 = 2$ را با $\frac{1}{4} = z_2$ ترکیب کرده‌ایم و سطر افقی با علامت $1, -1$ را پیدا می‌کنیم. اینها مقادیر m_1 و m_2 هستند. با خواندن دو ورودی به دست می‌آوریم، $\sqrt{\frac{2}{5}} \left| \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \right\rangle - \sqrt{\frac{3}{5}} \left| \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right\rangle = |2 - 1\rangle \left| \frac{1}{4} \frac{1}{4} \right\rangle$. بنابراین احتمال به دست آوردن $z = \frac{5}{4}$ برابر $\frac{2}{5}$ و احتمال $z = \frac{3}{4}$ برابر $\frac{3}{5}$ است. توجه کنید که جمع احتمالات باید یک شود.

مثال ۴-۴

از مثال ۱-۴ می‌دانیم که ترکیب دو حالت اسپین- $\frac{1}{2}$ ، اسپین ۱ و اسپین صفر را می‌دهد. تجزیه کلبش-گوردون صریح برای این حالتها را پیدا کنید.

حل. با مراجعه به جدول $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ، به دست می‌آوریم:

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = |11\rangle$$

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) |10\rangle + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) |00\rangle \quad (14-4)$$

$$\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) |10\rangle - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) |00\rangle$$

$$\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = |1-1\rangle$$

پس حالت‌های سه اسپین ۱ برابر است با

$$\left. \begin{aligned} |11\rangle &= \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\ |10\rangle &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left[\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle + \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right] \\ |1-1\rangle &= \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \end{aligned} \right\} \quad (15-4)$$

در حالی که حالت اسپین ۰ برابر است با:

$$|00\rangle = (1/\sqrt{2}) \left[\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right] \quad (16-4)$$

[در ضمن معادله‌های (۱۵-۴) و (۱۶-۴) را می‌توان مستقیماً از جدول کلبش-گوردون به‌دست آورد. ضرایب در هر دو جهت کار می‌کنند:

$$|jm\rangle = \sum_{j_1, j_2} C_m^{j_1 j_2} |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle \quad (17-4)$$

اکنون به‌جای در امتداد سطرها، از بالای ستون به پایین رami خوانیم. بدیهی است که ترکیب اسپین ۱ «سه‌تایه» و اسپین صفر «تک‌تایه» نامیده می‌شود. برای مراجعات بعدی توجه کنید که سه‌تایه تحت تعویض ذرات ۱ ↔ ۲ متقارن است. در حالی که تک‌تایه پاد متقارن است (علامت آن تغییر می‌کند). اتفاقاً، در حالت تک‌تایه اسپینها در جهت خلاف یکدیگر هستند (پاد موازی). با این حال در حالت سه تایه الزاماً اسپینها موازی نیستند. برای $m = 1$ و $m = -1$ موازی هستند. ولی برای $m = 0$ نه.

۴-۴ اسپین $\frac{1}{2}$

مهم‌ترین سیستم اسپینی $s = \frac{1}{2}$ است. پروتون، نوترون، الکترون، همه کوارکها و همه لپتونها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند. به‌علاوه، وقتی که مورد $s = \frac{1}{2}$ را فهمیدند، کار با موارد دیگر نسبتاً ساده است. بنابراین برای بسط نظریه اسپین $\frac{1}{2}$ با جزئیات بیشتر، تأمل خواهیم کرد. ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ می‌تواند دارای $m_s = \frac{1}{2}$ («اسپین بالا») یا $m_s = -\frac{1}{2}$ («اسپین پایین») باشد. به‌طور غیررسمی، این دو حالت را با پیکانهای \uparrow و \downarrow نشان می‌دهند. اما نمادگذاری بهتر بردارهای ستونی دو مؤلفه‌ای یا اسپینور است:

$$\left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right\rangle - \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (18-4)$$

اغلب گفته می‌شود ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ فقط در یکی از این دو حالت می‌تواند وجود داشته باشد، اما این کاملاً غلط است. کلی‌ترین حالت ذره اسپین $\frac{1}{2}$ ، ترکیب خطی

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (19-4)$$

است که α و β دو عدد مختلط هستند. این درست است که یک اندازه‌گیری S_z به مقدار $+\frac{1}{2}\hbar$ یا $-\frac{1}{2}\hbar$ می‌انجامد، اما اولین نتیجه ثابت نمی‌کند که ذره قبل از اندازه‌گیری در حالت $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

بوده است. در حالت کلی $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ ، احتمال این است که اندازه‌گیری S_z مقدار $+\frac{1}{2}\hbar$ را نتیجه دهد و $|\beta|^2$ احتمال به‌دست آوردن $-\frac{1}{2}\hbar$ است. چون اینها نتایج مجاز هستند، داریم:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (20-4)$$

به غیر از شرط «بهنجارش» هیچ قید پیشینی در مورد α و β وجود ندارد.

اکنون فرض کنید که S_x یا S_y یک ذره در حالت $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ را اندازه می‌گیریم. چه نتایجی ممکن است به دست آوریم و احتمال هر کدام چیست؟ تقارن نشان می‌دهد که مقادیر مجاز $\pm \frac{1}{2}\hbar$ است. اینکه در ابتدا کدام جهت را به عنوان جهت z انتخاب کنیم، کاملاً اختیاری است. اما محاسبهٔ احتمالها ساده نیست. به هر مؤلفهٔ z یک ماتریس 2×2 را نسبت می‌دهیم:

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (21-4)$$

ویژه مقدارهای \hat{S}_x برابر $\pm \hbar/2$ هستند و ویژه بردارهای بهنجار متناظر عبارت‌اند از**

$$\chi_{\pm} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \pm 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (22-4)$$

(مسئله ۴-۱۵). هر اسپینور دلخواه را می‌توان به صورت ترکیب خطی این ویژه بردارها نوشت:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (23-4)$$

* به دست آوردن این ماتریسها در هر کتاب مکانیک کوانتومی یافت می‌شود. هدف من در اینجا، آن است که نشان دهم چگونه تکانهٔ زاویه‌ای در فیزیک ذرات به کار می‌رود نه اینکه بگویم چرا به این روش به دست آمده است.

** یک ماتریس ستونی غیرصفر

$$\chi = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

را ویژه بردار ماتریس مشخص M که $n \times n$ است به ازای بعضی اعداد λ (ویژه مقدار) گویند، اگر

$$M\chi = \lambda\chi$$

توجه کنید که هر مضرب χ نیز ویژه برداری با همان ویژه مقدار است.

که

$$a = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) (\alpha + \beta) \quad ; \quad b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) (\alpha - \beta) \quad (24-4)$$

احتمال اینکه اندازه‌گیری S_x مقدار $\frac{1}{2}\hbar$ را بدهد. $|a|^2$ است و احتمال به‌دست آوردن $-\frac{1}{2}\hbar$ ، $|b|^2$ است. بدیهی است که $|a|^2 + |b|^2 = 1$ (مسئله ۴-۱۶).
روال کلی، که این نمونه‌ای از آن بود، به‌صورت زیر است:

۱. یک ماتریس \hat{A} بسازید که کمیت مشاهده‌پذیر مورد نظر A را نمایش دهد.
۲. مقادیر مجاز A ، ویژه مقدارهای ماتریس \hat{A} هستند.
۳. حالت دستگاه را به‌صورت ترکیب خطی ویژه بردارهای \hat{A} بنویسید. مربع قدرمطلق ضریب i امین ویژه بردار احتمال این است که اندازه‌گیری A i امین ویژه مقدار را بدهد.

مثال ۴-۵

فرض کنید S_x^2 را برای ذره‌ای در حالت $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ اندازه می‌گیریم. چه مقادیری را ممکن است به‌دست آوریم و احتمال هر کدام چقدر است؟

حل. ماتریس نمایانگر S_x^2 ، مربع ماتریسی است که S_x را نمایش می‌دهد:

$$\hat{S}_x^2 = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25-4)$$

چون

$$\frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

هر اسپینور ویژه بردار \hat{S}_x^2 با ویژه مقدار $\hbar^2/4$ است. پس مطمئن هستیم که مقدار $\hbar^2/4$ را به‌دست می‌آوریم (احتمال ۱). همین موضوع برای \hat{S}_y^2 و \hat{S}_z^2 صادق است. بنابراین هر اسپینور یک ویژه حالت $\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$ با ویژه مقدار $3\hbar^2/4$ است. این تعجب‌آور نیست زیرا برای اسپین S باید داشته باشیم $S^2 = s(s+1)\hbar^2$.

برای مقاصد ریاضی ضریب $\hbar/2$ در معادله (۲۱-۴) زیبا نیست و معمول است که ماتریسهای اسپین پائولی به‌صورت زیر تعریف کنیم:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (26-4)$$

به طوری که $\hat{S} = (\hbar/2)\sigma$ است. ماتریسهای پائولی ویژگیهای جالب توجهی دارند که بعضی از آنها در مسائل ۴-۱۹ و ۴-۲۰ مطرح شده‌اند. در این کتاب مکرر با آنها مواجه خواهیم شد. از یک نظر اسپینورها (اجسام دومؤلفه‌ای) حدوسط نزده‌ایها (یک مؤلفه‌ای) و بردارها (سه مؤلفه‌ای) هستند. اکنون، وقتی محور مختصات را می‌چرخانید مؤلفه‌های بردار به صورت معین (مسئله ۴-۶) تغییر می‌کنند و شاید بپرسیم که مؤلفه‌های یک اسپینو در همان شرایط چگونه تغییر می‌کنند. پاسخ از [۴] قاعده زیر به دست می‌آید:

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = U(\theta) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (27-4)$$

که $U(\theta)$ ماتریس 2×2 است

$$U(\theta) = e^{-i\theta \cdot \sigma / 2} \quad (28-4)$$

بردار θ در امتداد محور دوران و اندازه‌اش برابر زاویه دوران حول آن محور به صورت راستگرد است. توجه کنید که خود نما در اینجا یک ماتریس است! این عبارت را باید شکل مختصر سری توانی زیر در نظر گرفت:

$$e^A \equiv 1 + A + \frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{3!}A^3 + \dots \quad (29-4)$$

(نگاه کنید به مسئله ۴-۲۱). * همان‌طور که (در مسئله ۴-۲۲) خودتان بررسی خواهید کرد، $U(\theta)$ ماتریس یکانی با دترمینان ۱ است. در حقیقت مجموعه این ماتریسهای دوران گروه $SU(2)$ را تشکیل می‌دهند. پس ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ تحت دوران مطابق نمایش اصلی دوبعدی $SU(2)$ تبدیل می‌شوند. همین‌طور، ذرات با اسپین ۱، که با بردارها توصیف می‌شوند، متعلق به نمایش سه‌بعدی $SU(2)$ هستند. ذرات با اسپین $\frac{3}{2}$ را که با اجسام چهارمؤلفه‌ای توصیف می‌کنیم، تحت نمایش چهاربعدی $SU(2)$ تبدیل می‌شوند و غیره. (ساختار نمایشهای با ابعاد بالاتر در مسئله ۴-۲۳) بررسی می‌شود. شاید بپرسید $SU(2)$ چه ربطی به دوران دارد. همان‌طور که قبلاً اشاره کردم $SU(2)$ اساساً ** همان $SO(3)$ ، گروه دورانه در سه بعد، است. ذرات با اسپینهای مختلف متعلق به نمایشهای مختلف گروه دوران هستند. * مواظب باشید، برای ماتریسها در حالت کلی $e^A e^B = e^{A+B}$ برقرار نیست. این را باید با استفاده از ماتریسهای مسئله ۴-۲۱ بررسی کنید. با این حال اگر A و B جابه‌جا شوند (یعنی اگر $AB = BA$ باشد) قواعد معمولی به‌کار می‌رود.

** در واقع تفاوت ظریفی بین $SU(2)$ و $SO(3)$ وجود دارد. مطابق مسئله ۴-۲۱ ماتریس U برای دوران در زاویه 2π ، ۱- است. اسپینور تحت این دوران تغییر علامت می‌دهد. از نظر هندسی دوران 2π ، در کل معادل هیچ دورانی

۵-۴ تقارنهای طعم

یک چیز خارق‌العاده در مورد نوترون وجود دارد که هایزنبرگ کمی پس از کشف خود در ۱۹۳۲، مشاهده کرد. به غیر از این حقیقت بارز که نوترون بار ندارد، این ذره تقریباً شبیه پروتون است. به ویژه، جرمهایشان به طور حیرت‌انگیزی به هم نزدیک است ($m_p = 938.28 \text{ MeV}/c^2$ ، $m_n = 939.57 \text{ MeV}/c^2$). هایزنبرگ [۵] پیشنهاد کرد که آنها را دو «حالت» یک ذره، به نام نوکلئون، در نظر بگیریم. حتی اختلاف جرم مختصر را می‌توان به این واقعیت که پروتون باردار است، نسبت داد، چون انرژی که در میدان الکتریکی آن ذخیره می‌شود، بنابر فرمول اینشتین ($E = mc^2$) در لختی‌اش سهمیم است. متأسفانه با توجه به این بحث، پروتون باید ذره سنگین‌تر باشد، که نه تنها درست نیست، بلکه برای پایداری ماده فاجعه‌آمیز است. هم‌اکنون در این مورد بحث خواهیم کرد. اگر به طریقی بتوانید همه بار الکتریکی را «کنار بگذارید»، طبق نظریه هایزنبرگ باید پروتون و نوترون غیرقابل تمیز باشند. یا به بیان عادی‌تر نیروهای قوی که بر نوترون‌ها و پروتون‌ها وارد می‌شوند، یکسان هستند.

برای تحقق نظر هایزنبرگ، نوکلئون را به صورت یک ماتریس ستونی دو مؤلفه‌ای می‌نویسیم:

$$N = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (30-4)$$

با

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (31-4)$$

البته این چیزی جز نمادگذاری نیست، اما این نمادگذاری به طور فریبنده‌ای یادآور اسپینورهای است که در نظریه تکانه زاویه‌ای با آن مواجه شدیم. با شباهت مستقیم با اسپین، S ، به معرفی ایزواسپین، I ، هدایت می‌شویم.* با این حال I برداری در فضای معمولی با مؤلفه‌هایی در امتداد جهت مختصه x ، y و z نیست، بلکه یک بردار در «فضای» مجرد «ایزواسپین» است که مؤلفه‌های آن را نیست. $SU(2)$ به نوعی نسخه «دوگانه» $SO(3)$ است که در آن به ابتدا باز نمی‌گردید مگر تحت دوران 720° . از این جهت نمایش اسپینور $SU(2)$ ، نمایش واقعی گروه دوران نیست، و این دلیلی است که در فیزیک کلاسیک ظاهر نمی‌شود. در مکانیک کوانتومی فقط مربع تابع موج معنی فیزیکی دارد، و در مربع کردن علامت منفی از بین می‌رود.* این کلمه از واژه قدیمی‌تر اسپین ایزوتوبی گرفته شده است که گمراه‌کننده است. زیرا دو ایزوتوب یک هسته مفروض دارای تعداد نوکلئونهای متفاوت هستند. در صورتی که دورانهای ایزواسپینی تعداد نوکلئونها را ثابت نگه می‌دارد. فیزیکدانان هسته‌ای واژه (بهتر) اسپین ایزوباری را به کار می‌برند.

I_1 ، I_2 و I_3 می‌نامیم. با این برداشت می‌توان از همه ابزارهای تکانه زاویه‌ای که قبلاً در این فصل داشتیم استفاده کرد. نوکلئون دارای ایزواسپین $\frac{1}{2}$ است و ویژه مقادارهای * مؤلفه سوم آن $I_3 + \frac{1}{2}$ (برای پروتون) و $-\frac{1}{2}$ (برای نوترون) هستند:

$$p = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad n = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \quad (32-4)$$

پروتون دارای «ایزواسپین بالا» و نوترون «ایزواسپین پایین» است. این فقط نمادگذاری است؛ فیزیک آن به پیشنهاد هایزنبرگ مربوط می‌شود که بنابر آن برهم‌کنشهای قوی تحت دورانها در فضای ایزواسپین ناوردار هستند، مثلاً، درست همان‌طور که نیروهای الکتریکی که بر اثر دورانهای فضای معمولی ناوردا هستند. این را تقارن «داخلی» می‌نامیم، زیرا به فضا و زمان ربطی ندارد، بلکه به روابط بین ذرات متفاوت مربوط می‌شود. دورانی به اندازه 180° حول محور شماره ۱ در فضای ایزواسپین، پروتون را به نوترون تبدیل می‌کند و برعکس. اگر نیروی قوی تحت دورانها در فضای ایزواسپین ناوردا باشد پیامد قضیه نوتر این است که ایزواسپین در تمام برهم‌کنشهای قوی پایسته است، درست همان‌طور که تکانه زاویه‌ای در فرایندهایی با ناوردایی دورانی در فضای معمولی پایسته است.**

به زبان نظریه گروه، هایزنبرگ اظهار داشت که برهم‌کنشهای قوی تحت تقارن داخلی گروه $SU(2)$ ناوردا هستند و نوکلئونها به نمایش دوبعدی (ایزواسپین $\frac{1}{2}$) تعلق دارند. در ۱۹۳۲ این پیشنهاد گستاخانه‌ای بود، امروز همه شواهد در اطراف ما هستند، آشکارترین آنها ساختار «چندتایی» هادرونهاست. نمودارهای راه هشت‌گانه در فصل ۱ به یاد بیاورید. همه سطرهاى افقی دقیقاً دارای مشخصه‌ای هستند که در مورد نوکلئونها نظر هایزنبرگ را جلب کرد؛ آنها دارای جرمهای مشابه اما بارهای متفاوت هستند. به هر یک از این چندتایه‌ها ایزواسپین خاص I را نسبت می‌دهیم و به هر عضو این چندتاییه یک I_3 خاص نسبت می‌دهیم. برای پیونها $I = 1$ است:

$$\pi^+ = |11\rangle, \quad \pi^0 = |10\rangle, \quad \pi^- = |1-1\rangle \quad (33-4)$$

* در این حالت ضریب \hbar وجود ندارد، طبق قرارداد ایزواسپین بدون بعد است.

** درضمن، وسوسه می‌شویم که در «استقلال بار» نیروهای قوی (یعنی اینکه نیروی قوی برای پروتونها و نوترونها یکسان است مبالغه کنیم). این استقلال نمی‌گردد که اگر شما به جای پروتون یک نوترون بگذارید همان نتیجه را به دست می‌آورید، بلکه باید جای همه پروتونها و نوترونها را عوض کنید. [مثلاً، حالت مقید متشکل از پروتون و نوترون (یعنی دو نوترون) وجود دارد، ولی حالت مقید دو پروتونی و دو نوترونی وجود ندارد]. در واقع، هرگونه ادعایی از این نوع با اصل طرد باولی ناسازگار است، زیرا یک پروتون و یک نوترون می‌توانند در یک حالت کوانتومی باشند اما دو نوترون (یا دو پروتون) نمی‌توانند.

برای Λ ، $I = 0$ است:

$$\Lambda = |00\rangle \quad (34-4)$$

برای Δ ، $I = \frac{3}{2}$ است:

$$\Delta^{++} = \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle, \quad \Delta^+ = \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad \Delta^0 = \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle, \quad \Delta^- = \left| \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right\rangle \quad (35-4)$$

و غیره. برای تعیین ایزواسپین یک چندتایه، تعداد ذرات موجود در آن را بشمارید. چون I_3 از $-I$ تا $+I$ با گامهای صحیح تغییر می‌کند، تعداد ذرات چندتایه برابر $2I + 1$ است:

$$\text{چندتاییگی} = 2I + 1 \quad (36-4)$$

مؤلفه سوم ایزواسپین، I_3 ، را بار ذره Q تعیین می‌کند. بیشترین مقدار $I_3 = I$ متعلق به عضوی از چندتایه با بیشترین بار الکتریکی است و بقیه جاها را برحسب Q ی نزولی پر می‌کنند. برای هادرونها «قبل از ۱۹۷۴» که فقط ترکیبی از u ، d و s بودند — رابطه صریح بین Q و I_3 فرمول گلمان-نیشی جیماست:

$$Q = I_3 + \frac{1}{6}(A + S) \quad (37-4)$$

که در آن A عدد باریونی و S شگفتی است.* در ابتدا این معادله صرفاً یک مشاهده تجربی بود، ولی بر اساس مدل کوارکی به‌سادگی از انتساب ایزواسپین به کوارکهای: u و d که یک «دوتایه» را تشکیل می‌دهند (مانند پروتون و نوترون) به‌دست می‌آید:

$$u = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad d = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \quad (38-4)$$

و طعمهای دیگر دارای ایزواسپین صفر هستند** (مسائل ۲۵-۴ و ۲۶-۴ را ببینید).

* چون نیروهای الکترومغناطیسی Q ، A و S را پایسته نگه می‌دارند، در نتیجه I_3 نیز پایسته است. با این حال، دو مؤلفه دیگر و بنابراین خود I در برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی پایسته نیستند. مثلاً در واپاشی $\pi^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ ، I از ۱ به صفر تبدیل می‌شود، درحالی‌که در برهم‌کنشهای ضعیف حتی S پایسته نیست، بنابراین در فرایندهای ضعیف I_3 پایسته نیست (مثلاً، $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$).

** چون ایزواسپین فقط به نیروهای قوی مربوط می‌شود، کمیتی است که به لپتونها مربوط نمی‌شود. اگر اصرار دارید، همه لپتونها و واسطه‌ها ایزواسپین صفر دارند.

اما دسته‌بندی تنها کاری نیست که اسپین برایمان انجام می‌دهد. بلکه کاربرد دینامیکی مهمی نیز دارد. مثلاً فرض کنید دو نوکلئون داریم. با استفاده از قواعد جمع تکانه زاویه‌ای می‌دانیم که این ترکیب ایزواسپین کل صفر و ۱ را می‌دهد. به‌طور دقیق‌تر با استفاده از مثال ۴-۴، یک سه‌تایه ایزواسپینی متقارن به‌دست می‌آوریم:

$$|11\rangle = pp \quad (\text{الف})$$

$$|10\rangle = (1/\sqrt{2})(pn + np) \quad (\text{ب})$$

$$|1-1\rangle = nn \quad (\text{ج}) \quad (39-4)$$

و یک تک‌تایه ایزواسپینی پاد متقارن:

$$|00\rangle = (1/\sqrt{2})(pn - np) \quad (40-4)$$

به‌طور تجربی، نوترئون و پروتون تنها یک حالت مقید، دوترون (d)؛ را تشکیل می‌دهند. پس دوترون باید حالت تک‌تایه ایزواسپینی باشد. اگر حالت سه‌تایه بود، هر سه حالت باید وجود می‌داشتند زیرا اختلاف آنها فقط دورانی در فضای ایزواسپین است. بدیهی است که جاذبه‌ای قوی در کانال $I = 0$ وجود دارد، که در کانال $I = 1$ نیست. از قرار معلوم پتانسیلی که برهم‌کنش بین دو نوکلئون را توصیف می‌کند شامل جمله‌ای به‌شکل $I^{(1)} \cdot I^{(2)}$ است که در آرایش سه‌تایه مقدار $\frac{1}{4}$ و یک‌تایه مقدار $-\frac{3}{4}$ را دارد (نگاه کنید به مسئله ۴-۲۷).

ناوردایی ایزواسپین در پراکندگی نوکلئون-نوکلئون نیز کاربرد دارد. فرایندهای زیر را در نظر بگیرید:

$$p + p \rightarrow d + \pi^+ \quad (\text{الف})$$

$$p + n \rightarrow d + \pi^0 \quad (\text{ب})$$

$$n + n \rightarrow d + \pi^- \quad (\text{ج}) \quad (41-4)$$

چون دوترون حالت $I = 0$ است، حالت‌های ایزواسپین سمت راست، $|11\rangle$ ، $|10\rangle$ و $|1-1\rangle$ هستند، درحالی‌که سمت چپ، $|11\rangle$ ، $(1/\sqrt{2})(|10\rangle + |00\rangle)$ و $|1-1\rangle$ است. فقط حالت $I = 1$ سهم است (زیرا حالت نهایی هر مورد صرفاً $I = 1$ است و ایزواسپین پایسته است).

بنابراین دامنه‌های پراکندگی به نسبت زیر هستند.

$$M_a : M_b : M_c = 1 : (1/\sqrt{2}) : 1 \quad (42-4)$$

چنانکه خواهیم دید*، سطح مقطع σ با مربع قدرمطلق دامنه متناسب است. پس

$$\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 2 : 1 : 2 \quad (43-4)$$

انجام فرایند (c) در آزمایشگاه مشکل است، اما (a) و (b) اندازه‌گیری شده‌اند و هنگامی که تصحیح‌های مربوط به آثار الکترومغناطیسی اعمال می‌شوند) نسبت‌های پیش‌بینی شده [۶] به دست می‌آید.

به عنوان مثال نهایی، پراکندگی پیون-نوکلئون را در نظر می‌گیریم، $\pi N \rightarrow \pi N$. شش فرایند کشسان وجود دارد:

$$\begin{array}{ll} \text{(ب)} \quad \pi^0 + p \rightarrow \pi^0 + p & \text{(الف)} \quad \pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p \\ \text{(د)} \quad \pi^+ + n \rightarrow \pi^+ + n & \text{(ج)} \quad \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p \quad (44-4) \\ \text{(و)} \quad \pi^- + n \rightarrow \pi^- + n & \text{(ه)} \quad \pi^0 + n \rightarrow \pi^0 + n \end{array}$$

و چهار فرایند تبادل بار وجود دارد:

$$\begin{array}{ll} \text{(ح)} \quad \pi^0 + p \rightarrow \pi^+ + n & \text{(ز)} \quad \pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p \\ \text{(ی)} \quad \pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n & \text{(ط)} \quad \pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p \quad (45-4) \end{array}$$

چون پیون دارای $I = 1$ و نوکلئون دارای $I = \frac{1}{2}$ است، ایزواسپین کل می‌تواند $\frac{3}{2}$ یا $\frac{1}{2}$ باشد. بنابراین دو دامنه کاملاً مجزا وجود دارد: M_3 برای $I = \frac{3}{2}$ و M_1 برای $I = \frac{1}{2}$. از جدول کلبش-گوردون موارد زیر را به دست می‌آوریم:

* نظریه دامنه‌های پراکندگی و سطح مقطوعها را در فصل ۶ بررسی می‌کنیم. در این بند و قسمتهای بعدی، من از نتایج بعدی استفاده کرده‌ام، و امیدوارم از متن چگونگی انجام محاسبات روشن باشد. در صورت تمایل، می‌توانید از این دو بند بگذرید.

$$\left. \begin{aligned} \pi^+ + p : |11\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle \\ \pi^0 + p : |10\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= \sqrt{2/3} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle - (1/\sqrt{3}) \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\ \pi^- + p : |1-1\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= (1/\sqrt{3}) \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{2/3} \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \\ \pi^+ + n : |11\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= (1/\sqrt{3}) \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{2/3} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\ \pi^0 + n : |10\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= \sqrt{2/3} \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle + (\sqrt{1/3}) \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \\ n^- + n : |1-1\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= \left| \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right\rangle \end{aligned} \right\} \quad (46-4)$$

واکنشهای (a) و $I = \frac{2}{3}$ (f) خالص است:

$$\mathcal{M}_a = \mathcal{M}_f = \mathcal{M}_r \quad (47-4)$$

بقیه مخلوط هستند؛ مثلاً

$$\mathcal{M}_c = \frac{1}{3}\mathcal{M}_r + \frac{2}{3}\mathcal{M}_1, \quad \mathcal{M}_j = (\sqrt{2/3})\mathcal{M}_r - (\sqrt{2/3})\mathcal{M}_1 \quad (48-4)$$

(بقیه را خودتان انجام دهید، مسئله ۴-۲۸ را ببینید). سطح مقطعها به ترتیب نسبتهای زیر هستند:

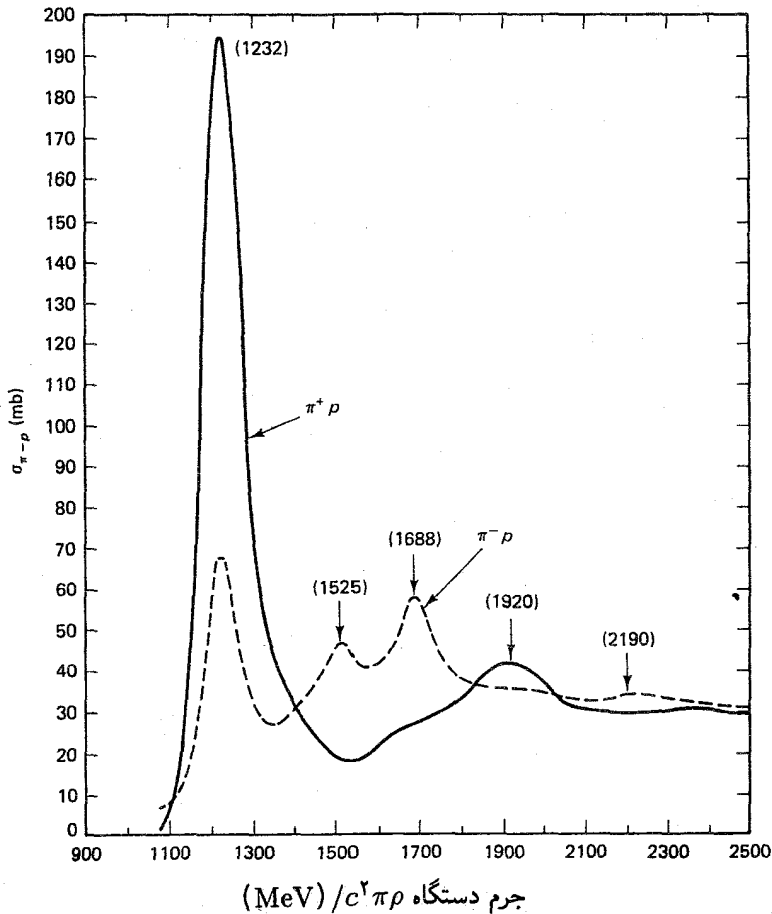
$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9|\mathcal{M}_r|^2 : |\mathcal{M}_r + 2\mathcal{M}_1|^2 : 2|\mathcal{M}_r - \mathcal{M}_1|^2 \quad (49-4)$$

در انرژی CM ، 1232 MeV ، قلهٔ بارز و مشهور پراکندگی پيون-نوکلتون رخ می‌دهد که آن را ابتدا فرمی در ۱۹۵۱ [۷] کشف کرد. در اینجا پيون و نوکلتون برای تشکیل حالت «تشدید»، Δ ، که عمر کوتاهی دارد به هم ملحق می‌شوند. می‌دانیم که Δ ، دارای $I = \frac{3}{2}$ است، بنابراین انتظار داریم که $\mathcal{M}_r \gg \mathcal{M}_1$ باشد و

$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9 : 1 : 2 \quad (50-4)$$

به لحاظ تجربی اندازه‌گیری سطح مقطع کل ساده‌تر است، بنابراین (c) و (j) ترکیب می‌شوند:

$$\frac{\sigma_{\text{کل}}(\pi^+ + p)}{\sigma_{\text{کل}}(\pi^- + p)} = 3 \quad (51-4)$$



شکل ۶-۴ سطح مقطع پراکندگی کل برای $\pi^+ p$ (خط پی) و $\pi^- p$ (خط چین).

همان طور که در شکل ۶-۴ می بینید، این پیش بینی با داده ها مطابقت دارد.

در اواخر دهه پنجاه تاریخ تکرار شد. درست همان طور که در ۱۹۳۲ معلوم شد پروتون و نوترون یک زوج را تشکیل می دهند. مشخص شد که نوکلئونها، Λ و Σ ها و Ξ ها با هم یک گروه طبیعی را در خانواده باریونی به وجود می آورند. همه آنها اسپین دارای $\frac{1}{2}$ هستند و چرمشان مشابه است. البته گستره جرم از $940 \text{ MeV}/c^2$ و برای نوکلئونها تا $1320 \text{ MeV}/c^2$ برای Ξ ها تغییر می کند، بنابراین، جای کمی بحث را در مورد اینکه این ذرات، آن طور که هاینبرگ تلویحاً در مورد نوترون و پروتون بیان کرده بود که حالت های مختلف یک ذره هستند، باقی می گذارد. با وجود این، در نظر گرفتن این هشت باریون به عنوان یک ابر چندتایه و سوسه انگیز بود، و از قرار معلوم به این معنی بود که آنها به نمایش

یکسانی از بعضی گروههای تقارن بزرگتر تعلق دارند که در آن $SU(2)$ ایزواسپین به عنوان یک زیرگروه وارد می شود. پرسش مهم این است که این گروه بزرگتر چیست؟ («مسئله هشت باریون» همواره به این صورت مطرح نبود. در آن زمان بسیاری از فیزیکدانها اطلاعاتی از نظریه گروه نداشتند. گلمان بیشتر صورتگرایی مورد نیازش را تکه تکه به دست آورد و بعداً متوجه شد که برای ریاضیدانان کاملاً شناخته شده است.) راه حل گلمان برای مسئله هشت باریون راه هشت گانه بود. گروه تقارن $SU(3)$ است. هشت تاییه نمایشهای هشت بعدی $SU(3)$ و ده تاییه نمایش ده تایی و غیره را تشکیل می دهند. آنچه که این مورد را سخت تر از مورد هایزنبرگ می کرد این بود که هیچ ذره موجود در طبیعت، آن طور که نوکلئونها و بعداً K ها و Ξ ها و غیره در $SU(2)$ قرار می گرفتند، در نمایش بنیادی (سه بعدی) $SU(3)$ قرار نمی گرفت. این نقش برای کوارکها ذخیره شده بود: (d, u) و (s) با هم نمایش سه بعدی $SU(3)$ را تشکیل می دهند که تحت $SU(2)$ به یک دوتاییه ایزواسپین و یک ایزواسپین یک تاییه تبدیل می شود. البته وقتی کوارک افسون پیدا شد، گروه تقارن برهم کنشهای قوی بار دیگر به $SU(4)$ گسترده شد (بعضی ابر چندتاییه های $SU(4)$ در شکل ۱-۱۳ نشان داده شده است). اما کار در اینجا خاتمه نیافت، ورود کوارک ته ما را به $SU(5)$ ، و کوارک مشهور سر به $SU(6)$ رساند. با این حال، یک هشدار مهم در این سلسله مراتب آراسته وجود دارد: ایزواسپین، $SU(2)$ ، تقارن بسیار «خوبی» است. اعضای یک چندتاییه ایزواسپینی حداکثر ۲ یا ۳٪ اختلاف جرم دارند که در حدی است که از تصحیح الکترومغناطیسی انتظار داریم.* اما راه هشت گانه، $SU(3)$ ، تقارنی است که بدجوری «شکسته می شود»؛ شکافتگی جرمی در هشت تاییه باریونی حدود ۴۰٪ است. با در نظر گرفتن افسون شکست تقارن بدتر هم می شود. $(udc)\Lambda_c^+$ دوبرابر سنگین تر از $(uds)\Lambda$ است، در حالی که هر دو متعلق به ابر چندتاییه $SU(4)$ هستند. با کوارک ته اوضاع باز هم بدتر و با کوارک سر وحشتناک می شود. چرا تقارن ایزواسپین بسیار خوب، راه هشت گانه نسبتاً خوب، و $SU(6)$ طعم این قدر ضعیف است؟ مدل استاندارد همه را مربوط به جرم کوارکها می داند. اما، نظریه جرم کوارکها، با توجه به اینکه جرم آنها قابل اندازه گیری تجربی مستقیم نیستند، غیر قابل اعتماد است. دلایل مختلفی وجود دارد [۸] که نشان می دهد کوارکهای u و d ذاتاً خیلی سبک هستند، حدود ده برابر جرم الکترون هستند. با این حال در محدوده یک هادرون جرم موثر آنها بیشتر است. در واقع مقدار دقیق آنها به مورد بستگی دارد. در باریونها کمی بزرگتر از مزونهاست (در باره این مطلب در فصل ۵ بیشتر خواهیم گفت). همین طور، لختی موثر یک قاشق چایخوری وقتی عسل را به هم می زنید از وقتی که چای را

* در واقع، اغلب تصور می شد که ایزواسپین تقارن دقیق برهم کنش قوی است و تمام شکست تقارن به مسائل الکترومغناطیسی نسبت داده می شد. با این حال، این واقعیت که شکافتگی جرمی $n-p$ در خلاف جهتی بود که کاملاً الکترومغناطیسی باشد، باعث دردسر بود. در حال حاضر این اعتقاد وجود دارد که $SU(2)$ فقط یک تقارن تقریبی برای برهم کنشهای قوی است.

جدول ۴-۴ جرم کوارکها (MeV/c^2)

جرم مؤثر		جرم عریان	طعم کوارک	کوارکهای سبک
در مزنونها	در بار یونها			
۳۶۳	۳۱۰	۴٫۲	u	
		۷٫۵	d	
۵۳۸	۴۸۳	۱۵۰	s	کوارکهای سنگین
۱,۵۰۰		۱,۱۰۰	c	
۴,۷۰۰		۴,۲۰۰	b	
$23,000 >$			t	

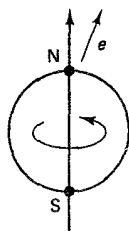
در ستون دوم جرم عریان (یا «فعلی») آمده است. ستون سوم جرم مؤثر (یا «جزء سازنده»)

قرار دارد، هشدار: این اعداد تا اندازه‌ای نظری هستند و به مدل بستگی دارند.

به هم می‌زنید بیشتر است و در هر دو حالت جرم واقعی قاشق افزایش می‌یابد. به طور کلی باید گفت که جرم مؤثر کوارکها در هادرون حدود $350 \text{ MeV}/c^2$ بیشتر از جرم عریان آن است (جدول ۴-۴). در مقایسه با این، جرمهای عریان کوارکهای بالا و پایین از نظر علمی کاملاً نامربوط هستند. آنها طوری رفتار می‌کنند که گویی یکسان هستند. اما کوارک s مشخصاً سنگین‌تر است و کوارکهای c ، b و t به شدت سنگین‌تر هستند. بجز اختلاف جرم کوارکها، برهم‌کنشهای قوی همه طعمها را یکسان در نظر می‌گیرد. پس ایزواسپین تقارن خوبی است زیرا جرم مؤثر u و d خیلی به هم نزدیک هستند (در یک سطح اساسی‌تر می‌توان گفت جرمهای عریان آنها خیل کوچک است). راه هشت‌گانه تقارن نسبتاً خوبی است زیرا جرم مؤثر کوارک شگفت از جرم کوارکهای u و d چندان دور نیست. اما کوارکهای سنگین به قدری از هم دورند که تقارن طعم بدجوری شکسته می‌شود. البته، این «توضیح» دو پرسش دیگر را مطرح می‌کند: (۱) چرا بستگی کوارکها در هادرونها جرم مؤثر آنها را حدود $350 \text{ MeV}/c^2$ افزایش می‌دهد؟ از قرار معلوم جواب در QCD است، اگرچه جزئیات هنوز معلوم نشده است [۹]. (۲) چرا کوارکهای عریان، این جرمهای بخصوص را دارند؟ آیا طرحی در اینجا وجود دارد؟ مدل استاندارد برای این پرسشها هیچ پاسخی ندارد. جرمهای شش کوارک و همچنین جرمهای شش لپتون پارامترهای ورودی هستند، حال به عهده نظریه‌های فراتر از مدل استاندارد است که بگوید آنها از کجا آمده‌اند.

۴-۶ پارите

تا قبل از ۱۹۵۶ فرض مسلم این بود که قوانین فیزیکی دودستانه هستند. یعنی، تصویر آینه‌ای هر فرایند فیزیکی یک فرایند فیزیکی کاملاً ممکن را نشان می‌دهد. شک نیست که ما در سمت راست

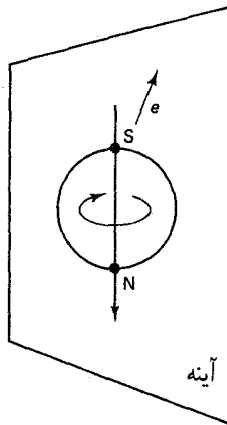


شکل ۷-۴ در واپاشی β کبالت 60 ، اغلب الکترونها در جهت اسپین هسته گسیل می‌شوند.

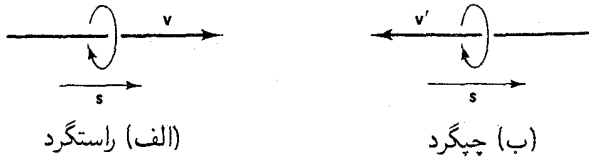
رانندگی می‌کنیم (حداقل در امریکا چنین است) و قلبمان در طرف چپ است، اما اینها وقایع تاریخی یا تکاملی هستند. می‌توانست کاملاً طور دیگری باشد. در واقع، بیشتر فیزیکدانان تقارن آینه‌ای (یا «ناوردایی پارینه») قوانین طبیعت را بدیهی می‌دانند. اما در ۱۹۵۶ لی و یانگ [۱۰]. به این فکر افتادند (بنا به دلایلی که در انتهای این بخش خواهیم دید) که آیا هیچ آزمون تجربی برای این فرض وجود داشته است. با جستجو در مقاله‌ها با تعجب کشف کردند که شواهد فراوانی برای ناوردایی پارینه در فرایندهای قوی و الکترومغناطیسی وجود دارد، اما، هیچ تأییدی در مورد برهم‌کنشهای ضعیف موجود نیست. آنها آزمایشی را پیشنهاد کردند که اواخر همان سال سی. اس. وِثو [۱۱]. برای تعیین نتایج انجام داد. در این آزمایش مشهور هسته‌های کبالت 60 پرتوزا به‌دقت همسو شدند به‌طوری که اسپین آنها، مثلاً، در جهت z قرار گرفت (شکل ۷-۴). کبالت 60 دستخوش واپاشی بتازا می‌شود و وِثو جهت الکترونها گسیل‌شده را ثبت کرد. او دریافت که اغلب الکترونها به‌طرف «شمال» که جهت اسپین هسته است خارج می‌شوند.

این همه آن چیزی است که وجود داشت. اما آن مشاهده ساده معانی ضمنی حیرت‌انگیزی داشت. زیرا فرض کنید که تصویر آینه‌ای همان فرایند (شکل ۸-۴) را بررسی می‌کنیم. تصویر هسته در جهت مخالف می‌چرخد و اسپین آن به‌طرف پایین قرار می‌گیرد ولی الکترونها (در آینه) هنوز به‌طرف بالا حرکت می‌کنند. در آینه، الکترونها در جهت مخالف اسپین هسته گسیل می‌شوند. در اینجا، یک فرایند فیزیکی وجود دارد که تصویر آینه‌ای آن در طبیعت به‌وقوع نمی‌پیوندد. بدیهی است که پارینه ناوردای برهم‌کنشهای ضعیف نیست، اگر بود الکترونها در آزمایش وِثو باید با توزیع یکنواخت خارج می‌شدند («شمال» و «جنوب») اما چنین نیست.

نقض پارینه تأثیر عمیقی بر فیزیکدانان داشت — برای برخی ویرانگر و برای عده‌ای شغف‌انگیز [۱۲]. این نقض یک اثر مختصر نیست؛ همان‌طور که در فصل ۱۰ خواهیم دید، در واقع «بیشین» است. نقض پارینه فقط به واپاشی بتازا محدود نمی‌شود بلکه وقتی به جستجوی آن می‌روید درمی‌یابید که عملاً امضای نیروی ضعیف است. این موضوع به‌طور برجسته‌ای در رفتار نوترینو نمایان می‌شود.



شکل ۸-۴ تصویر آینه‌ای شکل ۷-۴: بیشتر الکترون‌ها در جهت مخالف اسپین هسته گسیل می‌شوند.



(الف) راستگرد

(ب) چپگرد

شکل ۹-۴ هلیسیت در (الف) اسپین و سرعت موازی هستند (هلیسیت $+1$)؛ در (ب) آنها پاد موازی هستند (هلیسیت -1).

بگذارید درباره آن توضیح دهم. در نظریه تکانه زاویه‌ای محور کوانتش، به‌طور قراردادی، محور z است، البته سمتگیری محور z کاملاً دست خودمان است. اما اگر با ذره‌ای سروکار داشته باشیم که با سرعت v از آزمایشگاه عبور می‌کند، یک انتخاب طبیعی مطرح می‌شود. چرا جهت حرکت را محور z انتخاب نکنیم؟ مقدار (m_s/s) برای این محور هلیسیت ذره نامیده می‌شود. پس ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ می‌تواند هلیسیت $+1$ ($m_s = \frac{1}{2}$) یا -1 ($m_s = -\frac{1}{2}$) داشته باشد. اولی را «راستگرد» و دومی را «چپگرد» می‌گوییم. * اختلاف بین این دو چندان عمیق نیست زیرا به هر حال با یک ناوردای لورنتس سروکار نداریم. فرض کنید الکترون راستگردی داریم که به‌طرف راست می‌رود (شکل ۹-۴ الف) و ناظر دیگری از دستگاه لختی که با سرعت بزرگتر از v به‌سمت راست حرکت می‌کند آن را نگاه می‌کند. از نظر او الکترون به‌طرف چپ می‌رود (شکل ۹-۴ ب). اما اسپین آن هنوز در همان جهت است، پس این ناظر می‌گوید که الکترون چپگرد است. به عبارت

* در فصل ۱۰ تفاوت فنی بین «دست‌واری» و هلیسیت را ارائه می‌کنم، اما اکنون از این واژه‌ها به‌صورت قابل تعویض استفاده می‌کنم.


 شکل ۴-۱۰ واپاشی π^- ساکن.

دیگر می‌توانید با تغییر چارچوب مرجع خود، الکترون راستگرد را به الکترون چپگرد تبدیل کنید. به این دلیل است که می‌گوییم ناوردای لورنتس نیست.

اما اگر همین استدلال را به جای الکترون برای نوترینو به‌کار ببریم چه می‌شود؟ نوترینو جرم ندارد، بنابراین با سرعت نور حرکت می‌کند و ناظری که سریع‌تر از آن حرکت می‌کند وجود ندارد. غیرممکن است که بتوان «جهت حرکت» نوترینو را با رفتن به دستگاه مرجعی که سریع‌تر حرکت می‌کند، برعکس کرد و بنابراین هلیسیته نوترینو (یا هر ذره بدون جرم دیگر*) ناوردای لورنتس است که خاصیتی ثابت و اساسی است و محصول چارچوب مرجع ناظر نیست. یک موضوع مهم تجربی تعیین هلیسیته یک نوترینوی معین است. تا اواسط دهه پنجاه همه تصور می‌کردند که نیمی از نوترینوها چپگرد و نیمه دیگر راستگرد هستند درست مانند فوتونها. آنچه در حقیقت کشف شد عبارت بود از:

همه نوترینوها چپگرد و همه پاد نوترینوها راستگرد هستند

البته، اندازه‌گیری هلیسیته نوترینو به‌طور مستقیم دشوار است؛ به‌طور کلی، آشکارسازی آنها مشکل است. اما، روش غیرمستقیم نسبتاً ساده‌ای با استفاده از واپاشی $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ وجود دارد. اگر پيون در حال سکون باشد، موئون و پاد نوترینو پشت به پشت حرکت خواهند کرد (شکل ۴-۱۰). به‌علاوه، چون اسپین پيون صفر است، اسپین موئون و پاد نوترینو باید در جهت مخالف هم باشند.** بنابراین، اگر پاد نوترینو راستگرد باشد، موئون نیز باید راستگرد باشد (در چارچوب سکون پيون) — و این درست چیزی است که به‌طور تجربی به‌دست آمده است [۱۳]. اندازه‌گیری هلیسیته موئون امکان تعیین هلیسیته پاد نوترینو را فراهم خواهد کرد. همین‌طور، در واپاشی π^+ پاد موئون همیشه چپگرد است، و این نشان می‌دهد که نوترینو چپگرد است. برای مقایسه، واپاشی پيون خنثی را در نظر بگیرید، $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. مجدداً در هر واپاشی معین دو فوتون باید هلیسیته یکسان داشته باشند. اما این یک فرایند الکترومغناطیس است که در آن پاریته پایسته

* برای ذرات بدون جرم فقط مقدار بیشینه $|m_s|$ وجود دارد. مثلاً می‌تواند $m_s = +1$ یا $m_s = -1$ داشته باشد، اما $m_s = 0$ ندارد. بنابراین هلیسیته ذره بدون جرم همیشه ± 1 است. در مورد فوتون این بیانگر حالتهای قطبش دایره‌ای راستگرد و چپگرد است. نبود $m_s = 0$ متناظر با نبود قطبش طولی در اپتیک کلاسیک است.

** نکتهٔ زاویه‌ای مداری (اگر وجود داشته باشد) عمود بر سرعت‌های خروجی است، پس این بحث اثری بر آن ندارد.

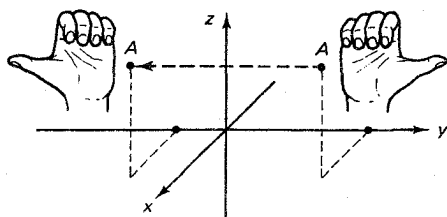
است، و بنابراین به طور میانگین همان اندازه فوتونهای راستگرد داریم که چپگرد. برای نوترینوها چنین نیست. برهمکنش آنها فقط ضعیف است، و همه آنها چپگرد هستند. تصویر آینه‌ای نوترینو وجود ندارد.* این واضح‌ترین نقض تقارن آینه‌ای است که می‌توانید پیدا کنید.*

به‌رغم نقض پارите در فرایندهای ضعیف، ناوردایی پارите یک تقارن معتبر برای برهمکنشهای قوی و الکترومغناطیسی است. بنابراین، بد نیست صورت‌گرایی و اصطلاحات آن را گسترش دهیم. ابتدا یک نکته کوچک: به جای بازتابها که ما را مجبور می‌کند تا صفحه «آینه» را به طور اختیاری انتخاب کنیم دربارهٔ وارونی صحبت می‌کنیم که در آن هر نقطه به طور قطری از مبدأ به محل مقابل برده می‌شود (شکل ۴-۱۱). هر دو تبدیل این خاصیت را دارند که چرخش راستگرد را به چپگرد تبدیل کنند؛ درحقیقت، وارونی چیزی نیست جز بازتابی که با دوران (180° حول محور z در شکل) دنبال می‌شود. پس در موارد مورد نظر (که تقارن دورانی نیز دارد) تفاوتی نمی‌کند که از کدام یک استفاده کنیم. P نماد وارونی است و آن را «عملگر پارите» می‌نامیم. اگر دستگاه مورد نظریک دست راست باشد، P آن را به پشت یک دست چپ وارونه تبدیل می‌کند (شکل ۴-۱۱ ب). وقتی P روی بردار a عمل کند برداری در جهت مخالف درست می‌کند: $P(a) = -a$. در مورد ضرب خارجی دو بردار: $c = a \times b$ ؛ اگر P علامت a و b را تغییر می‌دهد، پس c به وضوح تغییر علامت نمی‌دهد: $P(c) = c$. خیلی عجیب است! ظاهراً دو نوع بردار وجود دارد: یکی «معمولی» که تحت تبدیل پارите علامت آن تغییر می‌کند، و نوع دیگر که ضرب خارجی مثال کلاسیک آن است، تغییر علامت نمی‌دهد. برای بیان تفاوت بین اینها، اولی را بردار «قطبی» و دومی را «شبه» بردار (یا بردار «محوری») می‌نامیم. توجه کنید که ضرب خارجی یک بردار قطبی و یک شبه بردار یک بردار قطبی می‌شود.

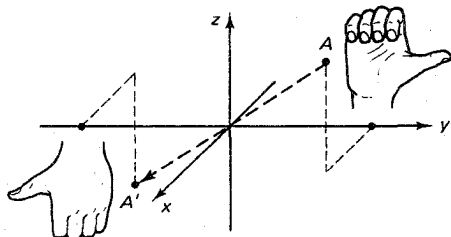
* شاید این یک اظهارنظر شدید باشد. تصور می‌کنم نوترینوها می‌توانند راستگرد باشند، اما با سازوکاری که در حال حاضر می‌شناسیم نمی‌توانند با ماده معمولی برهمکنش کند. اگر معلوم شود که نوترینو جرم خیلی کوچک غیرصفر دارد، پس نوترینوهای راستگرد باید وجود داشته باشند، اما، هیچ‌کدام از اینها نمی‌توانند این واقعیت را تغییر دهند که وقتی π^- و امی باشد، μ^- خروجی در چارچوب CM راستگرد است و خودش تقارن آینه‌ای را از میان می‌برد.

به‌هر حال، در سال ۱۹۲۹، اندکی پس از انتشار معادلهٔ دیراک، وایل نظریهٔ ساده و زیبایی را برای ذرات بدون جرم با اسپین $1/2$ ارائه کرد که دارای ویژگی داشتن «دستوارگی» ثابت بود. در آن زمان به نظریهٔ وایل توجه محدودی شد، زیرا بجز فوتون که دارای اسپین ۱ است، ذرهٔ بدون جرم دیگری را نمی‌شناختند. وقتی پائولی در سال ۱۹۳۱ نوترینو را معرفی کرد، شاید فکر کنید که نظریهٔ وایل را گردگیری کرد و مورد استفاده قرار داد. اما چنین نکرد. پائولی نظریهٔ وایل را به واسطهٔ نقض تقارن آینه‌ای رد کرد، او آن قدر زنده ماند که افسوس این اشتباه را بخورد. در ۱۹۵۷ نظریهٔ وایل فاتحانه به اثبات رسید.

** شاید اتفاقی که برای فیزیکدانان در آن زمان افتاد، برای شما هم رخ دهد، که اگر همزمان همهٔ ذرات را به پاد ذره‌شان تبدیل کنیم نوعی تقارن آینه‌ای برقرار می‌شود. تصویر $\mu^- + \bar{\nu}_\mu \rightarrow \pi^-$ (با پاد نوترینو راستگرد) به صورت $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ (با نوترینو چپگرد) می‌شود، که کاملاً درست است. این نتیجه تا سال ۱۹۶۴، که معلوم شد می‌تواند با شکست مواجه شود، مایهٔ دلخوشی بود. مطالب بیشتر در این باره در بخش بعد می‌آید.

(الف) بازتاب (در صفحه $x-z$)

$$(x, y, z) \rightarrow (x, -y, z)$$

(ب) وارونی $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$

شکل ۱۱-۴ بازتاب و وارونی.

قبلاً با شبه‌بردار، شاید بدون استفاده از این زبان، مواجه شده‌اید، یک مثال تکانه زاویه‌ای است و مثال دیگر میدان مغناطیسی. در یک نظریه با ناوردایی پارینه، هرگز نباید یک بردار و یک شبه‌بردار را با هم جمع کرد، درست همان‌طور که در نظریه‌ای با تقارن دورانی، نمی‌توانید بردار و عدد را با هم جمع کنید. به‌عنوان مثال، در قانون نیروی لورنتس، $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v}/c \times \mathbf{B})$ ، این ضرب خارجی (یک بردار قطبی) است که وارد می‌شود. خود \mathbf{B} را هرگز نمی‌توان با \mathbf{E} جمع کرد. همان‌طور که خواهیم دید، دقیقاً همین جمع یک بردار و یک شبه‌بردار در نظریه برهم‌کنشهای ضعیف است که به نقض پارینه می‌انجامد. سرانجام ضرب نقطه‌ای دو بردار قطبی تحت تأثیر P تغییر علامت نمی‌دهد، اما ضرب نقطه‌ای یک بردار قطبی و یک شبه‌بردار [یا ضرب سه‌گانه سه بردار: $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$] تغییر علامت می‌دهد. بنابراین، دو نوع عدد نیز وجود دارد، نوع «معمولی» که علامت آن تغییر نمی‌کند و «شبه‌نرده‌ای» که تغییر می‌کند. همه اینها در جدول ۴-۵* خلاصه شده است. اگر عملگر پارینه را دوبار به‌کار ببرید، به نقطه شروع بازمی‌گردید:

* اصطلاحات به‌سادگی به نسبیت خاص تعمیم می‌یابد: $a^\mu = (a^0, \mathbf{a})$. شبه‌بردار نامیده می‌شود اگر مؤلفه‌های فضایی آن یک شبه‌بردار، $P(\mathbf{a}) = \mathbf{a}$ ، را تشکیل دهند. p شبه‌نرده‌ای است اگر تحت وارونی فضایی $P(p) = -p$ علامت آن منفی شود.

جدول ۵-۴ رفتار نرده‌ایها و بردارها تحت تبدیل پاریته p

$P(s) = s$:	نرده‌ای
$P(p) = -p$:	شبه‌نرده‌ای
$P(v) = -v$:	بردار (یا بردار قطبی)
$P(a) = a$:	شبه‌بردار (یا بردار محوری)

$$P^2 = I \quad (۵۲-۴)$$

(پس گروه پاریته شامل دو عضو P و I است.) در نتیجه ویژه مقدارهای P ± ۱ هستند (مسئله ۴-۳۴). مثلاً نرده‌ایها و شبه‌بردارها دارای ویژه مقدار $+۱$ هستند، درحالی که ویژه مقدار بردارها و شبه‌نرده‌ایها -۱ است. هادرونها ویژه حالت‌های P هستند و می‌توان آنها را براساس ویژه مقدارشان دسته‌بندی کرد، درست همان‌طور که آنها را برحسب اسپین، بار، ایزواسپین، شگفتی و غیره دسته‌بندی می‌کنیم. بنا بر نظریه میدان کوانتومی، پاریته فرمیون (اسپین نیمه صحیح) باید مخالف پاد ذره متناظرش باشد، درحالی که پاریته بوزون (اسپین صحیح) و پاد ذره‌اش یکسان است. پاریته ذاتی کوارکها را مثبت در نظر می‌گیریم، بنابراین پاد کوارکها منفی هستند. * پاریته یک سیستم مرکب در حالت پایه حاصلضرب پاریته‌های اجزای آن است (می‌گوییم پاریته یک عدد کوانتومی «ضربی» است، برخلاف بار، و شگفتی، و غیره که «جمع» هستند. ** پس هشت‌تایه و ده‌تایه باریونی پاریته مثبت $[(+۱)^3]$ دارند درحالی که نه‌تایه مزونهای شبه‌نرده‌ای و برداری پاریته منفی دارند $[(+۱)(-۱)]$. (پیشوند «شبه»، پاریته ذرات را به شما می‌گوید.) برای حالت‌های برانگیخته عامل اضافه $l^{(-۱)}$ وجود دارد که l تکانه زاویه‌ای مداری است [۱۴]. پس، به‌طور کلی، پاریته مزونها $^{+۱}(-۱)$ است (جدول ۴-۶). درضمن، فوتون یک ذره برداری است (که با پتانسیل برداری A^μ نشان داده می‌شود). اسپین آن ۱ و پاریته ذاتی‌اش -۱ است. ***

* این انتخاب کاملاً دلخواه است. می‌توانستیم عکس آن را در نظر بگیریم. در واقع، می‌توانستیم پاریته مثبت را برای بعضی طعمهای کوارک و منفی را برای دیگران در نظر بگیریم. این به مجموعه متفاوتی از پاریته‌های هادرونی می‌انجامد، اما پایداری پاریته همچنان برقرار است. قاعده‌ای که در متن بیان شده ظاهراً ساده‌ترین آنهاست، و به گمارشهای متداول می‌انجامد.

** این موضوع کمتر از آنچه به چشم می‌آید، بارز است. از جهتی، این حاصل یک نمادگذاری خلاف قاعده است. سازگاری دقیق ایجاب می‌کند که عملگر پاریته را به شکل نمایی $P = e^{i\pi K}$ بنویسیم، که در آن عملگر K نقشی شبیه اسپین را بازی می‌کند [معادله ۴-۲۸]. ویژه مقدارهای K ، 0 و ۱ ، متناظر با $+۱$ و -۱ برای P است، و ضرب پاریته‌ها متناظر با افزودن، پیمانه ۲ ، از K است.

*** اتفاقاً، متوجه می‌شوید که در اینجا شباهتی بین پاریته و تکانه زاویه‌ای وجود دارد. درست مانند تکانه زاویه‌ای

جدول ۴-۶ اعداد کوانتومی مزونهای مرکب از کوارکهای u , d و s

جرم نوکی MeV/c^2	نه تابه مشاهده شده				j^{pc}	اسپین کل	تکانه زاویه ای مداری
	$l = 0$	$l = \frac{1}{2}$	$l = 1$				
۵۰۰	η, η'	K	π		0^{-+}	$s = 0$	$l = 0$
۸۰۰	ω, ϕ	K^*	ρ		1^{--}	$s = 1$	
۱۲۵۰	$H, ?$	Q_2	B		1^{+-}	$s = 0$	$l = 1$
۱۱۵۰	ϵ, S^*	κ	δ	$\left\{ \begin{array}{l} 0^{++} \\ 1^{++} \\ 2^{++} \end{array} \right.$		$s = 1$	
۱۳۰۰	D, E	Q_1	A_1				
۱۴۰۰	f, f'	K^*	A_2				

تقارن آینه ای برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی به معنی پایستگی پاریته در تمام این فرایندهاست. در ابتدا، تصور می شد که در برهم کنشهای ضعیف نیز این موضوع صادق است. اما در اوایل دهه پنجاه پارادوکس «معمای تاوتنا» خودنمایی کرد. دو مزون شگفت، که در آن زمان τ و θ نامیده شدند از هر حیث یکسان بودند-جرم یکسان، اسپین یکسان، باریکسان و غیره-بجز اینکه یکی از آنها به دو پیون وامی باشد و دیگری به سه پیون، و حالتها پاریته مخالف دارند:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (P = +1)$$

$$\tau^+ \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \\ \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \end{array} \right. \quad (P = -1) \quad (53-4)$$

عجیب به نظر می رسید که دو ذره مشابه پاریته های مختلف داشته باشند. در سال ۱۹۵۶ لی و یانگ پیشنهاد کردند که τ و θ در واقع یک ذره هستند (که اکنون به نام K^+ می شناسیم) فقط پاریته در یکی از واپاشیها پایسته نیست. این فکر باعث شد که درصدد یافتن دلیلی برای ناوردایی پاریته در برهم کنشهای ضعیف برآیند، و هنگامی که چنین چیزی را نیافتند به فکر یک آزمون تجربی افتادند.

که دارای دو نوع مختلف مداری (وابسته به حرکت ذره) و اسپین (ویژگی ذاتی خود ذره) است، پاریته نیز دارای یک عامل $(-1)^l$ (مربوط به آرایش فضایی)، و پاریته های ذاتی تک تک اجزای سیستم است. اما درحالی که تکانه زاویه ای کل یک دستگاه مرکب، مجموع تک تک اجزای آن است، پاریته کل حاصل ضرب پاریته هاست.

۷-۴ همیوگی بار

الکترودینامیک کلاسیک تحت تغییرعلامت همه بارهای الکتریکی ناورد است؛ پتانسیلها و میدانها تغییرعلامت می‌دهند، اما یک عامل جبران‌کننده بار در قانون لورنتس وجود دارد، به طوری که نیرو بدون تغییر می‌ماند. در فیزیک ذرات بنیادی عملگری را وارد می‌کنیم که مفهوم «تغییر علامت بار» را تعمیم می‌دهد. این عملگر را همیوگی بار، C ، می‌نامیم که هر ذره را به پاد ذره‌اش تبدیل می‌کند:

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle \quad (۵۴-۴)$$

«همیوگی بار» گاهی اوقات اسمی بی‌مسماست، زیرا C را می‌توان در مورد ذره خنثی مانند نوترون نیز به کار برد (که پاد نوترون می‌دهد)، و علامت همه اعداد کوانتومی «داخلی» مانند بار، عدد باریونی، عدد لپتونی، شگفتی، افسون، زیبایی، حقیقت را تغییر می‌دهد، درحالی که جرم، انرژی، تکانه و اسپین آن بدون تغییر می‌ماند. مانند مورد P ، دو بار اعمال C ما را به حالت ابتدایی باز می‌گرداند.

$$C^2 = I \quad (۵۵-۴)$$

و بنابراین ویژه مقدارهای C ، ± 1 هستند. اما، برخلاف P ، اکثر ذرات در طبیعت یک ویژه حالت C نیستند. زیرا اگر $|p\rangle$ ویژه حالت C باشد، از معادله (۵۴-۴) پیروی می‌کند.

$$C|p\rangle = \pm |p\rangle = |\bar{p}\rangle \quad (۵۶-۴)$$

بنابراین $|p\rangle$ و $|\bar{p}\rangle$ حداکثر در یک علامت با هم تفاوت دارند، یعنی یک حالت فیزیکی یکسانی را نمایش می‌دهند. پس فقط ذراتی که پاد ذره خودشان هستند می‌توانند ویژه حالت C باشند. این موضوع، فقط شامل فوتون و مزونهایی که در مرکز نمودارهای راه هشت‌گانه قرار دارند، مانند π^0 ، η ، η' ، ρ^0 ، ϕ ، ω ، ψ و غیره می‌شود. چون فوتون کوانتوم میدان الکترومغناطیسی است که بر اثر عملکرد C تغییرعلامت می‌دهد معقول است که بگوییم «عدد همیوگی بار» آن -1 است. می‌توان نشان داد [۱۵] که سیستم متشکل از ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ و پاد ذره آن در آرایشی با تکانه زاویه‌ای مداری l و اسپین کل s ، ویژه حالت C را با ویژه مقدار $(-1)^{l+s}$ تشکیل می‌دهد. بر اساس مدل کوآرک، مزونهای مورد نظر دقیقاً به این شکل هستند: برای شبه‌نرده‌ایها $l = 0$ و $s = 0$ و بنابراین $C = +1$ است؛ برای بردارها، $l = 1$ و $s = 1$ ، به طوری که $C = -1$ است. (اغلب، مانند مورد جدول ۶-۴، C طوری آورده می‌شود که گویی یک عدد کوانتومی معتبر برای کل ابر چندتایه است؛ در حقیقت این موضوع فقط به اعضای مرکزی مربوط می‌شود.)

C عدد کوانتومی ضربی است، و مانند پاریته، در برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و قوی پایسته است. مثلاً π^0 به دو فوتون و امی باشد:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (57-4)$$

($+1 = C$ قبل و بعد)، اما نمی‌تواند به سه فوتون واپاشی کند. (برای دستگاه n فوتونی، $(-1)^n = C$). همین‌طور، ω به $\gamma + \pi^0$ و امی باشد، اما هرگز به $\pi^0 + \pi^0$ واپاشیده نمی‌شود. در برهم‌کنشهای قوی، ناوردایی همیوگی بار ايجاب می‌کند که توزیع انرژی پیوندهای باردار در واکنش

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \quad (58-4)$$

(به‌طور میانگین) یکسان باشد [۱۶]. از طرف دیگر، همیوگی بار، یک تقارن برهم‌کنشهای ضعیف نیست. وقتی C بر یک نوترینو (عضو چپگرد) اعمال شود یک پاد نوترینوی چپگرد می‌دهد که وجود ندارد. بنابراین، شکل همیوگ بارشده هر فرایند شامل نوترینو حتماً یک فرایند فیزیکی ممکن نیست. در برهم‌کنشهای ضعیف هادرونی ناب نیز علاوه بر نقض P ، C نیز نقض می‌شود.

چون ذرات اندکی ویژه حالت C هستند، کاربرد مستقیم آن در فیزیک ذرات بنیادی تقریباً محدود است. اگر توجه خود را به برهم‌کنشهای قوی معطوف کنیم، با ترکیب C با یک تبدیل ایزواسپین مناسب، می‌توان بر توان آن افزود. دوران 180° ای حول محور شماره ۲ در فضای ایزواسپین* I_3 و $-I_3$ تبدیل می‌کند، مثلاً π^+ را به π^- تبدیل می‌کند. اگر پس از آن عملگر همیوگی بار را اعمال کنیم، به π^+ بازمی‌گردیم. بنابراین پیوندهای باردار اگرچه ویژه حالت C به‌تنهایی نیستند، ولی ویژه حالت این عملگر ترکیبی هستند. به‌دلایلی این تبدیل حاصلضرب را «پاریته G » می‌نامیم:

$$G = CR_2, \quad \text{که} \quad R_2 = e^{i\pi I_2} \quad (59-4)$$

همهٔ مزونهایی که حامل شگفتی (یا افسون، زیبایی، حقیقت) نیستند، ویژه حالت G هستند**.

برای یک چندتایه با ایزواسپین I ویژه مقدار از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید (مسئلهٔ ۴-۳۶)

$$G = (-1)^I C \quad (60-4)$$

* بعضی نویسنده‌ها محور شمارهٔ ۱ را به‌کار می‌برند. واضح است که هر محور در صفحهٔ ۲ - ۱ این کار را انجام می‌دهد.

** مثلاً K^+ ویژه حالت G نیست زیرا R_2 آن به K^0 و آن را به \bar{K}^0 تبدیل می‌کند. این ایده را می‌توان با استفاده از تبدیل $SU(3)$ مناسب به‌جای R_2 ، به K تعمیم داد. اما چون $SU(3)$ تقارن خوبی از نیروهای قوی نیست، این کار فایدهٔ چندانی ندارد.

که C عدد همیوگی بار عضو خنثی است. برای یک پیون $-1 = G$ و برای حالتی با n پیون

$$G = (-1)^n \quad (۶۱-۴)$$

این نتیجه خیلی مفید است، زیرا تعیین می‌کند که چند پیون در یک واپاشی خاص گسیل می‌شود. مثلاً مزونهای ρ با $I = 1$ ، $C = -1$ و بنابراین $G = +1$ به دو و نه سه پیون و امی باشد، درحالی که ϕ ، ω و ψ به سه پیون نه دو پیون واپاشیده می‌شوند.

۸-۴ نقض CP

همان‌طور که دیدیم، برهم‌کنشهای ضعیف تحت تبدیل P ناورد نیستند. روشن‌ترین دلیل آن این واقعیت است که پاد موئون گسیل شده در واپاشی پیون

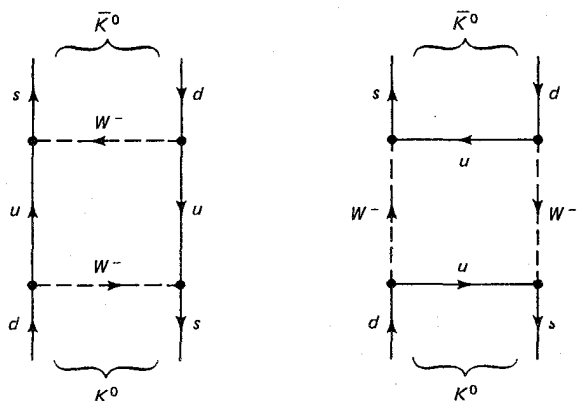
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (۶۲-۴)$$

همیشه چپگرد است. برهم‌کنشهای ضعیف تحت C ناورد نیستند، برای نوع همیوگ بار واکنش $(۶۲-۴)$ با موئون چپگرد داریم:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (۶۳-۴)$$

درحالی که در واقع موئون حاصل همواره راستگرد است. با این حال، اگر دو عملگر را ترکیب کنیم به حالت اول بازمی‌گردیم: CP پاد موئون چپگرد را به موئون راستگرد تبدیل می‌کند که دقیقاً چیزی است که در طبیعت مشاهده می‌کنیم. بسیاری از مردم که از نقض پاریته بهت‌زده شده بودند با این نتیجه تسلی یافتند. شاید این عملکرد مرکب بود که حس شهودی ما تاکنون درباره آن صحبت می‌کرد-شاید منظور ما از «تصویر آینه‌ای» الکترون راستگرد پوزیترون چپگرد باشد.* اگر از ابتدا پاریته را آنچه اکنون CP می‌نامیم، تعریف کرده بودیم از ضربه عاطفی نقض پاریته اجتناب می‌شد (یا به هر صورت به تعویق می‌افتاد). اکنون برای تغییر اصطلاح دیر شده است، اما اینکه جهان «باید» به لحاظ چپ‌دراست متقارن باشد، لااقل حس غریزی ما را تسکین می‌دهد.

* ضمناً، در الکتروپدینامیک کلاسیک می‌توانیم به‌خوبی بار الکترون را شبه‌نرده‌ای در نظر بگیریم. \mathbf{E} شبه‌بردار و \mathbf{B} بردار می‌شود، اما تمام نتایج یکسان هستند. این موضوع واقعاً به سلیقه ما بستگی دارد که تصویر آینه‌ای بار مثبت، مثبت یا منفی در نظر بگیریم.



شکل ۱۲-۴ نمودارهای فاینمن در $K^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0$ سهیم‌اند. (نمودارهای دیگری هم وجود دارند، ازجمله نمودارهایی که در آن c یا t جانشین یک یا هر دو کوارک u شده است.

ناوردایی CP پیامدهای عجیبی برای مزونهای K خنثی دارد، که اولین بار گلمان و پائیس در یک مقالهٔ کلاسیک به آن اشاره کردند [۱۷]. آنها متوجه شدند که K^0 با شگفتی $1 +$ از طریق برهم‌کنش ضعیف مرتبهٔ دوم به پاد ذره‌اش \bar{K}^0 با شگفتی $1 -$

$$K^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0 \quad (۶۴-۴)$$

که در نمودار شکل ۱۲-۴ نشان داده شده است، تبدیل می‌شود. (امکان چنین تبدیل داخلی بین دو ذره، منحصر به دستگاه کائون خنثی است. در بین ذرات پایدار فقط $D^0 \bar{D}^0$ و $B^0 \bar{B}^0$ دارای این ویژگی هستند. نگاه کنید به مسئلهٔ ۴-۳۸.) در نتیجه ذراتی که ما معمولاً در آزمایشگاه مشاهده می‌کنیم K^0 و \bar{K}^0 نیستند، بلکه ترکیب خطی از این دو هستند. به‌ویژه، می‌توان ویژه حالت‌های CP را به‌صورت زیر تشکیل داد. چون K ها شبه‌نرده‌ای هستند

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle, \quad P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (۶۵-۴)$$

از طرف دیگر از معادلهٔ (۵۴-۴) داریم:

$$C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, \quad C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle \quad (۶۶-۴)$$

$$CP|K^*\rangle = -|\bar{K}^*\rangle, \quad CP|\bar{K}^*\rangle = -|K^*\rangle \quad (۶۷-۴)$$

است. و بنابراین ویژه حالت‌های (پهنجار) CP عبارت‌اند از:

$$|K_1\rangle = (1/\sqrt{2})(|K^*\rangle - |\bar{K}^*\rangle) \quad \text{و} \quad |K_2\rangle = (1/\sqrt{2})(|K^*\rangle + |\bar{K}^*\rangle) \quad (۶۸-۴)$$

با

$$CP|K_1\rangle = |K_1\rangle \quad \text{و} \quad CP|K_2\rangle = -|K_2\rangle \quad (۶۹-۴)$$

فرض کنید CP در برهم‌کنش‌های ضعیف پایسته باشد، K_1 فقط می‌تواند به حالت با $CP = +1$ واپاشی کند، درحالی‌که K_2 باید به حالت با $CP = -1$ برود. معمولاً، کائونهای خنثی به دو یا سه پيون می‌واپاشند. ولی قبلاً دیدیم که آرایش دویونی دارای پاریته $+1$ و دستگاه سه‌پیونی دارای $P = -1$ است [معادله (۵۳-۴)]: هر دو $C = +1$ دارند. در نتیجه، K_1 به دو پيون و امی‌پاشد (نه سه‌تا) K_2 به سه پيون واپاشی می‌کند (نه دوتا):

$$K_1 \rightarrow 2\pi, \quad K_2 \rightarrow 3\pi \quad (۷۰-۴)$$

اکنون، واپاشی 2π بسیار سریع‌تر است، زیرا انرژی آزادشده در آن بیشتر است. بنابراین اگر با باریکه‌ای از K^0 ‌ها شروع کنیم:

$$|K^0\rangle = (1/\sqrt{2})(|K_1\rangle + |K_2\rangle) \quad (۷۱-۴)$$

مؤلفه K_1 به سرعت از بین می‌رود، و در فاصله دور از چشم، باریکه خالصی از K_2 ‌ها خواهیم داشت. نزدیک چشم باید تعداد زیادی رویداد 2π ببینیم، ولی در فاصله‌های دورتر فقط انتظار واپاشی 3π را داریم.

خب، چیزهای زیادی را باید در بست بپذیریم. همان‌طور که کرونین در یک گزارش علمی لذتبخش نوشته است [۱۸].

بنابراین آقایان گل‌مان و پائیس پیش‌بینی کردند که علاوه بر مزونهای K با عمر کوتاه، باید مزونهای K با عمر بلند نیز وجود داشته باشد. آنها این کار را با زیبایی، ظرافت، و سادگی انجام دادند. فکر می‌کنم مقاله آنها را هر کس باید گاهی فقط به خاطر زیبایی و استدلال آن بخواند. این مقاله که در سال ۱۹۵۵ در فیزیکال ریویو منتشر شد، بسیار دوست‌داشتنی بود! لرزشی در

سراسر ستون فقرات خود حس می‌کنید، به خصوص وقتی آن را فهمیدید. در آن زمان، بسیاری از نظریه‌پردازان برجسته فکر می‌کردند که این پیش‌بینی واقعاً مزخرف است.

اما مزخرف نبود و در سال ۱۹۵۶ لدرمن و همکارانش در بروکهاون مزون K_2 را کشف کردند [۱۹]. به‌طور تجربی، دو طول عمر عبارت‌اند از:

$$\tau_1 = 0.89 \times 10^{-10} \text{ sec}$$

$$\tau_2 = 5.2 \times 10^{-8} \text{ sec} \quad (۷۲-۴)$$

به‌طوری که K_1 حداکثر چند سانیمتر حرکت می‌کند، درحالی که K_2 چند متر را طی می‌کند. توجه کنید که K_1 و K_2 ، مانند K^+ و \bar{K}^+ نیستند، پاد ذره یکدیگر نیستند، بلکه هر کدام پاد ذره خود هستند ($C = -1$ برای K_1 و $C = +1$ برای K_2). اختلاف جرم آنها بسیار کم است؛ آزمایش نتیجه می‌دهد [۲۰].

$$m_2 - m_1 = 3.5 \times 10^{-6} \text{ eV} \quad (۷۳-۴)$$

دستگاه کاوون خنثی یک تاب ظریف به این پرسش قدیمی که «ذره چیست؟» می‌افزاید. کائونها نوعاً در برهم‌کنشهای قوی در ویژه حالت‌های شگفتی (K^+ و \bar{K}^+) تولید می‌شوند، اما توسط برهم‌کنش ضعیف در ویژه حالت‌های CP (K_1 و K_2) وامی‌باشند. پس کدام ذره «حقیقی» است؟ اگر بپذیریم ذره باید دارای طول عمر منحصر به فرد باشد، K_1 و K_2 ذرات «حقیقی» هستند.* اما لازم نیست تا این اندازه جزم‌اندیش باشیم. در عمل گاهی استفاده از یک مجموعه مناسب‌تر است و گاهی مجموعه دیگر. این وضعیت شباهت بسیاری با نور قطبیده دارد. قطبش خطی را می‌توان برهم‌نهی قطبش دایره‌ای چپگرد و دایره‌ای راستگرد تلقی کرد. محیطی را تصور کنید که ترجیحاً نور با قطبش دایره‌ای راستگرد را جذب کند و یک باریکه نور با قطبش خطی را بر آن بتابانید. با عبور از محیط به‌طور فزاینده‌ای دارای قطبش دایره‌ای چپگرد خواهد شد، درست همان‌طور که باریکه K^+ به باریکه K_2 تبدیل می‌شود. اما تصمیم به تحلیل فرایند برحسب حالت‌های خطی یا قطبش دایره‌ای به سلیقه شما بستگی دارد.

کائونهای خنثی دستگاه تجربی کاملی را برای آزمون ناوردایی CP در اختیار می‌گذارند. با استفاده از باریکه به‌اندازه کافی دراز می‌توان نمونه‌ای که فقط از کائونهای با طول عمر بلند تشکیل شده است تولید کرد. اگر در این نقطه یک واپاشی 2π مشاهده کنیم می‌فهمیم که CP نقض

* اتفاقاً این موضعی بود که گلمان و پائیس مدافع آن بودند.

شده است. چنین آزمایشی را کرونین و فیچ در ۱۹۶۴ گزارش کردند [۲۱]. در آنها انتهای باریکه ۵۷ فوتی، در ۲۲۷۰۰ واپاشی، ۴۵ رویداد دویپونی را یافتند. این کسر کوچکی است (تقریباً یک در ۵۰۰)، اما دلیل غیرقابل تردید نقض CP است. بدیهی است که کائون خنثی با طول عمر بلند یک ویژه حالت کامل CP نیست، بلکه مخلوط کمی از K_1 دارد:

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}(|K_2\rangle + \epsilon|K_1\rangle) \quad (۷۴-۴)$$

ضریب ϵ معیار انحراف طبیعت از ناوردایی کامل CP است. مقدار تجربی آن حدود $۱۰^{-3} \times ۲۳$ است.

نقض CP ، اگرچه اثر بسیار کوچک است، و خارج از دستگاه کائون خنثی هرگز مشاهده شده است، اما مسئله‌ای عمیق‌تر از نقض پاریته را مطرح می‌کند. ناپایستگی پاریته به سرعت به نظریهٔ برهم‌کنشهای ضعیف محلق شد (در واقع، بخشی از نظریهٔ «جدید»-معادلهٔ وایل برای نوترینو-سالها «منتظر بهره‌برداری بود»). بررسی دقیق نقض پاریته راحت‌تر بود زیرا اثر بزرگی بود: همهٔ نوترینوها نه فقط ۱/۵۰٪ آنها چپگرد هستند. از این نظر، پاریته در برهم‌کنشهای ضعیف به صورت ماکسیمال نقض می‌شود. برعکس، نقض CP در هر مقیاس، اثر کوچکی است و تاکنون کسی روش «طبیعی» برای همسازی آن نیافته است.*

آزمایش فیچ-کرونین آخرین امید برای هر شکل تقارن آینه‌ای کامل در طبیعت را نابود کرد. مطالعات بعدی واپاشی نیمه‌لپتونی K_L مدرک بارزتری برای نقض CP را آشکار ساخت. اگرچه ۳۴٪ از همهٔ K_L ها به صورت 3π و امی باشند، اما ۳۹٪ آنها به صورت زیر واپاشی می‌کنند

$$\begin{array}{ll} \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e & \text{(الف)} \\ \pi^- + e^+ + \nu_e & \text{(ب)} \end{array} \quad \text{یا} \quad (۷۵-۴)$$

توجه کنید که CP (الف) را به (ب) می‌برد، بنابراین اگر CP پایسته، و K_L یک ویژه حالت نابود، احتمال (الف) و (ب) برابر می‌شد. اما آزمایشها نشان می‌دهند [۲۲] که K_L اغلب، به نسبت کمتری $۱۰^{-3} \times ۳۳$ به پوزیترون و امی باشد تا به الکترون. اینجا برای اولین بار فرایندی وجود دارد که تفاوت مطلق بین ماده و پادماده قائل می‌شود، تعریف صریح و غیر قراردادی از بار مثبت * عامل فاز مختلط δ در ماتریس کوپاشی-ماسکاو وسیلهٔ مناسبی برای نشان دادن نقض CP در مدل استاندارد است. در واقع، این چیزی بود که باعث شد کوپاشی و ماسکاو نسل سوم کوارکها را حتی قبل از کشف افسون پیشنهاد کنند. در حال حاضر، δ پارامتر ورودی دلخواهی است، که (مانند بقیهٔ اجزا در ماتریس KM) کسی نمی‌داند چگونه آن را محاسبه کند.

فراهم می‌آورد. بار مثبت باری است که لپتون تولید شده در واپاشی مزون K خنثی با طول عمر بلند ترجیحاً حامل آن است. این واقعیت که نقض CP برخورد نامساوی با ذرات و پاد ذرات مجاز می‌داند نشان می‌دهد که شاید این موضوع مسئول استیلای ماده بر پاد ماده در عالم باشد [۲۳].

۹-۴ برگشت زمان و قضیه TCP

فرض کنید فیلمی از بعضی فرایندهای فیزیکی، مثلاً، برخورد کشسان دو توپ بلیارد ساخته‌ایم. اگر فیلم را به عقب برگردانیم آیا فرایند فیزیکی ممکن می‌گردد یا مشاهده می‌کنیم یا ناظر می‌تواند با قطعیت بگوید «نه، این غیرممکن است فیلم باید برعکس شود»؟ در مورد برخوردهای کشسان کلاسیک فرایند «معکوس زمانی» کاملاً ممکن است. شکی نیست که اگر تعداد زیادی توپ بلیارد در تصویر باشند نسخه وارون شده شاید بسیار غیرمحمّل باشد. متعجب خواهیم شد که بینیم توپها خودشان در یک مثلث کامل مجتمع شوند، و یک توپ از آنها که دور شود، و جداً مشکوک خواهیم شد که فیلم برعکس شده است. اما این بدان سبب است که می‌دانیم فراهم آوردن شرایط اولیه لازم، به صورتی که همه توپها با سرعت مورد نظر و جهت‌های درست به طرف هم بروند، فوق‌العاده مشکل است. پس شرایط اولیه می‌تواند سرنخی از «پیکان زمان» به ما بدهد، اما قوانین حاکم بر برخورد خودشان رو به عقب به همان خوبی رو به جلو کار می‌کنند. تا این اواخر ناوردایی برگشت زمان در برهم‌کنش تمام ذرات بنیادی امری مسلم فرض می‌شد. ولی با احتیاط پاریته، طبیعی بود که ناوردایی برگشت زمان نیز مورد تردید قرار گیرد [۲۴].

از قرار معلوم، آزمون ناوردایی برگشت زمان خیلی از P یا C سخت‌تر است. اولاً، درحالی که همه ذرات ویژه حالت‌های P و بسیاری ویژه حالت‌های C ، هستند ولی هیچ‌کدام ویژه حالت T («عملگر برگشت زمان») که فیلم را معکوس می‌کند) نیستند. * بنابراین «پایستگی T » را نمی‌توان به سادگی با ضرب کردن اعداد، مانند مورد P و C آزمود. سراسرترین آزمون این است که واکنش خاصی (مثلاً $n + p \rightarrow d + \gamma$) را در نظر بگیریم) و آن را برعکس کنیم ($d + \gamma \rightarrow n + p$). برای شرایط متناظر تکانه، انرژی، و اسپین، آهنگ واکنش باید در هر دو جهت یکسان باشد. (این «اصل توازن تفصیلی» نامیده می‌شود و پیامد مستقیم ناوردایی برگشت زمان است.) این آزمون‌ها برای برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی موفق‌اند، و فرایندهای مختلف بررسی شده است. نتایج همواره منفی بوده‌اند (هیچ دلیلی برای نقض T وجود ندارد، اما این شگفت‌انگیز نیست. با توجه به تجربه‌مان در مورد P و C ، تنها جایی که انتظار داریم نقض برگشت زمان را بینیم در واکنشهای ضعیف است. متأسفانه، انجام آزمایشهای واکنش معکوس در برهم‌کنشهای ضعیف دشوار است.

* یک ذره می‌تواند با تصویرش در آینه یکسان باشد، و اگر خنثی باشد، پاد ذره خودش است. اما نمی‌تواند شبیه خودش باشد که در زمان به عقب می‌رود. (لااقل، اگر اتفاقی برایش بیفتد، چنین نخواهد بود.)

به عنوان مثال، واپاشی ضعیف $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$ را در نظر بگیرید. واکنش معکوس $p^+ + \pi^- \rightarrow \Lambda$ است، اما هرگز چنین فرایندی را نخواهیم دید، زیرا برهم کنش قوی پروتون و پيون، برهم کنش ضعیف را کاملاً تحت الشعاع قرار می دهد. برای اجتناب از آلودگیهای برهم کنش قوی و الکترومغناطیسی، به فرایند نوترینو متوسل می شویم. اما اندازه گیری دقیق با نوترینوها دشوار است و از قرار معلوم در اینجا در جستجوی اثر خیلی کوچکی هستیم. بنابراین، در آزمونهای حساس ناوردایی T اندازه گیریهای دقیق کمیت‌هایی دخیل است که اگر T تقارن کامل داشته باشد باید دقیقاً صفر شوند. مثال کلاسیک، گشتاور دوقطبی الکتریکی یک ذره بنیادی است. * احتمالاً حساس ترین آزمایشی که تاکنون انجام شده است آزمایش رمزی در مورد حد بالای گشتاور دوقطبی الکتریکی نوترینو است [۲۵]:

$$|d| < e \cdot (6 \times 10^{-25} \text{ cm}) \quad (۷۶-۴)$$

که در آن e بار پروتون است. تا سال ۱۹۸۵ هیچ آزمایشی که نقض T را نشان دهد مشاهده نشده است. با وجود این، دلیل قانع کننده‌ای وجود دارد که نشان می دهد برگشت زمان نمی تواند یک تقارن کامل طبیعت باشد. این دلیل ناشی از قضیه باصطلاح TCP است که یکی از پیامدهای عمیق نظریه میدان کوانتومی است [۲۶]. فقط بر اساس فرضهای عام ناوردایی لورنتس، مکانیک کوانتومی و این فکر که میدانها حامل برهم کنشها هستند — قضیه TCP بیان می کند که عمل ترکیب عملیات برگشت زمان، همیوگی بار، و پاریته (با هر ترتیبی) یک تقارن دقیق در هر برهم کنش است. نمی توان یک نظریه میدان کوانتومی ساخت که در آن حاصلضرب TCP نقض شود. اگر، چنانچه آزمایش فیچ-کرونین نشان داد، CP نقض شود، باید نقض جبران کننده‌ای در T وجود داشته باشد. البته، قضیه TCP ممکن است مانند هر ادعای عدم امکان دیگر فقط معیاری از نداشتن قدرت تخیل در ما باشد، بنابراین، باید در آزمایشگاه آزموده شود، به همین دلیل است که یافتن دلیل مستقلی بر نقض T بسیار اهمیت دارد. اما قضیه TCP معانی ضمنی دیگر نیز دارد که موضوع تحقیقات تجربی است. اگر این قضیه درست باشد. هر ذره باید درست همان جرم و طول عمر پاد ذره اش را داشته باشد. * اندازه گیری روی تعدادی از جفت ذره-پاد ذره انجام شده است؛ حساس ترین آزمون تاکنون اختلاف جرم $K^+ - K^-$ بوده است که به صورت کسری از جرم

* برای ذره بنیادی گشتاور دوقطبی d در امتداد محور اسپین s ، قرار دارد. جهت دیگری وجود ندارد. اما d یک بردار است، درحالی که s شبه بردار است، بنابراین، گشتاور دوقطبی غیر صفر مستلزم نقض پاریته است. همین طور s بر اثر برگشت زمان تغییر علامت می دهد اما d چنین نیست. بنابراین، d غیر صفر نیز (به صورت جالب تر) به معنی نقض T است. برای جزئیات بیشتر نگاه کنید به مرجع (۲۵).

** این موضوع از ناوردایی C نیز نتیجه می شود. به هر حال، چون می دانیم که پاریته نقض می شود، برابری جرمها و طول عمرها (همچنین گشتاورهای مغناطیسی، اگرچه علامتهای آنها مخالف هم است) که از فرض خیلی ضعیف تر تقارن TCP نتیجه می شود، اهمیت دارد.

K^0 به مقدار کمتر از $10^{-11} \times 6$ شناخته شده است. بنابراین قضیه TCP جایگاه نظری جایگاه بسیار محکمی دارد، و به لحاظ تجربی نیز نسبتاً ایمن است. در واقع، همان طور که یک نظریه پرداز برجسته مطرح کرده است، اگر انحرافی یافت شود، «جهنمی به وجود می آید».

مراجع و یادداشتها

۱. به عنوان مثال کتاب، نگاه کنید به

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984) section 14.2.

برای بحث کامل تر (و تا اندازه ای جدیدتر) کتاب

E. L. Hill, *Rev. Mod. Phys.* **23**, 253 (1951).

را ببینید.

۲. اگر با این موضوع آشنا نیستید باید به کتاب زیر نگاه کنید

D. Halliday and R. Resnick, *Physics*, 3d Ed. Part I, (New York: Wiley, 1977), p. 221.

۳. به عنوان مثال، نگاه کنید به کتاب

E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1970), Chapter 16, section 6 and 7.

۴. به مرجع ۳ فصل ۱۲ و بخش ۵ و ۶ نیز نگاه کنید.

5. W. Heisenberg. *Z. Phys.* **77**, 1 (1932).

ترجمه انگلیسی این مقاله کلاسیک در کتاب زیر آمده است

D. M. Brink, *Nuclear forces* (Elmsford, NY: Pergamon, 1965).

6. V. B. Fliagin et al., *Sov. Phys. JETP* **35** (8), 592 (1959).

7. H. L. Anderson, E. Fermi, E. A. Long, and D. E. Nagle, *Phys. Rev.* **85**, 936 (1952).

8. A. De Rujula, M. Georgi, and S. L. Glashow, *Phys. Rev.* **D12**, 147 (1975); S. Weinberg, *Trans. N. Y. Acad. Sci., Series II*, **38**, 185 (1977);

S. Gasiorowicz and J. L. Rosner, *Am. J. Phys.* **49**, 962 (1981); J. Gasser and H. Leutwyler, *Phys. Rep.* **87**, 78 (1982).

۹. «مدل کیسه MIT» سازوکاری را مطرح می‌کند که به لحاظ کیفی پذیرفتنی است. کوارکهای آزاد به جرم m که در پوسته‌ای کروی به شعاع R محبوس‌اند دارای جرم مؤثر $m_{\text{eff}} = \sqrt{m^2 + (\hbar x/Rc)^2}$ هستند که x عدد بدون بعد حدود ۲٫۵ است. با استفاده از شعاع پروتون (1.5×10^{-13}) برای $m_{\text{eff}} = 330 \text{ MeV}/c^2$, R ، نگاه کنید به کتاب زیر

F. E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons* (London: Academic, 1979), Section 18.1.

10. T. D. Lee and C. N. Yang, *Phys. Rev.* **104**, 254 (1956).

11. C. S. Wu et al., *Phys. Rev.* **105**, 1413 (1957).

برای روشنی مطلب مشکلات موجود در آزمایش را نادیده می‌گیریم. برای همسو نگه داشتن هسته‌های کبالت، باید نمونه 10° دقیقه در دمای کمتر از 1°K قرار داده شود. تعجب‌آور نیست که آزمایشهای قبلی در پاریته ناموفق بوده‌اند.

۱۲. برای مثال نگاه کنید به کتاب

Pauli's letter to Weisskopf in W. Pauli, *Collected Scientific Papers*, Vol. I, R. Kronig and V. F. Weisskopf, eds. (New York: Wiley-Interscience, 1964), p. xii; *Scientific American* (March 1957), p. 154; P. Morrison, *Scientific American* (April 1957).

13. G. Backenstoss et al., *Phys. Rev. Lett.* **6**, 415 (1961); M. Bardon et al., *Phys. Rev. Lett.* **7**, 23 (1961).

۱۴. این امر از بخش زاویه‌ای تابع موج فضایی $Y_l^m(\theta, \phi)$ به دست می‌آید. برای مثال نگاه کنید به مرجع ۳ صفحه ۱۸۶ (یا انتهای مسئله ۵-۳).

15. D. H. Perkins, *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1982), p. 99.

16. C. Baltary et al., *Phys. Rev. Lett.* **15**, 591 (1965).

۱۷. این مقاله قبل از سرنگونی پاریته نوشته شده است

M. Gell-Mann and A. Pais, *Phys. Rev.* **97**, 1387 (1955).

اما اگر CP را به جای C بگذاریم ایده اصلی تغییر نمی‌کند. البته نویسندگان نمودار کوارکی مانند شکل ۴-۱۲ را رسم نکردند، بلکه اساس بحث خود را بر معادله (۴-۶۴) گذاشتند و این واقعیت که K^0 و \bar{K}^0 به $\pi^+ + \pi^-$ و $\pi^- + \pi^+$ و $\bar{K}^0 \leftrightarrow \pi^+ + \pi^-$ و $K^0 \leftrightarrow \pi^- + \pi^+$ بنا بر این،

18. J. W. Cronin and M. S. Greenwood, *Phys. Today* (July 1982), p. 38.

کرونین یک قرارداد نامتعارف را استفاده کرده است. در معادله (۴-۶۶) ما $a - 1$ گذاشته است، اما فیزیک آن یکسان است.

19. K. Lande et al., *Phys. Rev.* **103**, 1901 (1956).

۲۰. آشکارسازی این اختلاف جرم اندک خود داستانی جذاب است. برای مثال نگاه کنید به مرجع ۱۵، بخش ۱۶-۱۳.

21. J. H. Christenson et al., *Phys. Rev. Lett.* **13**, 138 (1964).

22. S. Gjesdal et al., *Phys. Lett.* **52B**, 113 (1974); S. Bennett et al., *Phys. Rev. Lett.* **19**, m 993 (1967); D. Dorfman et al., *Phys. Rev. Lett.* **19**, 987 (1967).

23. F. Wilczek, *Scientific American* (December 1980).

۲۴. O. E. Overseth, *Scientific* از عبارت‌اند از *American* (October 1969) و *R. G. Sachs, Science*, **176**, 587 (1972) هستند.

25. N. F. Ramsey, *Rep. Prog. Phys.* **45**, 95 (1982).

۲۶. قضیه TCP را جی. شوئینگر و ج. لودرز کشف کردند و پاتولی آن را در نیلز بورو گسترش فیزیک کامل کرد. (New York: McGraw-Hill, 1955). ابتدا هیچ‌کس توجه چندانی به قضیه TCP نکرد، زیرا در آن زمان همه فکر می‌کردند که C ، T و P تک‌تک تقارنهای کامل هستند. فقط با سقوط پارته و مخصوصاً نقض CP بود که اهمیت این قضیه کاملاً درک شد.

مسائل

۴-۱ ثابت کنید که I ، R_+ ، R_- ، R_a ، R_b و R_c همه تقارنهای مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. [راهنمایی: یک روش انجام این کار علامتگذاری سه‌گوشه مانند شکل ۴-۲ است. یک عملگر تقارن معین A را به مکانی می‌برد که قبلاً A ، B یا C اشغال‌کردن بودند. اگر $A \rightarrow A$ باشد یا $B \rightarrow B$ و $C \rightarrow C$ یا $B \rightarrow C$ و $C \rightarrow B$]

۴-۲ یک «جدول ضرب» برای گروه مثلث بسازید. جاهای خالی را در نمودار زیر پر کنید.

	I	R_+	R_-	R_a	R_b	R_c
I						
R_+						
R_-						
R_a						
R_b						
R_c						

[در سطر i ، ستون j حاصل ضرب $R_i R_j$ را قرار دهید.] آیا این یک گروه آبلی است؟ با نگاه کردن به جدول ضرب چگونه می‌توانید بگویید؟

۳-۴ گروه مثلث، مانند هر گروه دیگر، یک نمایش بدیهی یک‌بعدی دارد. همچنین یک نمایش غیر بدیهی یک‌بعدی هم دارد، که همه اجزای آن با ۱ نشان داده نمی‌شوند. این نمایش یک‌بعدی اخیر را به دست آورید. یعنی، ببینید هر جزء گروه با چه عددی (ماتریس 1×1) نمایش داده می‌شود؟ آیا این نمایش صادق است؟

۴-۴ تقارن گروه مربع را به دست آورید. این گروه چند جزء دارد؟ جدول ضرب آن را بسازید و تعیین کنید که گروه آبلی هست یا نه؟

۵-۴ (الف) نشان دهید مجموعه همه ماتریسهای یکانی $n \times n$ یک گروه را تشکیل می‌دهند. (برای اثبات این بستگی مثلاً باید نشان دهید که حاصل ضرب دو ماتریس یکانی خودش یکانی است.)
(ب) نشان دهید که مجموعه همه ماتریسهای یکانی $n \times n$ با درمیانان ۱ گروهی را تشکیل می‌دهند.

(ج) نشان دهید $O(n)$ یک گروه است.

(د) نشان دهید $SO(n)$ یک گروه است.

۶-۴ بردار دوبعدی A را در نظر بگیرید. فرض کنید که مؤلفه‌های آن نسبت محورها دکارتی x, y ، (a_x, a_y) هستند. مؤلفه‌های آن (a'_x, a'_y) نسبت به دستگاه x', y' که به اندازه زاویه θ نسبت به x و y پاد ساعتگرد چرخیده است چیست؟ پاسخ خود را به شکل ماتریس 2×2 ، $R(\theta)$ بیان کنید:

$$\begin{pmatrix} a'_x \\ a'_y \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

نشان دهید R یک ماتریس متعامد است. درمیانان آن چیست؟ مجموعه همه این دورانها تشکیل یک گروه می‌دهند. نام این گروه چیست؟ با ضرب ماتریسها نشان دهید که

$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2)$ است. آیا این گروه آبلی است؟

۷-۴ ماتریس $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ را در نظر بگیرید. آیا در گروه $O(2)$ است؟ در $SO(2)$ چه؟ اثر آن

روی بردار A مسئله ۶-۴ چیست؟ آیا این یک دوران ممکن در صفحه را توصیف می‌کند؟
 ۸-۴ فرض کنید الکترون را یک کره جامد کلاسیک به شعاع r و جرم m در نظر بگیریم، که با تکانه زاویه‌ای $\frac{1}{2}\hbar$ می‌چرخد. سرعت نقطه‌ای روی «استوای» آن چقدر است؟ به‌طور تجربی می‌دانیم r کوچک‌تر از 10^{-16} سانتیمتر است. سرعت استوایی متناظر آن چقدر است؟ چه نتیجه‌ای از این می‌گیرید؟
 ۹-۴ وقتی تکانه زاویه‌ای را با استفاده از معادله (۴-۱۲) جمع می‌کنید، خوب است که با شمارش تعداد حالت قبل و بعد از جمع، نتایج خود را امتحان کنید. برای نمونه، در مثال ۴-۱ برای شروع دو کوارک داشتیم که هر کدام می‌توانستند دارای $\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ m_s باشند، به‌طوری که روی هم‌رفته چهار حالت ممکن وجود داشت. پس از جمع اسپین‌ها، یک ترکیب با اسپین ۱ (بنابراین $m_s = 1, 0$ یا -1) و یکی با اسپین صفر ($m_s = 0$) داشتیم — دوباره چهار حالت ممکن.
 (الف) با استفاده از مثال ۴-۲ را امتحان کنید:

(ب) تکانه زاویه‌ای ۲ و ۱ را جمع کنید: مقادیر ممکن تکانه زاویه‌ای کل را فهرست‌بندی کنید و با شمارش حالتها جواب خود را امتحان کنید.

۱۰-۴ نشان دهید واکنش واپاشی بتازای «اولیه» $n \rightarrow p + e$ پایستگی تکانه زاویه‌ای را نقض می‌کرد (هر سه ذره دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند). اگر شما به‌جای پائولی بودید پیشنهاد می‌کردید که واکنش واقعی $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ است، چه اسپینی را برای نوترینو در نظر می‌گرفتید؟

۱۱-۴ در واپاشی $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$ مقادیر ممکن عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری l در حالت نهایی چیست؟

۱۲-۴ یک الکترون در اتم هیدروژن در حالتی با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری $l = 1$ قرار دارد. اگر عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل J برابر $\frac{3}{2}$ و مؤلفه z تکانه زاویه‌ای کل $\frac{1}{2}\hbar$ باشد احتمال یافتن الکترون در $\frac{1}{2}$ یا $+\frac{1}{2}$ m_s چیست؟

۱۳-۴ فرض کنید دو ذره با اسپین ۲ دارید که هر یک در حالت با $S_z = 0$ قرار دارند. اگر تکانه زاویه‌ای کل این دستگاه را اندازه بگیرید و بدانید که تکانه زاویه‌ای مداری صفر است چه مقادیر ممکن به‌دست می‌آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟ امتحان کنید که جمع آنها ۱ می‌شود.

۱۴-۴ فرض کنید که ذره‌ای با اسپین $\frac{3}{2}$ و دیگری با اسپین ۲ دارید. اگر بدانید که تکانه زاویه‌ای مداری آنها صفر است و اسپین کل سیستم مرکب $\frac{5}{2}$ و مؤلفه z آن $-\frac{1}{2}$ است، در اندازه‌گیری S_z ذره‌ای با اسپین ۲ چه مقادیری به‌دست می‌آورید؟ احتمال هر کدام چقدر است؟ امتحان کنید که جمع اینها ۱ می‌شود.

۱۵-۴ امتحان کنید که χ_{\pm} معادله (۲۲-۴) ویژه بردارهای بهنجار \hat{S}_x هستند [معادله (۲۱-۴)] و ویژه مقادارهای مربوطه را بیابید.

۱۶-۴ نشان دهید که $|a|^2 + |b|^2 = 1$ [معادله (۲۴-۴)]. ثابت کنید اسپینور مورد بحث بهنجار است [معادله (۲۰-۴)].

۱۷-۴ (الف) ویژه مقادارها و ویژه اسپینورهای بهنجار \hat{S}_y را به دست آورید [معادله (۲۱-۴)].

(ب) اگر S_y را برای الکترونی در حالت $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ اندازه گیری کنید، چقدر مقادیری به دست می آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟

۱۸-۴ الکترونی را در حالت $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$ در نظر بگیرید.

(الف) اگر S_x را اندازه بگیرید، چه مقادیری به دست می آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟

(ب) اگر S_y را اندازه بگیرید، چه مقادیری به دست می آورید و احتمال هر یک چیست؟

(ج) اگر S_z را اندازه بگیرید، چه مقادیری به دست می آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟

۱۹-۴ (الف) نشان دهید که $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1$ است. (در واقع، «۱» در اینجا به معنی ماتریس یک 2×2 است؛ اگر نوع ماتریس مشخص نشود، آن را یک در نظر می گیریم.)

(ب) نشان دهید که $\sigma_z \sigma_x = i \sigma_y$, $\sigma_y \sigma_z = i \sigma_x$, $\sigma_x \sigma_y = i \sigma_z$ است.

این نتایج در فرمول زیر خلاصه شده اند.

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \epsilon_{ijk} \sigma_k$$

(جمع روی k اعمال می شود) که δ_{ij} دلتای کرونکر است:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } i=j \\ 0, & \text{بقیه جاها} \end{cases}$$

و ϵ_{ijk} نماد لوی چی ویتا است:

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } ijk = ۱۲۳, ۲۳۱ \text{ یا } ۳۱۲ \\ -1, & \text{اگر } ijk = ۱۳۲, ۲۱۳ \text{ یا } ۳۲۱ \\ 0, & \text{بقیه جاها} \end{cases}$$

۲۰-۴ با استفاده از نتایج مسئله ۱۹-۴ نشان دهید که

(الف) جابه‌جاگر $[A, B] \equiv AB - BA$ ، دو ماتریس پائولی برابر است با $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$.

(ب) پاد جابه‌جاگر $\{A, B\} \equiv AB + BA$ ، برابر است با $\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}$.

(ج) برای هر دو بردار \mathbf{a} و \mathbf{b} داریم: $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$.

۲۱-۴ (الف) نشان دهید که $e^{i\pi\sigma_z/2} = i\sigma_z$ است.

(ب) ماتریس U نشانگر دوران 180° حول محور y را پیدا کنید، و نشان دهید همان‌طور که انتظار داریم، این ماتریس «اسپین بالا» را به «اسپین پایین» تبدیل می‌کند.
(ج) به‌طور کلی نشان دهید که

$$U(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} - i(\hat{\theta} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \sin \frac{\theta}{2}$$

که $U(\theta)$ از معادله (۲۸-۴) به‌دست می‌آید، θ اندازه θ و $\hat{\theta} = \theta/\theta$ است.

[راهنمایی: از قسمت (ج) مسئله (۲۰-۴) استفاده کنید.]

۲۲-۴ (الف) نشان دهید U در معادله (۲۸-۴) یکانی است.

(ب) نشان دهید $\det U = 1$ است.

[راهنمایی: می‌توانید این کار را مستقیماً انجام دهید (پانوشته اول صفحه ۱۴۱ را ببینید) یا از نتایج مسئله ۲۱-۴ استفاده کنید.]

۲۳-۴ بسط مطالب بخش ۴-۴ به اسپینهای بالاتر نسبتاً سراسر است. برای اسپین ۱ سه حالت داریم $(m_s = +1, 0, -1)$ که با بردارهای ستونی نشان می‌دهیم:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

مسئله فقط تدوین ماتریس 3×3 ، \hat{S}_x ، \hat{S}_y و \hat{S}_z است. کار بعدی ساده است:

(الف) \hat{S}_z را برای اسپین ۱ بنویسید.

برای به‌دست آوردن \hat{S}_x و \hat{S}_y ساده‌تر است کار را با عملگرهای «بالا برنده» و «پایین برنده»، $S_{\pm} \equiv S_x \pm iS_y$ ، که ویژگی زیر را دارند، آغاز کنید:

$$S_{\pm}|sm\rangle = \hbar\sqrt{s(s+1) - m(m \pm 1)}|s(m \pm 1)\rangle$$

(ب) ماتریسهای \hat{S}_+ و \hat{S}_- را برای اسپین ۱ تشکیل دهید.

(ج) با استفاده از (ب) ماتریسهای \hat{S}_x و \hat{S}_y را برای اسپین ۱ تعیین کنید.

(د) همینها را برای اسپین $\frac{3}{2}$ به دست آورید.

۲۴-۴ ایزواسپین $|II_2\rangle$ متناسب به هر یک از ذرات زیر را تعیین کنید (به نمودار راه هشت‌گانه فصل ۱ مراجعه کنید): $\Omega^-, \Sigma^+, \Xi^0, \rho^+, \eta$ و \bar{K}^0 .

۲۵-۴ (الف) تحقیق کنید که فرمول گلمان-نیشی جیما برای کوارکهای u, d و s به کار می‌رود.

(ب) ایزواسپین مناسب، $|II_2\rangle$ ، برای پاد کوارکهای \bar{u}, \bar{d} و \bar{s} چیست؟ بررسی کنید که مقادیر شما با فرمول گلمان-نیشی جیما سازگار است.

[چون Q, I_2, A و S همه وقتی کوارکها را با هم ترکیب می‌کنید جمع می‌شوند، نتیجه می‌گیریم که فرمول گلمان-نیشی جیما برای همه هادرونها مشکل از $u, d, s, \bar{u}, \bar{d}$ و \bar{s} صادق است.]

۲۶-۴ (الف) فرمول گلمان-نیشی جیما، معادله (۴-۳۷)، در اوایل دهه پنجاه پیشنهاد شد که خیلی قبل از کشف افسون، زیبایی یا حقیقت بود. با استفاده از جدول خواص کوارکها (صفحه ۵۶) و ایزواسپین آنها، معادله (۴-۳۸)، فرمول کلی که Q را برحسب A, I_2, S, C, B و T بیان می‌کند، نتیجه بگیرید.

(ب) چون u و d تنها کوارکهای با ایزواسپین غیرصفر هستند باید بتوان I_2 را برحسب U (بالایی) و D (پایینی) بیان کرد. فرمول آن چیست؟ همین‌طور، A را برحسب عددهای طعم U, D, S, C, B و T بیان کنید.

(ج) با استفاده از اینها، فرمولی برای Q برحسب عددهای طعم به دست آورید. (یعنی، A و I_2 را از فرمول قسمت (الف) حذف کنید). این روایت اخیر، واضح‌ترین بیان فرمول گلمان-نیشی جیما را در مدل سه نسل کوارک نشان می‌دهد.

۲۷-۴ برای دو ذره با ایزواسپین $\frac{1}{2}$ نشان دهید که $\mathbf{I}^{(1)} \cdot \mathbf{I}^{(2)} = \frac{1}{4}$ در حالت سه‌تایه و $-\frac{3}{4}$ در حالت تک‌تایه است. [راهنمایی: دوطرف $\mathbf{I}_{\text{tot}} = \mathbf{I}^{(1)} + \mathbf{I}^{(2)}$ را به توان دو برسانید].

۲۸-۴ (الف) با مراجعه به معادله‌های (۴-۴۷) و (۴-۴۸) تمام دامنه‌های پراکندگی πN ، \mathcal{M}_a تا \mathcal{M}_z را برحسب \mathcal{M}_1 و \mathcal{M}_2 به دست آورید.

(ب) معادله (۴-۴۹) را تعمیم دهید تا 10° سطح مقطع موجود را دربر بگیرد.

(ج) به همین روش معادله (۴-۵۰) را تعمیم دهید.

۲۹-۴ نسبت سطح مقطعهای واکنشهای زیر را وقتی انرژی کل در CM 1232 MeV است، به دست آورید: (الف) $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^+$ (ب) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$ (ج) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$

۳۰-۴ ایزواسپین کل ممکن در واکنشهای زیر چقدر است: (الف) $K^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^+$ (ب) $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$ نسبت دو سطح مقطع را با این فرض که یک کانال ایزواسپین یا

کاتال دیگر برتری دارد، به دست آورید.

۳۱-۴ در نمودار شکل ۴-۶ «تشدیدهایی» را در ۱۵۲۵، ۱۶۸۸، ۱۹۲۰ و ۲۱۹۰ (علاوه بر تشدید در ۱۲۳۲) مشاهده می‌کنیم. با مقایسه دو منحنی، ایزواسپین هر تشدید را تعیین کنید. نام N (که جرم پس از آن می‌آید) مربوط به حالت با $I = \frac{1}{2}$ و $I = \frac{3}{2}$ برای هر حالت با $I = \frac{3}{2}$ به کار می‌رود. بنابراین نوکلئون $N(939)$ است و Δ ی «اولیه» $\Delta(1232)$ است. تشدیدهای دیگر را نامگذاری کنید و پاسخهای خود را با نگاه به کتابچه داده‌های مربوط به ذرات تأیید کنید.

۳۲-۴ Σ^{*0} می‌تواند به صورتهای $\Sigma^{*+} + \pi^{-}$ ، $\Sigma^{*0} + \pi^{0}$ یا $\Sigma^{-} + \pi^{+}$ واپاشد (همچنین $\Lambda + \pi^{0}$ ، اما در اینجا به آن علاقه‌مند نیستیم). فرض کنید 100° فروپاشی از این نوع را مشاهده می‌کنید. انتظار دارید از هر نوع چند تا ببینید؟

۳۳-۴ ذره α حالت مقید دو پروتون و دو نوترون است، که هسته ${}^4\text{He}$ است. ایزوتوپ هیدروژن با جرم اتمی چهار (${}^4\text{H}$) یا لیتیم (${}^7\text{Li}$) وجود ندارد. چه نتیجه‌ای در مورد ایزواسپین ذره α می‌گیرید؟

(ب) چرا واکنش $d + d \rightarrow \alpha + \pi^{0}$ هرگز مشاهده نشده است؟ بگویید چرا.

(ج) آیا انتظار دارید ${}^9\text{Be}$ موجود باشد؟ دربارهٔ حالت مقید چهار نوترون چه می‌گویید؟

۳۴-۴ (الف) با استفاده از معادلهٔ (۴-۵۲) ثابت کنید ویژه مقادیر P برابر ± 1 هستند.

(ب) نشان دهید هر تابع $f(x, y, z)$ را می‌توان به صورت جمع ویژه تابع $f_{+}(x, y, z)$ با ویژه مقدار $+1$ و ویژه تابع $f_{-}(x, y, z)$ با ویژه مقدار -1 ، بیان کرد. توابع f_{+} و f_{-} را بر حسب f تشکیل دهید.

۳۵-۴ (الف) آیا نوترینو ویژه حالت P است؟ اگر چنین است پاریتهٔ ذاتی آن چیست؟

(ب) اکنون می‌دانیم که τ^{+} و θ^{+} هر دو واقعاً K^{+} هستند. کدام یک در معادلهٔ (۴-۵۳) واقعاً بایستگی پاریته را نقض می‌کند؟

۳۶-۴ (الف) با استفاده از اطلاعات جدول ۴-۶، پاریتهٔ G مزونهای زیر را تعیین کنید: $\pi(140)$ ، $\rho(770)$ ، $\omega(783)$ ، $\eta(549)$ ، $\eta'(958)$ ، $\phi(1020)$ ، $f(1270)$.

(ب) نشان دهید $R_2|I^0\rangle = (-1)^I|I^0\rangle$ و از این نتیجه برای اثبات معادلهٔ (۴-۶۰) استفاده کنید.

۳۷-۴ واپاشیهای غالب مزون η عبارت‌اند از:

$$\eta \rightarrow 2\gamma(39\%), \quad \eta \rightarrow 3\pi(56\%), \quad \eta \rightarrow \pi\pi\gamma(5\%)$$

و به عنوان ذرهٔ «پایدار» طبقه‌بندی شده است. بنابراین واضح است که هیچ‌یک از اینها برهم‌کنش

قوی ناب نیستند. در نگاه اول این موضوع عجیب به نظر می‌رسد زیرا در η $549 \text{ MeV}/c^2$ جرم کافی برای واپاشی قوی به 2π یا 3π دارد.

(الف) بگویید چرا مد واپاشی 2π برای برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و قوی هر دو ممنوع است.

(ب) بگویید چرا مد واپاشی 3π در برهم‌کنش قوی ممنوع اما در واپاشی الکترومغناطیسی مجاز است.

۳۸-۴ برای اینکه دو ذره بتوانند به هم تبدیل شوند، $A \rightleftharpoons B$ ، باید جرم یکسان داشته باشند (که در عمل یکی باید پاد ذره دیگری باشد)، باریکسان، اعداد باریونی و لپتونی یکسان داشته باشند. در مدل استاندارد با سه نسل معمولی نشان دهید که A و B باید مزونهای خنثی باشند و کوارکهای موجود در آنها یکی باشد. کدامیک از این ذرات تاکنون پیدا شده است؟ چرا نوترون و پاد نوترون مانند K^0 و \bar{K}^0 که با هم مخلوط و K_1 و K_2 را به وجود می‌آورند، با هم مخلوط نمی‌شوند؟ چرا مخلوط مزونهای برداری شگفت خنثای K^{*0} و \bar{K}^{*0} را مشاهده نمی‌کنیم؟

۳۹-۴ فرض کنید می‌خواهید به کسی در یک کهکشان دوردست اطلاع دهید که قلب انسانها در سمت چپ است. چگونه می‌توانید بدون ارسال یک جسم «کمکی» واقعی (مثل یک چوب‌پنبه‌کش، باریکه نور یا قطبش دایره‌ای یا یک نوترینو) ارتباطی بدون ابهام به وجود آورید. می‌دانید که کهکشان آنها ممکن است از پاد ماده ساخته شده باشد. شما نمی‌توانید منتظر پاسخ بمانید، اما مجازید از انگلیسی استفاده کنید.

حالت‌های مقید

بیشتر این فصل به نظریه غیرنسبیتی حالت‌های مقید دو ذره‌ای اختصاص دارد، با تأکید بر هیدروژن (e^-p^+) ، پوزیترونیم (e^-e^+) ، چارمونیم $(c\bar{c})$ و باتمونیم $(b\bar{b})$ است. از این مطالب در فصل‌های بعد استفاده نمی‌شود، بنابراین می‌توان نگاهی اجمالی به آن کرد و بعداً به آن پرداخت، یا آن را کاملاً حذف کرد. به دو ابزار از مکانیک کوانتومی مقدماتی یعنی معادله شرودینگر و نظریه اختلال نیازمندیم. خواننده‌ای که با این مطالب آشنا نیست باید به یک کتاب کوانتومی مقدماتی و بخش‌های مختص به این مطالب رجوع کند (اگرچه نکته‌های اساسی در اینجا مرور می‌شود). دو بخش نهایی [(۸-۵) (۹-۵)] به دستگاه کوارک‌های سبک نسبیتی یعنی مزونها و باریون‌های شناخته شده مربوط می‌شود که درباره آنها با اطمینان کمتری می‌توان صحبت کرد. بیشتر درباره اسپین، طعم، رنگ توابع موج صحبت می‌کنیم و مدلی برای برآورد جرم‌ها و گشتاورهای مغناطیسی به وجود می‌آوریم. این مواد شامل معادله شرودینگر یا نظریه اختلال نیست. بخش‌های (۱-۵) تا (۷-۵) را می‌توان مستقلاً مطالعه کرد. از این مطالب به طور مختصر در بخش پایانی فصل ۹ استفاده خواهد شد.

۱-۵ معادله شرودینگر برای یک پتانسیل مرکزی

تا این اواخر، نظریه حالت‌های مقید تقریباً نقش اندکی در فیزیک ذرات بنیادی داشت. البته اتم

هیدروژن (پروتون به علاوه الکترون) وجود داشت — اما این (ساده‌ترین آنها) در قلمرو فیزیک اتمی بود و دوترون (پروتون به علاوه نوترون) یعنی (ساده‌ترین هسته با اهمیت) بیشتر متعلق به فیزیک هسته‌ای بود. اگرچه، مدل کوآرک همه چیز را تغییر داد. ناگهان خود هادرونها خودشان حالت‌های مقید بودند — همه مزونها دستگاه دوکوآرکی و همه باریونها دستگاه سه‌کوآرکی بودند. با این کشف نظریه حالت‌های مقید یک جزء مهم فیزیک ذرات بنیادی شد.

تحلیل اجزای تشکیل دهنده حالت‌های مقید که با سرعت کمتر از c حرکت می‌کنند ساده‌ترین کار است. زیرا می‌توان از مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی استفاده کرد. مورد اتم هیدروژن و هادرونها مشکل از کوآرک‌های سنگین (b, c, t) چنین است. برخورد با حالت‌های شناخته شده تر کوآرک‌های سبک (که از d, s, u ساخته شده‌اند) مشکل‌تر است، زیرا آنها ذاتاً نسبیتی هستند و نظریه میدان نسبیتی (که فعلاً به کار می‌رود) برای مسائل حالت مقید مناسب نیست. (بیشتر روش‌های موجود با این فرض شروع می‌شود که ذرات در ابتدا آزادند، و پس از برهم‌کنش کوتاهی (نوعاً یک برخورد) باز هم آزاد هستند. درحالی که در حالت مقید، به واسطه سرشت آن، ذرات در یک دوره طولانی به‌طور پیوسته برهم‌کنش دارند.) بنابراین، در حال حاضر یک نظریه بسیار غنی «چارمونیم» ($c\bar{c}$ ، دستگاه مزون ψ) و «باتمونیم» ($b\bar{b}$)، دستگاه Υ وجود دارد، ولی در مقایسه با آن چیز زیادی نمی‌توان در مورد حالت‌های برانگیخته $u\bar{u}$ یا $d\bar{d}$ گفت. چگونه می‌توان گفت که یک حالت مقید معین، نسبیتی است یا نه؟ ساده‌ترین معیار به صورت زیر است: اگر انرژی بستگی در مقایسه با انرژی‌های سکون اجزای تشکیل دهنده کوچک باشد، دستگاه غیرنسبیتی است.* مثلاً انرژی بستگی هیدروژن 13.6eV ، در حالی که انرژی سکون الکترون 511000eV است به وضوح دستگاه غیرنسبیتی است. از طرف دیگر، انرژی‌های بستگی کوآرک-کوآرک از مرتبه چندصد MeV است که در حدود انرژی سکون کوآرک‌های d, s, u ، اما بسیار کمتر از b, c, t است (جدول ۴-۴). بنابراین هادرونها مشکل از کوآرک‌های سبک نسبیتی‌اند اما دستگاه‌های کوآرک سنگین چنین نیستند.

در بیشتر این فصل به حالت‌های مقید دودره‌ای غیرنسبیتی می‌پردازیم. برای تعیین چارچوب این بحث باید ابتدا بعضی مبانی مکانیک کوانتومی را مرور کنیم [۱]. مبانی اصلی نظریه کوانتومی غیرنسبیتی معادله شرودینگر است. می‌نمی‌توانم وانمود کنم که معادله شرودینگر را به دست می‌آورم — همان‌طور که کسی نمی‌تواند قوانین حرکت نیوتون را به دست آورد — گذشته از همه چیز، این اصل * به‌طور کلی، انرژی کل دستگاه مرکب جمع سه جمله زیر است: ۱. انرژی سکون اجزای آن، ۲. انرژی جنبشی اجزای آن، ۳. انرژی پتانسیل ترکیب آنها. دوتای آخری نوعاً با اندازه قابل مقایسه هستند (روابط دقیق از قضیه ویرال به دست می‌آید که می‌توان آن را در هر کتاب درسی مکانیک یا کوانتومی یافت). اگر انرژی بستگی خیلی کمتر از انرژی‌های سکون اجزا و انرژی جنبشی آنها باشد دستگاه غیرنسبیتی است. از طرف دیگر، اگر جرم ساختار مرکب تفاوت زیادی با مجموع جرم‌های سکون اجزای قابل توجهی داشته باشد، انرژی جنبشی بزرگ و دستگاه نسبیتی است.

موضوع نظریه است. اما شاید به صورت زیر معقول جلوه کند. در مکانیک کلاسیک مجموع انرژی جنبشی ($\frac{1}{2}mv^2 = \mathbf{p}^2/2m$) و انرژی پتانسیل ($V(x, y, z)$) یعنی انرژی کل (E) مقداری ثابت است:*

$$\frac{1}{2m}\mathbf{p}^2 + V = E \quad (۱-۵)$$

در مکانیک کوانتومی به جای تکانه \mathbf{p} عملگر تکانه و به جای انرژی، عملگر انرژی را قرار می دهیم:

$$\mathbf{p} \rightarrow \frac{\hbar}{i}\nabla \quad \left(p_x \rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}, p_y \rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}, p_z \rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (۲-۵)$$

$$E \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (۳-۵)$$

معادله (۱-۵) مجموعه ای از مشتقهای است که روی «تابع موج» $\Psi(x, y, z, t)$ می گیریم:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V \right) \Psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi \quad (۴-۵)$$

این معادله (وابسته به زمان) شرودینگر است. جواب (Ψ) ذره ای به جرم m را در حضور تابع انرژی پتانسیل معین V توصیف می کند. به بیان دقیق تر، $|\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz$ احتمال یافتن ذره در جزء حجم $d^3x \equiv dx dy dz$ در زمان t است. چون ذره باید یک جایی باشد، انتگرال $|\Psi|^2$ روی همه فضا یک می شود:

$$\int |\Psi|^2 d^3x = 1 \quad (۵-۵)$$

می گوئیم تابع موج «بهنجار» شده است. **

معادله شرودینگر را می توان با «جداسازی متغیرها» حل کرد. در ابتدا، در جستجوی جوابهایی

هستیم که حاصلضرب ساده تابع مکان $\psi(x, y, z)$ و تابع زمان $f(t)$ باشند:***

* در یک سیستم اتلافی (مثلاً دارای اصطکاک) انرژی مکانیکی پایسته نیست. اما در سطح میکروسکوپی چیزی به نام نیروی اتلافی وجود ندارد، و آنچه در مقیاس میکروسکوپی ناپایستگی انرژی به نظر می رسد تبدیل انرژی به یک شکل نامرئی (مانند گرما) است.

** توجه کنید که جواب معادله شرودینگر (۴-۵) در هر ثابتی ضرب شود باز هم جواب معادله است. در عمل این ثابت را با این شرط که معادله (۵-۵) برقرار باشد انتخاب می کنیم؛ این فرایند «بهنجارش» تابع موج نامیده می شود.

*** البته بیشتر جوابهای معادله شرودینگر به این شکل نیستند. برای توجیه روش جداسازی متغیرها، نگاه کنید به

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)f(t) \quad (۶-۵)$$

با این فرض، معادله (۴-۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{\psi} \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi = \frac{i\hbar}{f} \frac{df}{dt} \quad (۷-۵)$$

سمت چپ فقط تابع مکان است و طرف راست فقط به زمان بستگی دارد؛ تنها راه برقراری این معادله به‌ازای همه مقادیر x, y, z و t آن است که دوطرف ثابت باشند. از نظر فیزیکی این «ثابت جداسازی» نشانگر انرژی کل ذره است و آن را E می‌نامیم:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi = E\psi \quad (۸-۵)$$

$$i\hbar \frac{df}{dt} = Ef \quad (۹-۵)$$

حل معادله دوم راحت است*:

$$f(t) = e^{-iEt/\hbar} \quad (۱۰-۵)$$

معادله اول [معادله (۸-۵)] معادله شرودینگر مستقل از زمان نامیده می‌شود. عملگر طرف چپ را به «هامیلتونی» می‌نامند:

$$H \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \quad (۱۱-۵)$$

و معادله شرودینگر (مستقل از زمان) به شکل معادله ویژه مقداری است:

$$H\psi = E\psi \quad (۱۲-۵)$$

ψ ویژه تابع H و E ویژه مقدار آن است. از قرار معلوم، تابع موج کامل ذره‌ای به جرم m و انرژی E که تحت تأثیر انرژی پتانسیل $V(x, y, z)$ به صورت زیر است:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-iEt/\hbar} \quad (۱۳-۵)$$

* جوابهای عمومی معادله (۹-۵) شامل یک ثابت ضربی کلی است. با این حال چون می‌خواهیم ψ و f را ضرب کنیم [معادله (۶-۵)] ثابت را در ψ مخلوط می‌کنیم و f را حتی‌الامکان ساده نگه می‌داریم.

که ψ در معادله (۸-۵) صدق می‌کند.*

در مورد پتانسیل با تقارن کروی (یا «مرکزی»)، V فقط تابع فاصله از مبدأست، و مختصات کروی معمول (r, θ, ϕ) را اختیار می‌کنیم، که در آن لاپلاسی $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ به شکل زیر درمی‌آید [۲]:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (۱۴-۵)$$

اکنون می‌توان معادله شرودینگر مستقل از زمان را با جداسازی متغیرها حل کرد. با نوشتن:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (۱۵-۵)$$

معادله (۸-۵) به سه معادله دیفرانسیل (معمولی) برای توابع R و Θ و Φ تبدیل می‌شود:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) = \left[\frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E) \right] R \quad (۱۶-۵)$$

$$\sin \theta \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = [m_l^2 - l(l+1) \sin^2 \theta] \Theta \quad (۱۷-۵)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -m_l^2 \Phi \quad (۱۸-۵)$$

تابتهای جداسازی l و m_l به طور مناسب انتخاب شده‌اند، زیرا دقیقاً با اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مدارای معرفی شده در فصل ۴ متناسب هستند. جواب معادله (۱۸-۵) ساده است: **

$$\Phi(\phi) = e^{im_l \phi} \quad (۱۹-۵)$$

* توجه کنید که $|\psi|^2 = |\Psi|^2$. برای بیشتر مقاصد فقط به مرجع قدرمطلق تابع موج علاقه‌مندیم و ما صرفاً با ψ کار خواهیم کرد. به طور سطحی، اغلب ψ را «تابع موج» می‌نامیم، اما به خاطر داشته باشید که تابع موج کامل دارای جمله نمایی وابسته به زمان نیز هست.

** دومین جواب (مستقل خطی)، $e^{-im_l \phi}$ ، مربوط به مقادیر منفی m_l است. به جای آن می‌توان از $\sin(m_l \phi)$ و $\cos(m_l \phi)$ استفاده کرد. در الکترواستاتیک (جایی که همین مسئله حل معادله لاپلاس مطرح می‌شود) این کار را می‌کنیم، زیرا پتانسیل باید حقیقی باشد. اما در مکانیک کوانتومی این محدودیت برای ψ وجود ندارد و شکل نمایی (۱۹-۵) بهتر است، زیرا، برخلاف سینوس و کسینوس، یک ویژه حالت L_z است. توجه کنید برای اینکه $\Phi(\phi + 2\pi) = \Phi(\phi)$ باشد، m_l باید عدد صحیح باشد. چون ϕ و $\phi + 2\pi$ باید یک نقطه هندسی را توصیف کنند.

جوابهای معادله (۱۷-۵) ناشناخته‌ترند؛ آنها به توابع به اصطلاح لژاندر وابسته هستند [۳]:

$$\Theta(\theta) = P_l^{m_l}(\cos \theta) \quad (20-5)$$

که (در صورتی که علاقه‌مند باشید)* به صورت زیرند:

$$P_l^{m_l}(z) = \frac{1}{2^l l!} (1 - z^2)^{m_l/2} \left(\frac{d}{dz} \right)^{(l+m_l)} (z^2 - 1)^l \quad (21-5)$$

در واقع، مرسوم است که Θ و Φ را با عامل بهنجارش مناسب به شکل هماهنگهای کروی ترکیب کرد.**:

$$Y_l^{m_l}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m_l)!}{4\pi(l+m_l)!}} (-1)^{m_l} P_l^{m_l}(\cos \theta) e^{im_l \phi} \quad (22-5)$$

هماهنگهای کروی را در بسیاری مراجع (از جمله کتابچه اطلاعات ذرات) می‌توان یافت. بعضی اطلاعات مفیدتر در جدول ۱-۵ آورده شده است.

لطفاً نگذارید که ظاهر پیچیده فرمولها شما را نگران کند. آنها را عمدتاً برای کامل بودن در اینجا آورده‌ام، همچنین می‌خواهم نشان دهم که بخش زاویه‌ای تابع موج چیز اسرارآمیزی نیست؛ بلکه این بخش شامل توابعی است که چندان شناخته شده نیستند. اما، توجه کنید که با وجود اسامی پرزرق و برقشان آنها فقط ترکیب سینوسها و کسینوسها و جملات نمایی هستند. بستگی زاویه‌ای مورد نظر ما نیست، بلکه معادله (۱۶-۵) است که فقط به پتانسیل خاصی مربوط می‌شود. با وارد کردن تابع جدید زیر اندکی وضعیت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$u(r) \equiv rR(r) \quad (23-5)$$

با این تبدیل معادله (۱۶-۵) به صورت زیر درمی‌آید

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u = Eu \quad (24-5)$$

این را معادله شعاعی شرودینگر می‌نامیم. عجیب اینکه این معادله درست شکل معادله (۸-۵) در

* توجه کنید که معادله (۲۱-۵) وقتی معنی دارد که، l مانند m_l ، عدد صحیح باشد و به ازای $m_l > l$ صفر می‌شود.

معادله (۱۷-۵) برای مقادیر دیگر l و m_l دارای جوابهایی است، اما آنها توابع موج قابل بهنجار را نمی‌دهند.

** $m_l \geq 0$ در نظر می‌گیریم؛ برای $m_l < 0$ از رابطه $Y_l^{m_l} = (-1)^{m_l} (Y_l^{-m_l})^*$ استفاده می‌کنیم.

جدول ۱-۵ هماهنگهای کروی برای $l = 0, 1, 2, 3$

$$\begin{aligned}
 Y_0^0 &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, & Y_1^0 &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, & Y_2^0 &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1), \\
 Y_1^{\pm 1} &= \pm \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}, & Y_2^{\pm 1} &= \pm \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}, \\
 Y_2^0 &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1), & Y_2^{\pm 2} &= \pm \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}, \\
 Y_3^0 &= \sqrt{\frac{7}{16\pi}} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta), & Y_3^{\pm 1} &= \pm \sqrt{\frac{21}{8\pi}} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) e^{\pm i\phi}, \\
 Y_3^{\pm 2} &= \pm \sqrt{\frac{35}{8\pi}} \sin^2 \theta \cos \theta e^{\pm 2i\phi}, & Y_3^{\pm 3} &= \pm \sqrt{\frac{35}{64\pi}} \sin^3 \theta e^{\pm 3i\phi}
 \end{aligned}$$

یک بعد را دارد، بجز اینکه پتانسیل به اندازه $(\hbar^2/2m)l(l+1)/r^2$ ، موسوم به «سد مرکزگزی» افزایش یافته است.

تا آنجا که می‌توان موضوع را به طور کلی دنبال کرد به معادله (۲۴-۵) می‌رسیم؛ در اینجا باید پتانسیل خاص $V(r)$ مربوط به مسئله مورد نظر را وارد کرد. خط‌مشی ما حل معادله شعاعی برای $u(r)$ است تا نتیجه را با هماهنگ کروی مناسب‌تر ترکیب کنیم و تابع موج کلی ψ را به دست آوریم. در مراحل حل معادله شعاعی درمی‌یابیم که فقط مقادیر خاصی از E به نتایج قابل قبول می‌انجامند. برای اغلب مقادیر E ، جواب معادله (۲۴-۵) در r های بزرگ بی‌نهایت شود، و تابع موج بهنجارش ناپذیری را می‌دهد. چنین جوابی نشانگر یک حالت فیزیکی ممکن نیست. این جزئیات فنی منشأ بارزترین و مهم‌ترین جنبه‌های مکانیک کوانتومی است: انرژی یک دستگاه مقید نمی‌تواند هر مقداری را داشته باشد (از نظر کلاسیک می‌تواند)، بلکه فقط مقادیر خاص معینی را موسوم به «انرژیهای مجاز» اختیار می‌کند. در واقع، به خود تابع موج علاقه‌مند نیستیم، بلکه طیف انرژیهای مجاز مورد نظر است.

۲-۵ اتم هیدروژن

اتم هیدروژن متشکل از یک الکترون و یک پروتون است. اما، پروتون (نسبتاً) چنان سنگین است که فقط در مبدأ قرار می‌گیرد، تابع موج مورد نظر ما فقط مربوط به الکترون است. انرژی پتانسیل

آن ناشی از جاذبه الکتریکی هسته است (که برحسب یکاهای گاوسی) برابر است با

$$V(r) = -\frac{e^2}{r} \quad (25-5)$$

وقتی این پتانسیل را در معادله شعاعی قرار دهیم (مسئله ۵-۵) درمی‌یابیم که جوابهای بهنجارش‌پذیر فقط وقتی به‌دست می‌آید که E یکی از مقادیر معین زیر را داشته باشد.

$$E_n = -\frac{me^2}{2\hbar^2 n^2} = -\alpha^2 mc^2 \left(\frac{1}{2\pi^2} \right) = -13.6 \text{ eV} / n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (26-5)$$

که

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137.036} \quad (27-5)$$

ثابت ساختار ریز است. تابع موج متناظر (بهنجارشده) برابر است با [۴]

$$\psi_{n,l,m_l}(r, \theta, \phi) = \left\{ \left(\frac{2}{na} \right)^2 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^2} \right\}^{1/2} e^{-r/na} \left(\frac{2r}{na} \right)^l L_{n-l-1}^{2l+1} \left(\frac{2r}{na} \right) Y_l^{m_l}(\theta, \phi) \quad (28-5)$$

که

$$a \equiv \frac{\hbar^2}{me^2} = 0.529 \times 10^{-2} \text{ cm} \quad (29-5)$$

«شعاع بور» (یعنی تقریباً از شعاع اتم هیدروژن) است و

$$L_{q-p}^p(z) \equiv (-1)^p \left(\frac{d}{dz} \right)^p \left[e^z \left(\frac{d}{dz} \right)^q (e^{-z} z^q) \right] \quad (30-5)$$

چندجمله‌ای لژاندر وابسته است. بدیهی است که، تابع موج کمی ناجور است، اما این موضوع ما را نگران نمی‌کند. مسئله مهم فرمول انرژیهای مجاز معادله (۲۶-۵) است. [این نتیجه را ابتدا بور در ۱۹۱۳ (بیش از یک دهه قبل از معادله شرودینگر) با ترکیب ماهرانه ایده‌های کلاسیک و نظریه کوانتومی ابتدایی (گرچه در بازنگری به‌طور فوق‌العاده ناشی از خوش‌شانسی است) به‌دست آورده بود، ترکیب که به‌گفته رابی «ملغمه‌ای از هنرمندی و بسارت» است.] توجه کنید که تابع موج با سه عدد

صحیح نشانه‌گذاری می‌شود: n («عدد کوانتومی اصلی») که هر عدد صحیح مثبت می‌تواند باشد و حالت انرژی را تعیین می‌کند [معادله (۲۶-۵)]: l عدد صحیحی است که از صفر تا $n-1$ تغییر می‌کند و تکانه زاویه‌ای مداری کل را مشخص می‌کند [معادله (۲-۴)]: m_l عدد صحیحی است که مقادیر بین $-l$ تا $+l$ را اختیار می‌کند و مؤلفه z تکانه زاویه‌ای را می‌دهد. [معادله (۴-۴)]. بدیهی است که برای هر l ، m_l های مختلف به تعداد $(2l+1)$ و برای هر n ، l تا n مختلف وجود دارد. تعداد کل حالت‌های متمایز که عدد کوانتومی اصلی n آنها یکسان است انرژی یکسان دارند. بنابراین:

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2 \quad (31-5)$$

این را واگنی تراز انرژی m ام می‌نامیم. اتم هیدروژن دستگاهی به صورت شگفت‌انگیز واگن است؛ ترازن کروی به تنهایی ایجاد می‌کند که $2l+1$ حالت با یک مقدار معین تکانه زاویه‌ای کل، واگن باشند، زیرا فقط سمتگیری L آنها متفاوت است، اما این موضوع دنباله ۱، ۳، ۵، ۷... را مطرح می‌کند، درحالی که ترازهای انرژی هیدروژن واگنیهای بالاتر: ۱، ۴، ۹، ۱۶ را دارند. اما، تاکنون اسپین الکترون همین‌طور اثر مختصر نسبیتی را نادیده گرفتیم. منظورکردن این موارد، چنانکه خواهیم دید تصحیحاتی را ایجاد می‌کند که واگنی «اضافی» را «بالا می‌برد» و انرژیهای بور را به دسته‌ای از ترازهای نزدیک به هم می‌شکافد.

قبل از پرداختن به این موضوع، باید بگویم که چگونه ترازهای انرژی کوانتیده هیدروژن در آزمایشگاه ظاهر می‌شوند، زیرا در عمل خود انرژیها را اندازه نمی‌گیریم، بلکه طول موج نور گسیل شده از گذار الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر را اندازه‌گیری می‌کنیم (یا نور جذب شده وقتی که از تراز پایین‌تر به تراز بالاتر می‌رود) [۵]. فوتون حامل اختلاف انرژی بین حالت ابتدایی و نهایی است. مطابق فرمول پلانک [معادله (۱-۱)] داریم:

$$E_{\text{فوتون}} = h\nu = E_{\text{اولیه}} - E_{\text{نهایی}} = -\frac{me^2}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \quad (32-5)$$

طول موج گسیلی برابر است با

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (33-5)$$

که

$$R \equiv \frac{me^2 c}{4\pi\hbar^2} \quad (34-5)$$

این فرمول معروف ری‌دبرگ برای طیف هیدروژن است. این رابطه با طیف‌سنجیهای قرن نوزدهم به‌صورت تجربی کشف شد و در آن R یک مقدار ثابت تجربی است. مهم‌ترین پیروزی نظریه بور به‌دست آوردن فرمول ری‌دبرگ و محاسبهٔ R برحسب ثابتهای بنیادی m, e, c, \hbar بود [شکل (۱-۵)].

۳-۵ ساختار ریز

با بهبود دقت طیف‌سنجی تجربی، انحراف مختصری از فرمول ری‌دبرگ مشاهده شد. خطوط طیفی به قله‌های نزدیک به هم دوتایی، سه‌تایی و حتی بیشتر تفکیک شدند. ساختار ریز را در واقع می‌توان به دو سازوکار نسبت داد که یکی تصحیح مختصر نسبیتی و دیگری جفت‌شدگی مغناطیسی اسپین الکترون و حرکت مداری آن است. این دو اثر را جداگانه بررسی می‌کنیم، سپس آنها را ترکیب می‌کنیم. اما، ابتدا اشاره‌ای به نظریه اختلال می‌کنیم. فرض کنید معادلهٔ شرودینگر را برای هامیلتونی H حل کرده‌ایم، به‌این معنی که انرژیهای مجاز E_j و توابع موج متناظر آن ψ_j را می‌دانیم (ز هر مجموعه شاخصهایی است که برای نشانگذاری حالتها به‌کار می‌رود؛ در مورد اتم هیدروژن l, m و m_l). اکنون فرض کنید هامیلتونی را اندکی تغییر دهیم، یعنی اختلال کوچک ΔH را اضافه کنیم، به‌طوری که هامیلتونی جدید $H + \Delta H$ شود. این کار ترازهای انرژی را اندکی جابه‌جا می‌کند، و شاید بپرسید تراز انرژی ΔE_j ، چقدر جابه‌جا می‌شود؟ پاسخ با تقریب خوب این است که ΔE_j مقدار میانگین ΔH است که در حالت ψ_j حساب شده باشد (مسئلهٔ ۸-۵):*

$$\Delta E_j = \langle \Delta H \rangle_j = \int \psi_j^* (\Delta H) \psi_j d^3x \quad (۳۵-۵)$$

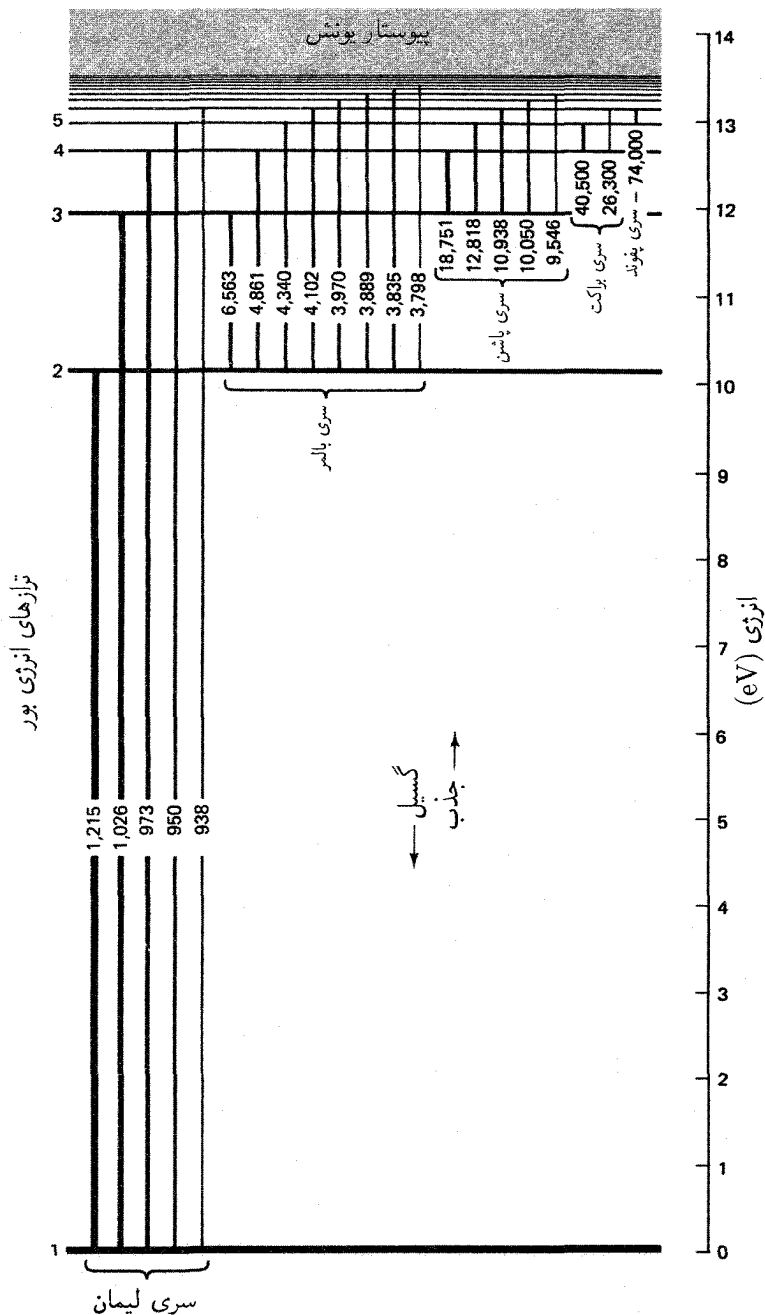
۱-۳-۵ تصحیح نسبیتی

برای به‌دست آوردن معادلهٔ شرودینگر، از فرمول انرژی جنبشی کلاسیک $T = p^2/2m$ بهره بردم. فرمول نسبیتی (۴۵-۳) برحسب p به‌صورت زیر بیان می‌شود

$$\begin{aligned} T_{\text{rel}} &= \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2 = mc^2 [\sqrt{1 + (p/mc)^2} - 1] \\ &= mc^2 \left[1 + \frac{1}{2} (p/mc)^2 - \frac{1}{8} (p/mc)^4 + \dots - 1 \right] \\ &= p^2/2m - p^4/8m^3 c^2 + \dots \end{aligned} \quad (۳۶-۵)$$

پایین‌ترین مرتبه تصحیح نسبیتی هامیلتونی عبارت است از:

* فکر می‌کنم این نتیجه‌ای معقول است، اما اگر می‌خواهید بدانید چگونه به‌دست آمده است، می‌توانید به هر کتاب کوانتومی مقدماتی تحت عنوان «نظریه اختلال» نگاه کنید (مانند آنچه در مرجع ۱ آمده است).



شکل ۱-۵ طیف هیدروژن. وقتی اتمی از یک حالت به حالت دیگر می‌رود، اختلاف انرژی به صورت تابش کوانتومی ظاهر می‌شود. انرژی فوتون با بسامد تابش نسبت مستقیم با طول موج عکس دارد. جذب تابش اتم را برانگیخته می‌کند و گذار به حالت بالاتر صورت می‌گیرد. اتمی که به حالت با انرژی کمتر فرو می‌افتد تابش گسیل می‌کند. طیف به صورت سریهایی است که تراز پایین آنها مشترک است. طول موج برحسب آنگستروم است. شدت نسبی خطوط با ضخامت آنها نشان داده شده است.

$$\Delta H_{\text{rel}} = - \left(\frac{1}{\lambda m^2 c^2} \right) p^2 \quad (37-5)$$

اکنون، برای استفاده از معادله (35-5) به مقدار انتظاری p^2 (با استفاده از تبدیل کوانتومی (2-5) برای p) در حالت $\psi_{n,l,m_l} \dots$ نیاز داریم... و این آسان به نظر نمی‌رسد. خوشبختانه می‌توان با استفاده از این حقیقت که در چنین حالتی داریم:

$$\frac{p^2}{2m} = E_n - V \quad (38-5)$$

کار را ساده کرد، پس

$$\Delta E_{\text{rel}} = - \frac{1}{2mc^2} (E_n^2 - 2E_n \langle V \rangle + \langle V^2 \rangle) \quad (39-5)$$

چون $V = -e^2/r$ ، به مقادیر انتظاری $\frac{1}{r}$ و $\frac{1}{r^2}$ نیازمندیم. این رابطه‌ها در کتابهای کوانتومی پیشرفته به دست آورده می‌شوند [6].

$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{1}{n^2 a} \quad (40-5)$$

$$\left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle = \frac{1}{(l + \frac{1}{2}) n^3 a^2} \quad (41-5)$$

که a مجدداً شعاع بور (29-5) است. با استفاده از این عبارتها در معادله (39-5) پیدا می‌کنیم که

$$\Delta E_{\text{rel}} = -\alpha^2 mc^2 \frac{1}{4n^2} \left[\frac{2n}{(l + \frac{1}{2})} - \frac{3}{2} \right] \quad (42-5)$$

ترازهای انرژی بور به صورت $\alpha^2 mc^2$ است [معادله (26-5)]. تصحیح نسبتی دو توان بیشتر برای α دارد، و بنابراین با ضریب 10^{-4} کوچکتر می‌شود. پس، در واقع دربارهٔ اختلال بسیار کوچکی صحبت می‌کنیم. نام ثابت ساختار ریز، α ، مرهون این حقیقت است که α (یا α^2) مقیاس نسبی ساختار ریز در اتم هیدروژن را تعیین می‌کند.*

5-3-2 جفت‌شدگی اسپین مدار

از دیدگاه الکترون، پروتون در حال دوران است، و این حرکت مداری یک میدان مغناطیسی در مرکز

* با این حال، به همین ترتیب می‌توان گفت که α^2 مقیاس ترازهای بور را تعیین می‌کند یعنی $\alpha^2 = -\frac{2E_1}{mc^2}$.

تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید.*

$$B = \frac{ev}{cr^2} \quad (۴۳-۵)$$

یا، برحسب تکانه زاویه‌ای مداری الکترون، $L = rmv$ ، برابر است با:

$$B = \frac{e}{mcr^2} L \quad (۴۴-۵)$$

الکترون چرخان، یک دوقطبی مغناطیسی کوچک با گشتاور دوقطبی** زیر است

$$\mu = -\frac{e}{mc} S \quad (۴۵-۵)$$

از الکتروپدینامیک کلاسیک می‌دانیم که انرژی دوقطبی مغناطیسی μ در میدان مغناطیسی B برابر است با [۷]

$$W = -\mu \cdot B \quad (۴۶-۵)$$

اما الکترون در چارچوب لخت نیست.*** برای دقت بیشتر باید در واقع «چارچوب لحظه‌ای» الکترون را در نظر بگیریم، یعنی دستگاه لختی که سرعت آن در یک لحظه معین بر سرعت الکترون منطبق می‌شود. در پی‌گیری حرکت الکترون، رشته پیوسته‌ای از تبدیلهای لورنتس بینهایت کوچک

* این رابطه را می‌توان با پیدا کردن فرمول میدان مغناطیسی در مرکز حلقه دایره‌ای $B = 2\pi I/rc$ به راحتی به دست آورد، و از $I = e/t$ برای «جریان پروتون»، که در آن $t = 2\pi r/v$ زمان یک دور کامل است، استفاده کرد. راه دیگر، استفاده از این حقیقت است که اگر در یک دستگاه لخت (مربوط به پروتون) $B = 0$ باشد، در دستگاهی که با

سرعت v حرکت می‌کند داریم $B = -v/c \times E$. در این حالت E میدان پروتون است: e/r^2 .

** ضریب تناسب بین μ و S را نسبت زیرومغناطیسی می‌نامند. مقدار کلاسیک آن $-e/2mc$ است، این برای تکانه زاویه‌ای مداری صحیح است. اما به دلایل نسبی، اثر اسپین در تولید دوقطبی مغناطیسی «دوبرابر اثری است که باید باشد». یکی از موفقیت‌های نظریه بدیع دیراک درباره الکترون توجیه این ۲ اضافی بود. اما، معلوم شد که این موضوع کاملاً درست نیست؛ تصحیحاتی را الکتروپدینامیک کوانتومی وارد می‌کند و اولین بار شوئینگر در اواخر دهه چهل آنها را محاسبه کرد. تاکنون، گشتاور مغناطیسی بی‌هنجار الکترون به‌طور تجربی و نظری با دقت شگفت‌انگیزی محاسبه شده است. در کتابچه داده‌های ذرات با ۱۳ رقم بامعنی! برای مقاصد فعلی ما گشتاور مغناطیسی الکترون برابر است با مگنتون بور یعنی $e\hbar/2mc$.

*** البته می‌توان تمام مسئله را در چارچوب ساکن پروتون تحلیل کرد. از این نظر میدان مغناطیسی وجود ندارد و جفت‌شدگی اسپین-مدار به گشتاور نیرو، یا، روی دوقطبی مغناطیسی m که با سرعت v از میدان الکتریکی E عبور می‌کند، نسبت داده می‌شود: $\tau = -(1/c)m \times (v \times E)$.

دخیل‌اند که ما را از یک چارچوب لحظه‌ای متحرک به چارچوب دیگر می‌برد. این روال که به حرکت تقدیمی توماس می‌انجامد [۸] ضریب $1/2$ را در متن حاضر وارد می‌کند. پس هامیلتونی جفت‌شدگی اسپین-مدار برابر است با:

$$\Delta H_{so} = \frac{e^2}{2m^2 c^2 r^3} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}) \quad (47-5)$$

در حضور جفت‌شدگی اسپین-مدار نه \mathbf{L} و نه \mathbf{S} به‌تنهایی پایسته نیستند؛ کمیتی که پایسته است تکانه زاویه کل $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ است [۹]. با مربع‌کردن آن داریم:

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad (48-5)$$

با استفاده از عبارتهای (۲-۴) و (۶-۴) داریم:

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad (49-5)$$

که j ، l و s اعداد کوانتومی بیانگر تکانه زاویه‌ای کل و مداری و اسپین است (البته برای الکترون $s = \frac{1}{2}$ است). اکنون مقدار انتظاری r^{-3} را لازم داریم*:

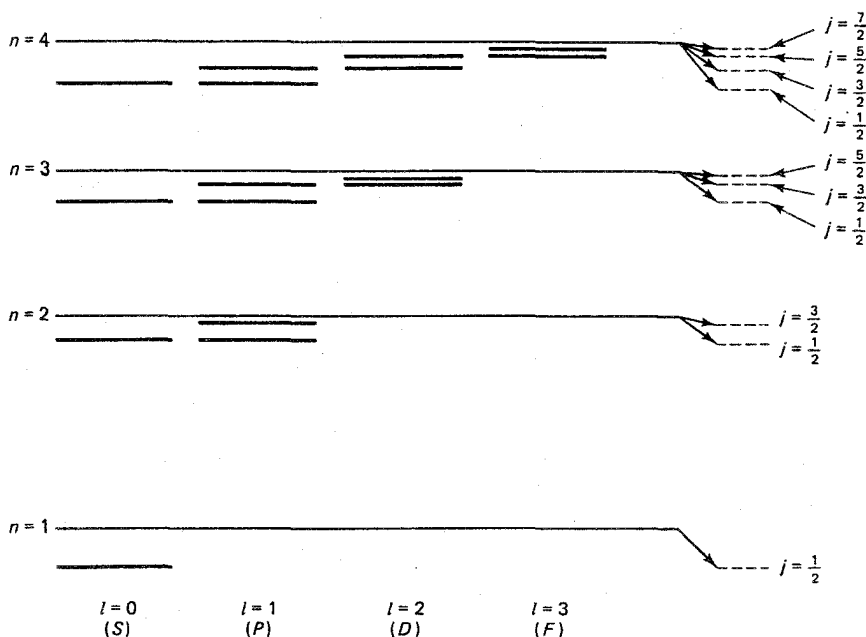
$$\left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle = \frac{1}{l(l + \frac{1}{2})(l + 1)n^3 a^3} \quad (50-5)$$

اگر این رابطه را در معادله (۳۵-۵) قرار دهیم، خواهیم داشت

$$\Delta E_{so} = \alpha^2 m c^2 \frac{[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}]}{4n^3 l(l + \frac{1}{2})(l + 1)} \quad (51-5)$$

توجه کنید که این عبارت از همان مرتبه صحیح نسبیتی $\alpha^2 m c^2$ است، اگرچه عوامل فیزیکی دخیل (در این برخورد) کاملاً متفاوت هستند. با ترکیب این دو اثر، معادله‌های (۴۲-۵) و (۵۱-۵)، ساختار ریز کل هیدروژن را می‌دهد. با استفاده از این واقعیت که j فقط $l + \frac{1}{2}$ یا $l - \frac{1}{2}$ است [معادله (۱۲-۴)] به‌دست می‌آوریم (مسئله ۹-۵)

* مرجع ۶ را ببینید. وقتی $l = 0$ باشد (r^{-3}) بینهایت می‌شود. در واقع برای این حالت باید جداگانه اقدام شود. خوشبختانه l از بین می‌رود و نتیجه نهایی، معادله (۵۲-۵)، حتی وقتی $l = 0$ باشد صحیح است. وقتی تکانه زاویه‌ای مداری صفر باشد، جفت‌شدگی اسپین-مدار صفر می‌شود. اما یک تصحیح جبرانی بخش نسبیتی ساختار ریز وجود دارد که به هریمیتی نبودن \mathbf{P}^2 وقتی $l = 0$ است مربوط می‌شود.



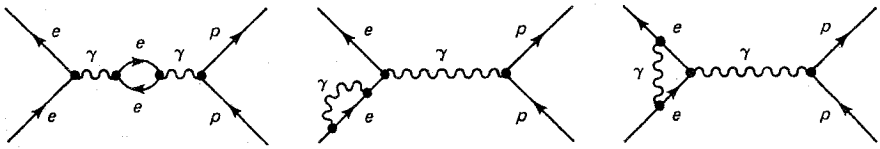
شکل ۵-۲ ساختار ریز در هیدروژن. n امین تراز بور (خط ریز) به n زیر تراز (خطوط شکسته) شکافته می شود که با $j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots, (n - \frac{1}{2})$ مشخص می شود. بجز آخرین مورد در هر تراز دو مقدار l سهمیم اند: $l = j - \frac{1}{2}$ و $l = j + \frac{1}{2}$. اصطلاحات طیف سنجی — S برای $l = 0$ و P برای $l = 1$ و D برای $l = 2$ و F برای $l = 3$ — نشان داده شده اند. همان طور که شکل نشان می دهد همه ترازها به طرف پایین منتقل می شوند (نمودار مقیاس ندارد).

$$\Delta E_{fs} = -\alpha^2 mc^2 \frac{1}{4n^2} \left(\frac{2n}{(j + \frac{1}{2})} - \frac{3}{2} \right) \quad (52-5)$$

عجیب اینکه، این فرمول با تصحیح نسبیتی تنها، معادله (۴۲-۵)، یکسان است، بجز اینکه به جای l ، j قرار گرفته است. همه انرژیها افت می کنند (ΔE_{fs} منفی است). چون l هر مقدار صحیح از صفر تا $n-1$ را می تواند اختیار کند، پس j هر مقدار نیمه صحیح از $\frac{1}{2}$ تا $n - \frac{1}{2}$ را دارد. بنابراین، n امین تراز انرژی E_n به n زیر تراز شکافته می شود (شکل ۵-۲ را ببینید).

۴-۵ انتقال لب

یک جنبه چشمگیر فرمول ساختار ریز (۵۲-۵) آن است که فقط به j بستگی دارد و نه به l ؛ به طور کلی دو مقدار مختلف l انرژی یکسانی دارند. مثلاً حالت های $2S_{1/2}$ ($j = \frac{1}{2}$)، $2P_{1/2}$ ($j = \frac{1}{2}$) و $2P_{3/2}$ ($j = \frac{3}{2}$) را ببینید.



قطبش خلا

بازپهنجارش جرم الکترون

گشتاور مغناطیسی بی‌هنگار

شکل ۳-۵ برخی نمودارهای حلقه‌ای که در انتقال لمب سهیم‌اند.

$2P_{1/2}$ ($n = 2, l = 1, j = \frac{1}{2}$) کاملاً واگن باقی می‌ماند. لمب و رادرفورد در ۱۹۴۷ یک آزمایش کلاسیک انجام دادند که نشان داد واقعیت غیر از این است [۱۰]. انرژی حالت S کمی بیشتر از حالت P است. این انتقال لمب را به و فاینمن و شوئینگر و توموناگا و دیگران توجیه کردند؛ این انتقال ناشی از کوانتش خود میدان الکترومغناطیسی است. در هر جای دیگر این بحث — در محاسبه ترازهای بور، در به‌دست آوردن فرمول ساختار ریز و حتی در تحلیل ساختار فوق ریز در بخش بعدی — با میدان الکترومغناطیسی کاملاً کلاسیک در نظر گرفته شد. قانون کولن اساس معادله (۲۵-۵) است. قانون بیوساوار معادله (۴۳-۵) را می‌دهد. معادله (۴۶-۵) ناشی از نیروی لورنتس است. اما، انتقال لمب، مثالی از تصحیح تابشی در الکتروپنایمیک کوانتومی است که نظریه نیمه‌کلاسیک* به آن حساس نیست. در فرمول‌بندی فاینمن این نتیجه از نمودارهای حلقه‌ای به‌دست می‌آید مانند شکل (۳-۵) که در مورد آن بعداً به‌طور کمی بحث می‌کنیم.

به لحاظ کمی، نمودار اول شکل (۳-۵)، تولید خودبه‌خود جفت الکترون-پوزیترون را در مجاورت هسته نشان می‌دهد، که به استتار جزئی بار پروتون می‌انجامد (شکل ۱-۲). نمودار دوم بیانگر این حقیقت است که حالت پایه میدان الکترومغناطیسی صفر نیست [۱۱]. الکترون با حرکت در «افت وخیز خلا»، میدان، تکان مختصری می‌خورد، و انرژی‌اش تغییر می‌کند. نمودار سوم به تعدیل مختصر گشتاور دوقطبی مغناطیسی می‌انجامد. معادله (۴۵-۵) ضریب $(1 + \alpha/2\pi)$ را به‌دست می‌آورد. اکنون در موقعیتی نیستیم که این اثرها را محاسبه کنیم ولی برای کامل‌شدن بحث نتایج را در اینجا می‌آوریم [۱۲]:

به‌ازای $l = 0$

$$\Delta E_{\text{لمب}} = \alpha^5 m c^2 \frac{1}{4n^3} \{k(n, 0)\} \quad (53-5)$$

که $k(n, 0)$ ضریب عددی است که با n اندکی تغییر می‌کند یعنی از ۱۲٫۷ (برای $n = 1$) تا * به این دلیل نیمه‌کلاسیک نامیده می‌شود که با الکترون برخورد کوانتوم مکانیکی می‌شود، درحالی که برخورد با میدان الکتروپنایمیک کلاسیک است.

۱۳ر۲ (برای $n \rightarrow \infty$).

به‌ازای $l \neq 0$

$$\Delta E_{\text{لب}} = \alpha^5 mc^2 \frac{1}{4n^3} \left\{ k(n, l) \pm \frac{1}{\pi(j + \frac{1}{2})(l + \frac{1}{2})} \right\}, \text{ برای } j = l \pm \frac{1}{2} \quad (54-5)$$

که $k(n, l)$ عدد بسیار کوچکی است (کوچکتر از 5×10^5) که با n و l به آرامی تغییر می‌کند. بدیهی است که انتقال لب بسیار کوچک است، بجز برای حالت‌های $l = 0$ ، که مقدار آن حدود 10% ساختار ریز است. با این حال، چون به l بستگی دارد، واگنی جفت حالت‌های با n و j مشترک، شکل (۲-۵)، را بالا می‌برد و مخصوصاً ترازهای $2S_{1/2}$ و $2P_{1/2}$ را می‌شکافد (مسئله ۵-۱۱).

۵-۵ ساختار فوق ریز

ساختار ریز و انتقال لب تصحیح‌های کوچکی برای ترازهای انرژی بور هستند، ولی این پایان کار نیست؛ اثر کوچکتر دیگری (با ضریب 10^5) وجود دارد که ناشی از اسپین هسته است. پروتون نیز مانند الکترون آهنربای کوچکی را تشکیل می‌دهد، اما چون خیلی سنگین‌تر است، با همان تکانه زاویه‌ای ($\frac{1}{2}\hbar$) گشتاور دوقطبی بسیار کوچکتری دارد.*

$$\mu_p = \gamma_p \frac{e}{m_p c} S_p \quad (55-5)$$

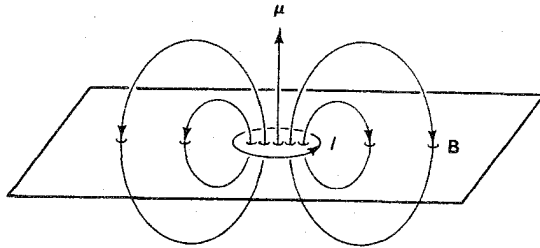
(پروتون جسمی مرکب است و گشتاور مغناطیسی آن به‌سادگی $e\hbar/2m_p c$ نیست، که برای ذره‌ای واقعاً بنیادی با اسپین $\frac{1}{2}$ باید باشد. بنابراین، مقدار تجربی ضریب γ_p برابر است با 2.7928 . بعداً در مدل کوآرک چگونگی محاسبه این کمیت را خواهیم دید. اسپین هسته با همان سازوکاری که برهم‌کنش اسپین-مدار ساختار ریز را به‌وجود می‌آورد، با حرکت مداری الکترون برهم‌کنش می‌کند، فقط در این حالت دوز و کلک مربوط به تغییر دستگاه مرجع و حرکت تقدیمی توماس، وجود ندارد. با مراجعه به محاسبه قبلی [معادله (۴۷-۵)] برهم‌کنش اسپین مدار را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:**

$$\Delta H_{\text{ps}} = \frac{\gamma_p e^2}{mm_p c^2 r^3} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}_p) \quad (56-5)$$

علاوه بر آن، اسپین پروتون نیز مستقیماً با اسپین الکترون برهم‌کنش می‌کند. در اکثر کتاب‌های

* به زبان فانتزی‌تر، نسبت ژئرومغناطیسی پروتون خیلی کوچکتر از الکترون است.

** توجه کنید که معادله (۴۴-۵) دارای یک علامت منفی می‌شود، زیرا درباره میدان الکتریکی الکترون مداری صحبت می‌کنیم نه پروتون.



شکل ۴-۵ میدان دوقطبی مغناطیسی. در صفحه حلقه جریان، خارج از حلقه B به سمت پایین و داخل حلقه به طرف بالاست.

الکتریسیته و مغناطیس [۱۳] می‌توان دید که دوقطبی مغناطیسی μ میدای به صورت زیر تولید می‌کند

$$B(r) = \frac{1}{r^3} \left[3 \frac{(\mu \cdot r)r}{r^2} - \mu \right] \quad (57-5)$$

در واقع، این فرمول کاملاً درست نیست؛ اگر دوقطبی را یک حلقه جریان کوچکی در نظر بگیریم، بنابر معادله (۵۷-۵) در صفحه حلقه (که $\mu \cdot r = 0$) جهت B همیشه جهت μ است، در حالی که در داخل حلقه B موازی μ است [شکل ۴-۵]. درست است که اگر حلقه را کوچک کنیم تا دوقطبی نقطه‌ای «کامل» بسازیم، منطقه‌ای که در آن جهت «میدان غلط» است کوچک و کوچکتر می‌شود. از طرف دیگر، «شدت» آن بزرگ و بزرگتر می‌شود، زیرا همه خط‌های میدان باید از داخل حلقه بگذرد. رفتار درست با این میدان «بی‌هنجار» مسئله ظریفی در الکتروپوینامیک است [۱۴]. در نتیجه داریم

$$B(r) = \frac{1}{r^3} \left[3 \frac{(\mu \cdot r)r}{r^2} - \mu \right] + \frac{\lambda \pi}{3} \mu \delta^3(r) \quad (58-5)$$

که $\delta^3(r)$ تابع دلتای دیراک است* که در $r = 0$ بینهایت و بقیه جاها صفر است. مادامی که از مبدأ دور باشیم، فرمول ساده (۵۷-۵) کاملاً صحیح است. چنانکه به زودی خواهیم دید، جمله تابع دلتا سهم مهمی در ساختار ریز دارد. در این مورد پروتون میدان B را به وجود می‌آورد و انرژی الکترون در آن از معادله (۴۶-۵) به دست می‌آید. بنابراین هامیلتونی اسپین-اسپین عبارت است از:

$$\Delta H_{ss} = \frac{\gamma_p e^{\hbar}}{m m_p c^2} \left\{ \frac{1}{r^3} [3(S_p \cdot \hat{r})(S_e \cdot \hat{r}) - (S_p \cdot S_e)] + \frac{\lambda \pi}{3} (S_p \cdot S_e) \delta^3(r) \right\} \quad (59-5)$$

* در پیوست (الف) در مورد تابع دلتا بحث می‌شود. فعلاً کافی است بدانید که $\int f(r) \delta^3(r) d^3r = f(0)$. در واقع، جمله اول معادله (۵۸-۵) برای ناحیه خارج کره کوچکی به شعاع ϵ به کار می‌رود و جمله دوم در ناحیه داخل آن. در پایان محاسبه ϵ برابر صفر قرار داده می‌شود.

که S_p و S_e گشتاور زاویه‌ای اسپین پروتون و الکترون است.

برهم‌کنش اسپین مدار هسته‌ای (۵-۵۶) و جفت‌شدگی اسپین-اسپین پروتون-الکترون هر دو مسئول ساختار فوق ریز هیدروژن هستند. برای محاسبه انتقال‌های انرژی حاصل، فرمول استاندارد نظریه اختلال (۵-۳۵) را دوباره به‌کار می‌بریم. در اینجا برای حالت‌های با $l = 0$ تغییر کاملاً متفاوت است. بنابراین ابتدا آنها را در نظر می‌گیریم. چون تکانه زاویه‌ای مداری صفر است جفت‌شدگی اسپین-مدار وجود ندارد. به‌علاوه، چون تابع موج دارای تقارن کروی است $(Y_{00}^*(\theta, \phi) = 1/\sqrt{4\pi})$ مقدار انتظاری جمله اول معادله (۵-۵۹) صفر می‌شود (مسئله ۵-۱۲ را ببینید). پس فقط سهم تابع دلتا باقی می‌ماند.

$$\Delta E_{hf} = \frac{\lambda \pi \gamma_p e^2}{3 m m_p c^2} (S_p \cdot S_e) |\psi_{n00}(0)|^2 \quad (۵-۶۰)$$

از معادله (۵-۲۸) پیدا می‌کنیم (مسئله ۵-۱۳) که

$$|\psi_{n00}(0)|^2 = \frac{1}{\pi n^3 a^3} \quad (۵-۶۱)$$

اگر

$$\mathbf{F} = \mathbf{L} + \mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p = \mathbf{J} + \mathbf{S}_p \quad (۵-۶۲)$$

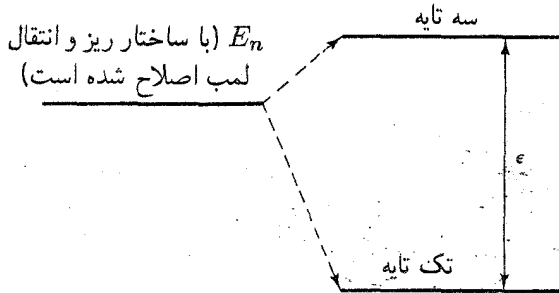
تکانه زاویه‌ای کل اتم با اعداد کوانتومی f و m_f باشد؛ در این مورد $\mathbf{L} = 0$ است، بنابراین $F^2 = S_e^2 + S_p^2 + 2\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p$ و داریم

$$\mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_e = \frac{\hbar^2}{4} [f(f+1) - s_p(s_p+1) - s_e(s_e+1)] = \frac{\hbar^2}{4} \left[f(f+1) - \frac{3}{4} \right] \quad (۵-۶۳)$$

پس

$$\Delta E_{hr} = \left(\frac{m}{m_p} \right) \alpha^2 m c^2 \frac{4 \gamma_p}{3 n^3} \left[f(f+1) - \frac{3}{4} \right] \quad (۵-۶۴)$$

در مقایسه با فرمول ساختار ریز (۵-۵۲)، درمی‌یابیم که اختلاف مقیاس ناشی از نسبت جرمی (m/m_p) در جلوی آن است؛ در نتیجه اثرهای فوق ریز در هیدروژن هزار بار کوچکتر است. توجه کنید که

شکل ۵-۵ شکافتگی فوق ریز برای $l = 0$.

f دو مقدار می‌تواند داشته باشد: صفر در حالت تک پایه (وقتی اسپین‌ها پاد موازی هستند) و ۱ در حالت یه تابه (وقتی اسپین‌ها موازی هستند). بنابراین هر تراز $l = 0$ به دو حالت تقسیم می‌شود و حالت تک پایه به پایین و حالت سه تابه به بالا رانده می‌شود (شکل ۵-۵). برای $n = 1$ فاصله انرژی برابر است با:

$$\epsilon = E_{\text{سه تابه}} - E_{\text{تک تابه}} = \frac{3^2 \gamma_p E_1^2}{3 m_p c^2} \quad (۶۵-۵)$$

که متناظر با فوتونی با طول موج زیر است

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar c}{\epsilon} = 21,1 \text{ cm} \quad (۶۶-۵)$$

این گذاری است که «خط مشهور ۲۱ سانتی متر» در نجوم میکروویو از آن ناشی می‌شود [۱۵]. برای $l = 0$ دیدیم که ساختار فوق ریز کاملاً ناشی از جمله «تماس» در جفت شدگی اسپین-اسپین است. برای $l \neq 0$ درست برعکس است. این بار تابع دلتا هیچ سهمی ندارد. تابع موج (۲۸-۵) در r کوچک به صورت r^l است، بنابراین وقتی $l > 0$ ، $\psi(0) = 0$ است. به لحاظ فیزیکی (شبه) نیروی گریز از مرکز الکترون را دور از هسته نگه می‌دارد. در نتیجه داریم:

$$\Delta E_{\text{hf}} = \frac{\gamma_p e^2}{m m_p c^2} \left\langle \frac{1}{r^3} [(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}_p) + 3(\mathbf{S}_p \cdot \hat{r})(\mathbf{S}_e \cdot \hat{r}) - (\mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_e)] \right\rangle \quad (۶۷-۵)$$

این مقدار انتظاری را به و سالپتر [۱۶] محاسبه کرده‌اند، نتیجه عبارت است از

$$\Delta E_{\text{hf}} = \left(\frac{m}{m_p} \right) \alpha^2 m c^2 \frac{\gamma_p}{2 n^3} \frac{[f(f+1) - j(j+1) - \frac{3}{4}]}{j(j+1)(l + \frac{1}{2})} \quad (۶۸-۵)$$

معلوم شده است که این فرمول برای $l = 0$ هم به کار می‌رود، زیرا در آن حالت $j = 1/2$ است،

و معادله (۵-۶۴) دوباره به دست می آید. چون، پروتون اسپین دارای $1/2$ است، f فقط می تواند $1/2 + j$ یا $1/2 - j$ باشد؛ با این اطلاعات معادله (۵-۶۸) اندکی ساده می شود:

$$\Delta E_{hf} = \left(\frac{m}{m_p} \right) \alpha^2 mc^2 \frac{\gamma_p}{2n^2} \frac{\pm 1}{(f + \frac{1}{2})(l + \frac{1}{2})}, \quad f = j \pm \frac{1}{2} \quad (۵-۶۹)$$

هر یک از ترازهای شکل (۵-۲) که با مقادیر خاص n ، l و j مشخص شده اند، به دو تراز که یکی بالاتر و دیگری پایین تر رفته است، شکافته می شوند.

۵-۶ پوزیترونیم

نظریه ای را که برای اتم هیدروژن معمولی به دست آوردیم، با بعضی اصلاحات، برای اتمهای به اصطلاح «غیرعادی» به کار می بریم که در آن به جای پروتون یا نوترون ذرات دیگر قرار گرفته اند. به عنوان مثال، می توان هیدروژن میونی ($p^+ \mu^-$)، هیدروژن پیونی ($p^+ \pi^-$)، پوزیترونیم ($e^+ e^-$)، میونیم ($\mu^+ e^-$) و غیره را تولید کرد. البته، این حالت های غیرعادی ناپایدارند، اما خیلی از آنها به اندازه کافی دوام می آورند که یک طیف خوش تعریف را به نمایش بگذارند. به ویژه، پوزیترونیم یک زمینه آزمون غنی برای الکترو دینامیک کوانتومی فراهم می آورد. در سال ۱۹۴۴ پیرنه آن را به صورت نظری تحلیل کرد، و در ۱۹۵۱ دو تنش نخستین بار آن را در آزمایشگاه تولید کرد [۱۷]. در سالهای اخیر پوزیترونیم به عنوان مدلی برای کوآرکونیم اهمیت یافته است.

بارزترین اختلاف بین پوزیترونیم و هیدروژن آن است که دیگر با هسته ای سنگین و ساکن که الکترون حول آن می گردد سروکار نداریم، بلکه دو ذره با جرم یکسان داریم که هر دو حول مرکز جرم مشترکشان می گردند. مانند مکانیک کلاسیک، این مسئله دو جسمی را می توان به مسئله ای یک جسمی با جرم کاهیده تبدیل کرد.

$$m_{\text{کاهیده}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (۵-۷۰)$$

زیرا اگر هامیلتونی دو جسمی به شکل زیر باشد

$$H = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m_2} + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (۵-۷۱)$$

و اگر پتانسیل فقط به فاصله $r = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ بستگی داشته باشد، و اگر در دستگاه CM که $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$ کار کنیم، پس

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_{\text{کاهیده}}} + V(r) \quad (۵-۷۲)$$

که هامیلتونی یک تک ذره با تکانه p و جرم کاهیده m است، و مختصه «شعاعی» آن، r ، فاصله بین ۱ و ۲ است. هامیلتونی مختل نشده پوزیترونیم به شکل (۷۱-۵)، $m_1 = m_2 = m$ است. بنابراین، $m_{\text{کاهیده}} = m/2$ و $V = -e^2/r$ مانند هیدروژن است. بنابراین ترازهای انرژی مختل نشده پوزیترونیم را می‌توان با قراردادن $m \rightarrow m/2$ در فرمول بور (۲۶-۵) به‌دست آورد*:

$$E_n^{\text{پوزیترونیم}} = \frac{1}{4} E_n = -\alpha^2 m c^2 \frac{1}{4n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (73-5)$$

به‌عنوان مثال، انرژی بستگی حالت پایه $6.8 \text{ eV} = 13.6 \text{ eV} / 2$ است. توابع موج مختل نشده همان توابع قبلی (۲۸-۵) هستند، با این تفاوت که شعاع بور که به‌صورت $1/m$ [معادله (۲۹-۵)] است، دو برابر می‌شود:

$$a^{\text{پوزیترونیم}} = 2a = 1.06 \times 10^{-8} \text{ cm} \quad (74-5)$$

اختلال، بجز برای ضرایب عددی مزاحم، مانند قبل است. به‌عنوان مثال، تصحیح نسبیتی دارای ضریب ۲ می‌شود:

$$\Delta H_{\text{نسبیتی}} = -\frac{1}{8m^2 c^2} p^4 - \frac{1}{8m^2 c^2} p^4 = -\frac{1}{4m^2 c^2} p^4 \quad (75-5)$$

از طرف دیگر، مقدار انتظاری p^4 در حالت ψ_{nlm} اتم هیدروژن به‌صورت $(mc)^4$ درمی‌آید. بنابراین برای پوزیترونیم به‌اندازه $(\frac{1}{2})^4$ کم می‌شود. پس از تصحیح نسبیتی برای پوزیترونیم $\frac{1}{8}$ هیدروژن است [معادله (۴۲-۵)]. نکته مهم‌تر این است که در پوزیترونیم شکافتگی فوق ریز از همان مرتبه ساختار ریز $(\alpha^2 m c^2)$ است، زیرا نسبت جرمی (m/m_p) ، که آثار اسپین پروتون در هیدروژن را می‌پوشاند، در پوزیترونیم یک است**، ضمناً، چون «هسته» (e^+) ساکن نیست، دیگر با یک پتانسیل واقعاً استاتیک سروکار نداریم و تصحیح جدیدی ناشی از زمان انتشار محدود برای میدان الکترومغناطیسی وجود دارد. این تصحیح را می‌توان با استفاده از الکتروینامیک کلاسیک محاسبه کرد که به شکل زیر است

* در مورد هیدروژن معمولی، اختلاف جرم کاهیده و جرم الکترون فقط در حدود ۰.۵٪ است. با وجود این، در واقع m موجود در فرمول بور جرم کاهیده است، و این اختلاف‌های قابل مشاهده‌ای را در طیف هیدروژن و دوتریم به‌وجود می‌آورد.

** این امر به سردرگمی در اصطلاحات می‌انجامد. من واژه «ساختار ریز» را برای همه اختلاف‌های از مرتبه $\alpha^2 m c^2$ ، بجز جمله نابودی زوج، و از جمله جفت‌شدگی اسپین-اسپین و اسپین-مدار پوزیترونیم به‌کار می‌برم، که همانند آن در هیدروژن «فوق ریز» نامیده می‌شود.

$$\Delta H_{\text{نسیتی}} = -\frac{e^2}{2m^2c^2r}[\mathbf{p}^2 + (\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}})^2] \quad (۷۶-۵)$$

و سهم آن از مرتبه $(\alpha^2 mc^2)$ است. وقتی همه اینها را کنار هم بگذاریم، فرمول ساختار ریز یوزیترونیم به صورت زیر درمی آید [۱۸].

$$E_{fs}^{\text{یوزیترونیم}} = \alpha^2 mc^2 \frac{1}{2n^2} \left[\frac{11}{32n} - \frac{(1 + \frac{1}{4}\epsilon)}{(2l+1)} \right] \quad (۷۷-۵)$$

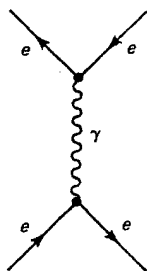
که $\epsilon = 0$ برای ترکیب تک تاییه اسپین است، در حالی که برای سه تاییه داریم

$$\epsilon = \begin{cases} \frac{-(3l+4)}{(l+1)(2l+3)}, & \text{به ازای } j = l+1 \\ \frac{1}{l(l+1)}, & \text{به ازای } j = l \\ \frac{(3l-1)}{l(2l-1)}, & \text{به ازای } j = l-1 \end{cases} \quad (۷۸-۵)$$

[در هیدروژن، که اسپین پروتون (S_p) فقط در سطح فوق ریز سهم است، \mathbf{J} را به عنوان مجموع اسپین الکترون و تکانه زاویه ای مداری ($\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}_e$) به کار می بریم؛ برای تکانه زاویه ای کل یک حرف جدید $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{S}_p = \mathbf{L} + \mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p$ نیاز داریم. در یوزیترونیم سهم دو اسپین به یک اندازه است، و معمولاً ابتدا آنها را ترکیب می کنیم ($\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$) و \mathbf{J} را به عنوان اسپین کل به کار می بریم: $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} = \mathbf{L} + \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$].

انتقال لمب، از مرتبه $\alpha^2 mc^2$ ، تصحیح کوچکی در این مورد به عمل می آورد. اما، چون این واگنی «تصادفی» قبلاً در سطح ساختار ریز در یوزیترونیم شکسته شده است، انتقال لمب اهمیت خود را از دست می دهد، و در اینجا به آن نمی پردازم. اما، یک اختلال جدید، بدون مشابه در هیدروژن، وجود دارد که ناشی از این حقیقت است که e^- و e^+ می توانند موقتاً نابود شوند و یک فوتون مجازی به وجود آورند. دیدگاه فاینمن از این فرایند در نمودار شکل (۶-۵) نشان داده شده است. چون باید الکترون و پوزیترون برهم منطبق شوند، این اختلال با $|\psi(0)|^2$ متناسب است، و بنابراین وقتی $l = 0$ است رخ می دهد [اظهارنظرهای قبل از (۶۷-۵) را ببینید]. به علاوه، چون فوتون دارای اسپین است، این کار فقط در آرایش سه تاییه صورت می گیرد. هنوز در موقعیتی نیستیم که این تصحیح را محاسبه کنیم، اما انرژی حالت سه تاییه S به اندازه مقدار زیر زیاد می شود.

$$\Delta E_{\text{نابودی}} = \alpha^2 mc^2 \frac{1}{4n^2} \quad (l = 0, s = 1) \quad (۷۹-۵)$$



شکل ۶-۵ نمودار نابودی زوج، که بر طیف پوزیترونیم تاثیر می‌گذارد اما در هیدروژن رخ نمی‌دهد.

توجه کنید که این از همان مرتبه ساختار ریز است. شکاف‌نگی کامل ترازهای بور $n = 1$ و $n = 2$ در پوزیترونیم در شکل (۷-۵) نشان داده شده است. [حالت‌های پوزیترونیم معمولاً با $l^{(2s+1)}n$ مشخص می‌شود که l نمادگذاری طیف‌سنجی (S برای $l = 0$ و P برای $l = 1$ و D برای $l = 2$ و غیره) و s اسپین کل (صفر برای تک‌تایه و ۱ برای سه‌تایه) است.

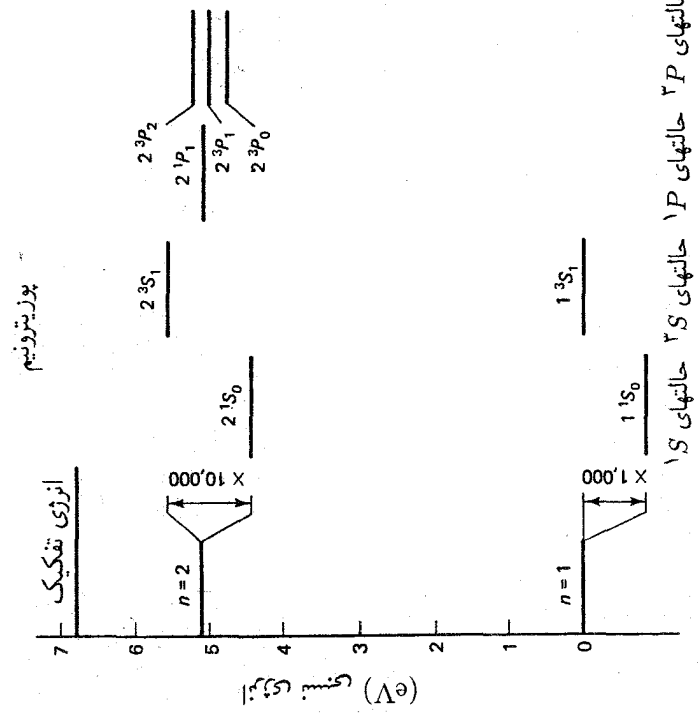
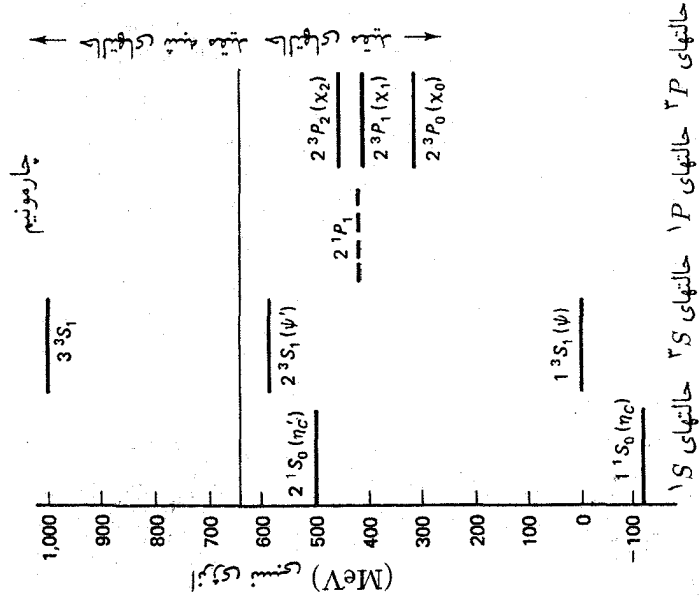
مانند مورد هیدروژن، پوزیترونیم می‌تواند گذارهایی را با جذب یا گسیل یک فوتون از تراز به تراز دیگر انجام دهد، که طول‌موج آن را می‌توان از اختلاف انرژی دو تراز تعیین کرد. برخلاف هیدروژن، پوزیترونیم می‌تواند کاملاً فرو بیاشد، پوزیترون الکترون را نابود و دو فوتون حقیقی یا بیشتر تولید می‌کند. (چرا آنها نمی‌توانند یک فوتون حقیقی تولید کنند؟) عدد همیوگی بار برای پوزیترونیم $l+s = (-1)$ است، در حالی که برای n فوتون $C = (-1)^n$ است (نگاه کنید به صفحه ۱۵۸). پس ناوردایی همیوگی بار قاعده‌گریش

$$(-1)^{l+s} = (-1)^n \quad (۸۰-۵)$$

را برای واپاشی پوزیترونیم در حالت l و s به n فوتون تجویز می‌کند. چون پوزیترون و الکترون فقط برای $l = 0$ همپوشان می‌شوند، این واپاشی فقط از حالت‌های S رخ می‌دهد*. از قرار معلوم، حالت تک‌تایه ($s = 0$) باید به تعداد زوجی از فوتون (نوعاً دوتا) و حالت سه‌تایه ($s = 1$) به اعداد فردی از فوتون (نوعاً سه‌تا) بینجامد. همان‌طور که در فصل ۷ خواهیم دید، سطح مقطع نابودی دو فوتون** برای سرعت نسبی کم v در ترکیب تک‌پایه عبارت است از

* در واقع، پوزیترونیم اصولاً می‌تواند مستقیماً از حالتی با $l > 0$ با فریندی با مرتبه بالاتر واپاشد، اما احتمال رفتن به حالت S و واپاشی از این حالت بیشتر است.

** این بند سطح مقطع، پیش از موقع چیزهایی را درباره آهنگ واپاشی، و طول عمر خواهد گفت که در فصل ۶ بررسی می‌شود، پیش‌بینی می‌کند. این مواد در اینجا برای کامل کردن بحث آمده است.



شکل ۷-۵ طیف ترازهای انرژی در پوزیترونیم و چارمونیم. توجه کنید که مقیاس انرژی برای چارمونیم با ضریب 10^6 میلیون بزرگ می‌شود. در پوزیترونیم ترکیبهای مختلف تکانه زاویه‌ای باعث انتقالهای انرژی کوچک می‌شود (با بسط مقیاس عمودی نشان داده شده است)، اما در چارمونیم انتقالها بسیار بزرگتر هستند. همه انرژیها نسبت به حالت مرجع 1^3S_1 داده شده‌اند. در 6.8 الکترون ولت پوزیترونیم تجزیه می‌شود. در 6.33 MeV بالاتر از انرژی ψ چارمونیم شبه مقید می‌شود، زیرا می‌تواند به D^0 و \bar{D}^0 واپاشد.

$$\sigma = 4\pi\alpha^2 \left(\frac{\hbar^2}{m^2 c v} \right) \quad (۸۱-۵)$$

برحسب این سطح مقطع، آهنگ واپاشی برابر است با

$$\Gamma = \sigma v |\psi(0)|^2 \quad (۸۲-۵)$$

با استفاده از معادله (۶۱-۵) با شعاع بور مناسب برای پوزیترونیم [معادله (۷۴-۵)]، به دست می‌آوریم

$$\Gamma = \alpha^5 m c^2 \frac{1}{2 \hbar n^2} \quad (۸۳-۵)$$

به‌ویژه، طول عمر حالت پایه، $\tau = \Gamma^{-1}$ ، عبارت است از

$$\tau = \frac{2 \hbar}{\alpha^5 m c^2} = 1.25 \times 10^{-10} \text{ sec} \quad (۸۴-۵)$$

۷-۵ کوآرکونیم

در مدل کوآرک همهٔ مزونها حالت‌های مقید دو ذره‌ای $q\bar{q}$ هستند، و طبیعی است بپرسیم که آیا همان روش هیدروژن و پوزیترونیم را می‌توان برای همهٔ موزنها به‌کار برد؟ این برنامه دو مشکل بلافاصله دارد: ۱. برخلاف هیدروژن و پوزیترونیم، که در آن نیروهای مؤثر کاملاً الکترومغناطیسی و به‌خوبی شناخته شده‌اند، کوآرکها را نیروی قوی به هم می‌پیوندند. نمی‌دانیم، به جای قانون کولن، از چه پتانسیلی استفاده کنیم یا مشابه قوی مغناطیس چیست تا جفت‌شدگی اسپین را به دست آوریم، اصولاً، اینها را می‌توان از طریق کرومودینامیک به دست آورد. اما در حال حاضر کسی نمی‌داند چگونه این محاسبات را انجام دهد. اما، می‌توان حدسهایی قریب به یقین زد، زیرا ساختار کرومودینامیک بسیار شبیه الکتروودینامیک است، بجز بعضی جمله‌های غیرخطی، که به خاطر آزادی مجانبی، احتمالاً در فاصله‌های کوتاه سهم چندانی ندارند. به زبان QCD (کرومودینامیک کوانتومی)، در رفتار فاصله‌های کوتاه تبادل یک گلوئون غالب است، همان‌طور که در QED (الکتروودینامیک کوانتومی) تبادل یک فوتون حاکم می‌شود. چون گلوئون و فوتون هر دو ذرات بدون جرم با اسپین ۱ هستند، در این تقریب برهم کنشها، بجز برای ثابت جفت‌شدگی (α_s به جای α) و «ضرایب رنگ» مختلف که از شمارش رنگهای مختلف گلوئونها پی سهم در یک فرایند معین به دست می‌آیند، یکسان هستند. همهٔ اینها در فصل ۹ بررسی می‌شوند؛ فعلاً، نکتهٔ اساسی این است که در برد کوتاه، انتظار پتانسیل کولنی $V \sim 1/r$ ، و یک ساختار ریز-فوق ریز را داریم که به لحاظ کیفی شبیه هیدروژن و پوزیترونیم است. از طرف دیگر، در فاصله‌های زیاد

مجبوریم محبوس بودن کوآرک را به حساب آوریم: پتانسیل باید بودن محدودیت افزایش یابد. شکل تابعی دقیق $V(r)$ در r بزرگ تا اندازه‌ای حدسی است؛ برخی نویسندگان پتانسیل نوسانگر هماهنگ $V \sim r^2$ و برخی بستگی لگاریتمی $V \sim \ln(r)$ را ترجیح می‌دهند. شاید ساده‌ترین شکل پتانسیلی خطی $V \sim r$ متناظر با نیروی ثابت باشد. حقیقت این است که هر یک از اینها می‌توانند با داده‌های موجود سازگاری معقولی داشته باشند، زیرا در گستره محدودی از فاصله‌ها که دارای کاوه‌های حساس هستیم تفاوت قابل ملاحظه‌ای ندارند. پس برای اهداف خود، می‌توانیم شکل زیر را انتخاب کنیم

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s \hbar c}{r} + F_0 r \quad (85-5)$$

که α_s مشابه کرومودینامیکی ثابت ساختار ریز، و $\frac{4}{3}$ عامل رنگ مربوط به آن است که در فصل ۹ محاسبه می‌کنیم. به لحاظ تجربی، F_0 در حدود 16 تن است (!)، یعنی کوآرک و پادکوآرک، بدون توجه به فاصله‌شان*، یکدیگر را با نیروی حداقل 16 تن جذب می‌کنند. پس شاید فهم اینکه چرا کسی تاکنون نتوانسته است یک کوآرک را از یک هادرون بیرون بکشد ساده شود.

۲. مزونهای متشکل از کوآرک سبک (u, d, s) ذاتاً نسبتی هستند، چون انرژیهای بستگی آنها (نوعاً چند صد MeV) در مقایسه با جرم اجزای تشکیل‌دهنده‌شان کوچک نیست. هر چه تاکنون انجام دادیم بر اساس مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی، به‌ویژه، معادله شرودینگر بود. درست است که یک تصحیح نسبیتی را وارد کردیم، اما این تصحیح فقط تقریبی از پایین‌ترین مرتبه برای شروع کار بود، و استفاده از نظریه اختلال برای این موضوع و سهم عوامل مؤثر در ساختار ریز و فوق ریز با این فرض بود که تغییر خیلی مختصری در ترازهای انرژی به‌وجود می‌آورند (شکافتگی در شکلهای ۲-۵ و ۷-۵ بسیار مبالغه‌آمیز است). متأسفانه، حل دقیق مسئله حالت مقید نسبیتی در این مرحله موجود نیست. اگر چه، برای کوآرکهای سنگین (c, b, t) نظریه غیر نسبیتی باید به‌صورت معقول به‌کار رود** اما، حتی در این مورد، انرژی بستگی (E) چنان کسر بزرگی را

* در فاصله‌های خیلی کوتاه F_0 و α_s کم می‌شوند، که به آزادی مجانبی می‌انجامد، اما اکنون آن را ثابت در نظر می‌گیریم.
 ** در مورد پتانسیل کاملاً کولنی، $\alpha^2 \sim E/mc^2$ [نگاه کنید به معادله (۲۶-۵)]، به‌طوری که انرژی بستگی کسر ثابتی از انرژی سکون اجزا، بدون توجه به جرم آنهاست. اگر این موضوع در کرومودینامیک صادق بود، مزونهای متشکل از کوآرک سنگین کمتر از مزونهای سبک‌تر نسبیتی نبودند. به هر حال، دو چیز در این مورد به نفع ماست، که هر دو ناشی از این حقیقت‌اند که حالت مقید دو ذره سنگین نوعاً کوچکتر از دو ذره سبک است [مثلاً شعاع بور متناسب با $1/m$ است (معادله (۲۹-۵))]: ۱. مزونهای متشکل از کوآرک سبک به جمله محدودکننده در پتانسیل حساس‌تر هستند، و انرژیهای بستگی یک پتانسیل خطی متناسب با $m^{-1/2}$ می‌شود، نه m و ۲. به دلیل آزادی مجانبی، خود α_s برای حالت‌های کوآرک سنگین کوچکتر است. به لحاظ تجربی، مقداری آن برای مزون ϕ در حدود 0.5 ، اما برای ψ نزدیک به 0.2 است.

تشکیل می‌دهد که آماده‌ایم ترازهای مختلف انرژی را نمایش مزونهای مختلف با جرمهای زیر در نظر بگیریم.

$$M = m_1 + m_2 + E/c^2 \quad (۸۶-۵)$$

اندکی قبل از کشف ψ ، پولیتزرو ابلکویست [۱۹] پیشنهاد کردند که اگر (چنانکه گلاشو و دیگران مطرح کرده‌اند) یک کوارک سنگین «افسون» وجود داشته باشد، باید حالت مقید غیر نسبیتی $c\bar{c}$ با طیف ترازهای انرژی شبیه پوزیترونیم باشد. آنها آن را «چارمونیم» نامیدند (که بیشتر بر مقایسه تأکید دارد تا زیبایی زبان). وقتی ψ در سال ۱۹۷۴ پیدا شد، خیلی زود به عنوان حالت 1^3S_1 چارمونیم شناسایی شد. (در آزمایشهای SLAC، ψ با نابودی e^+e^- از طریق یک فوتون مجازی تولید شد: $\psi \rightarrow \gamma \rightarrow e^+e^-$ ، بنابراین باید همان اعداد کوانتومی γ به ویژه اسپین ۱، را داشته باشد. پس نمی‌توانست حالت پایه چارمونیم باشد، بلکه از قرار معلوم پایین‌ترین حالت با تکرانه زاویه‌ای کل ۱ بود.) با مراجعه به نمودار تراز پوزیترونیم (شکل ۷-۵) انتظار یک حالت اسپین صفر با جرم کم (1^1S_0) و ۶ ترکیب $n = 2$ را داریم. در عرض دو هفته $\psi(2^3S_1)$ پیدا شد. یافتن آن آسان بود، زیرا همان اسپین و پاریته فوتون را داشت؛ و مانند ψ به سادگی با افزایش انرژی باریکه تولید شد. بعدها همه حالت‌های $n = 1$ و $n = 2$ کشف شدند [۲۰]، بجز 2^1P_1 که جرم آن حدود $3500 \text{ MeV}/c^2$ پیش‌بینی شده بود، و مشکلات تجربی خاصی را به وجود می‌آورد. نام‌گذاری زیر پذیرفته شده است: حالت‌های S تک‌تایه (اسپین صفر) η_c ، و حالت‌های S سه‌تایه (اسپین ۱) ψ و حالت‌های P سه‌تایه (اسپین ۰، ۱ یا ۲) با χ_0 ، χ_1 ، χ_2 مشخص شدند. برای مدتی مقدار n با پرمیما نشان داده می‌شد، ولی به زودی منسوخ شد و روش معمول فعلی‌شان دادن جرم ذره در پرانتز است. پس برای $n = 1$ داریم $\psi = \psi(3100)$ ؛ برای $n = 2$ ، $\psi = \psi(3685)$ ؛ $n = 3$ ، $\psi = \psi(4030)$ ؛ $n = 4$ ، $\psi = \psi(4160)$ و غیره*. همبستگی بین حالت‌های چارمونیم و پوزیترونیم تقریباً کامل است (شکل ۷-۵). به‌خاطر داشته باشید که فاصله بین دو تراز $n = 1$ که در مورد هیدروژن شکافتگی فوق ریز نامیده می‌شود، در چارمونیم 10^{11} برابر پوزیترونیم است. اما به رغم این اختلاف مقیاس بزرگ، ترتیب ترازهای انرژی، و برای یک n مفروض، فاصله نسبی آنها به‌صورت بارزی مشابه است. ** متأسفانه حل دقیق معادله شرودینگر با پتانسیل کولنی * بعضی نویسندگان، از جمله نویسندگان کتابچه داده‌های ذرات، تعداد حالت‌های متوالی را با ۱ برای هر ترکیب s ، l و z شروع کرده‌اند، بنابراین آنچه من حالت $2P$ نامیده‌ام (در شکل ۷-۵) $1P$ نوشته شده است. از این بابت متأسفم. همین‌طور $\psi(3770)$ جایگزین حالت 3^3D_1 شده است و واقعاً متعلق به این سلسله مراتب نیست. ** در روزهای اولیه جرم اندک η_c و η'_c که ظاهراً در حدود $1500 \text{ MeV}/c^2$ بود باعث نگرانی شد، اما آزمایشها غلط بود و مقادیر تصحیح شده با نظریه سازگار هستند. نگاه کنید به مرجع ۲۰.

جدول ۲-۵ ترازهای انرژی «بور» برای پتانسیل کولنی به علاوه خطی (معادله ۵-۸۵) با مقادیر مختلف F . این مقادیر مربوط به حالت‌های S ($l = 0$) است و $\alpha_s = 0.2$ و $m = 1500 \text{ MeV}/c^2$ در نظر گرفته شده است (جرم کاهیده $750 \text{ MeV}/c^2$ است).

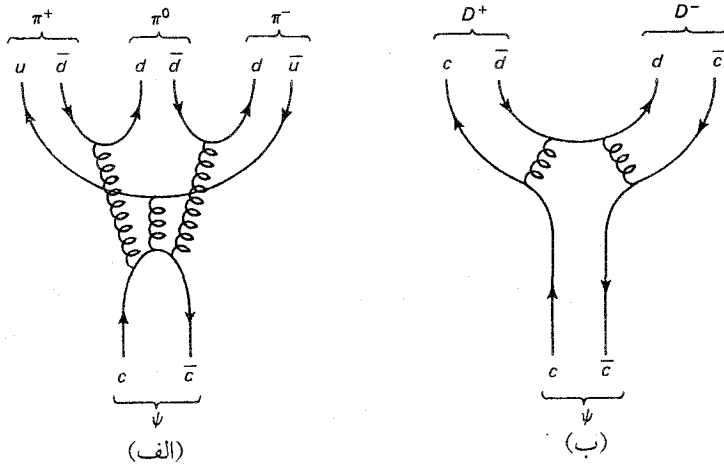
E_0 (MeV/fm)	E_1 (MeV)	E_2 (MeV)	E_3 (MeV)	E_4 (MeV)
۵۰۰	۳۰۷	۶۷۷	۹۶۱	۱۲۱۰
۱۰۰۰	۵۳۳	۱۱۰۰	۱۵۵۰	۱۹۴۰
۱۵۰۰	۷۲۷	۱۴۸۰	۲۰۴۰	۲۵۵۰

نتایج عددی را ریچارد اس. کرنال از جدول‌های منتشر نشده تهیه کرده است.

به اضافه خطی را نمی‌دانیم و نمی‌توان فرمول ساده‌ای برای انرژی‌های «بور» به شما بدهیم. با این حال می‌توان این کار را به صورت عددی انجام داد (جدول ۲-۵)، و F را می‌توان طوری برگزید که بر داده‌ها برازش یابد (این چگونگی به دست آمدن ۱۶ تن — یا با یکاهای معقول تر 900 MeV/fm — است) [۲۱]. (مسئله ۵-۲۱).

همه حالت‌های چارمونیم با $n = 1$ و $n = 2$ عمری نسبتاً طولانی دارند زیرا قاعده OZI (فصل ۲، بخش ۵-۲) مانع از واپاشی قوی آنها می‌شود. برای $n \geq 3$ جرم چارمونیم بالاتر از آستانه (OZI-مجاز) تولید دو مزون D افسون‌دار (D^0, D^+) به جرم $1865 \text{ MeV}/c^2$ یا D^\pm به جرم $1869 \text{ MeV}/c^2$ قرار می‌گیرد. بنابراین، طول عمر آنها خیلی کوتاه‌تر است و آنها را «حالات شبه مقید» می‌نامیم (شکل ۸-۵). حالت‌های شبه مقید چارمونیم حداقل تا $n = 4$ مشاهده شده است.

پس از انقلاب نوامبر کارهای نظری گسترده‌ای در مورد امکان وجود یک نسل سوم کوآرک (b و t) به وجود آمد و در ۱۹۷۶ ایختن و گاتفرید [۲۲] پیش‌بینی کردند که «باتمونیم» ($b\bar{b}$) باید سلسله مراتبی از حالت‌های مقید حتی غنی‌تر از چارمونیم به نمایش گذارد (شکل ۹-۵). نظیر مزون D با کوآرک t (یعنی B) جرم تخمینی به اندازه کافی بزرگ دارد به طوری که نه فقط $n = 1$ و $n = 2$ بلکه تراز $n = 3$ آن نیز باید مقید باشد. در سال ۱۹۷۷ مزون اوپسیلون کشف شد و به عنوان حالت 1^3S_1 باتمونیم تعبیر شد. در حال حاضر، حالت‌های 1^3S_1 برای $n = 4$ ، علاوه بر شش حالت 1^3P برای $n = 2$ و $n = 3$ یافته شده‌اند. اتفاقاً فاصله‌های تراز ψ و Υ به طور قابل ملاحظه‌ای مشابه‌اند (شکل ۵-۱۰)، اگر چه جرم کوآرک t به بیش از سه برابر کوآرک افسون است. برای پتانسیل کولنی ناب فاصله‌ها با جرم تناسب مستقیم دارند [معادله (۵-۲۶)]، در حالی که برای پتانسیل خطی ناب به صورت $m^{-1/2}$ است (مسئله ۵-۲۰). اگر پتانسیل میان کوآرکی (۵-۸۵) را جدی بگیریم، فاصله‌های مساوی باید ناشی از تبانی دو جمله و یک جنبه تصادفی مقدار خاص F_0 (که به خاطر دارید با برازش



شکل ۸-۵ الف) قاعده OZI از واپاشی چارمونیم در کمتر از آستانه $D\bar{D}$ جلوگیری می‌کند. ب) واپاشی چارمونیم در بالای آستانه $D\bar{D}$ مجاز است.

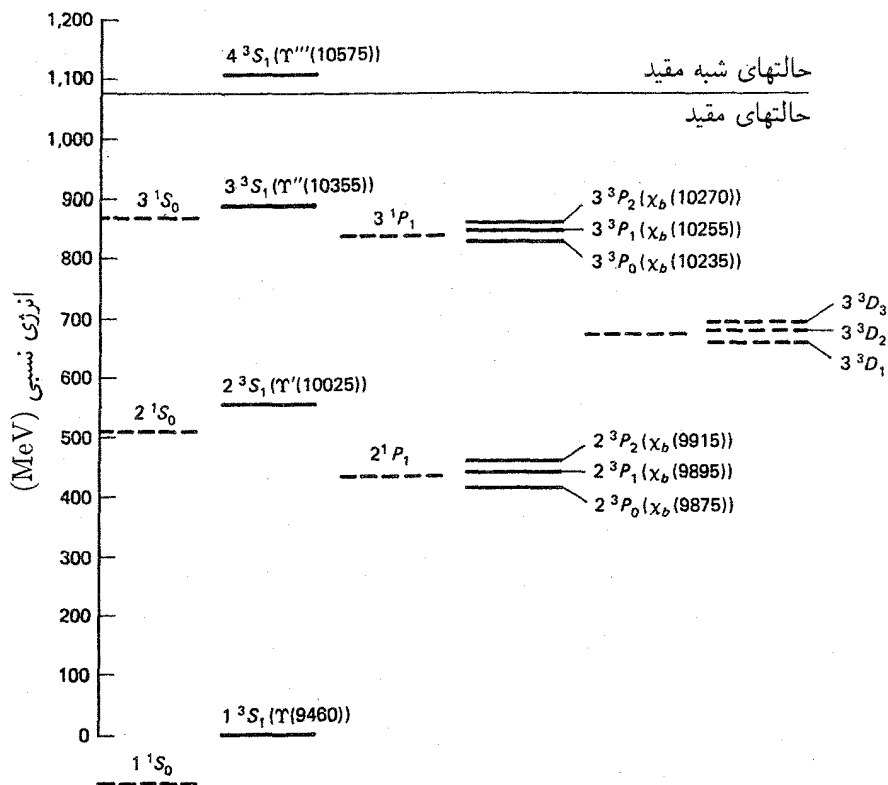
به داده‌های ψ تنظیم کردیم) باشد. سیستم خیلی سنگین‌تر «تاپونیم» باید به بخش فاصله-کوتاه (کولنی) پتانسیل حساس‌تر باشد، و از قرار معلوم فاصله‌های مساوی ψ و Υ را نخواهد داشت*.
ضمناً، چارمونیم و باتمونیم فقط دو سیستم اول از شش سیستم ممکن کوارکونیم هستند؛ علاوه بر تاپونیم می‌توان منتظر مخلوطی از ترکیبهای $c\bar{b}$ ، $b\bar{c}$ و $c\bar{t}$ نیز بود. اما، مدلی برای این موارد، موئونیم (μ^+e^-) است نه پوزیترونیم.

۸-۵ مزونهای با کوارک سبک

اکنون مزونهای متشکل از کوارکهای سبک (u, d, s) را در نظر بگیرید. این دستگاهها نسبیتی هستند، به‌خاطر داشته باشید که از معادله شرودینگر نمی‌توان استفاده کرد، و نظریه نسبتاً محدود است [۲۳]. به‌ویژه، برخلاف آنچه در مورد کوارکهای سنگین انجام دادیم به طیف حالت‌های برانگیخته نخواهیم پرداخت (جدول ۴-۶)، بلکه توجه خود را به حالت پایه $l = 0$ محدود می‌کنیم. اسپین کوارکها می‌تواند پادموازی (حالت تک‌تایه $s = 0$) یا موازی (حالت سه‌تایه $s = 1$) باشد؛ ترکیب اول نه‌تایه شبه نرده‌ای و دومی نه‌تایه برداری را می‌دهد (شکل ۵-۱۱).

ابتدا مسئله‌ای را که در فصل ۱ حل نشد روشن می‌کنیم. نه‌مزون را با ترکیب کوارک و یا پادکوارک با هر ترکیب ممکن به‌دست آوردیم (فصل ۱ بخش ۱-۸)، اما سه حالت خنثی با شگفتی

* با این حال، در پتانسیل لگاریتمی فاصله ترازها مستقل از جرم است، بنابراین اگر شکافتگی دستگاه تاپونیم با ψ و Υ جور شود، دلیلی برای استفاده از $\ln(r) \sim V(r)$ خواهد بود.



حالت‌های 3D حالت‌های 1D حالت‌های 3P حالت‌های 1P حالت‌های 3S حالت‌های 1S

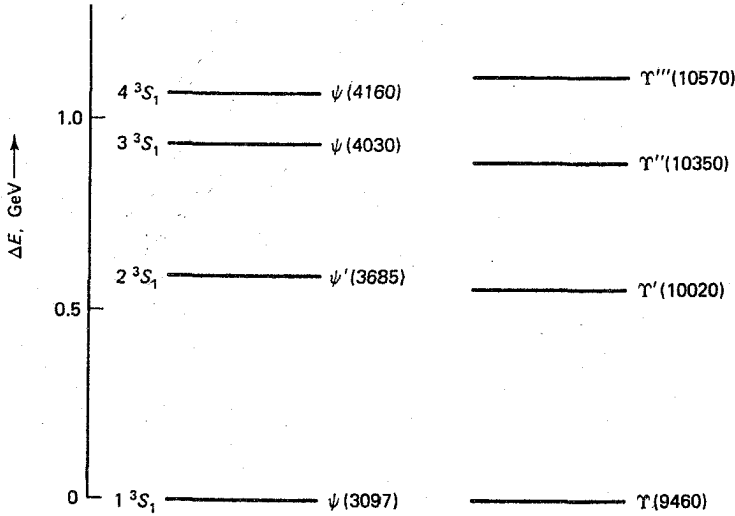
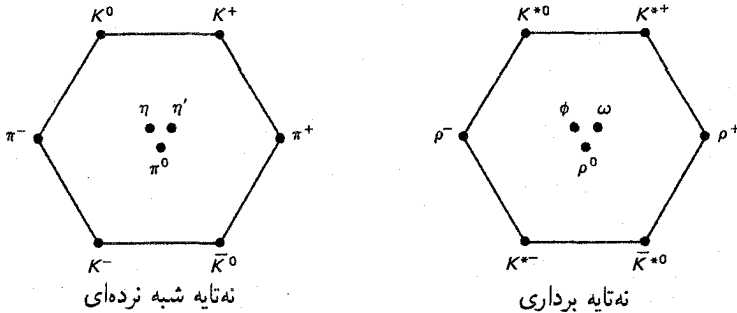
شکل ۵-۹. باتمونیم. توجه کنید که حالت‌های مقید بیشتری نسبت به چارمونیم وجود دارد — با شکل ۵-۷ مقایسه کنید.

صفر ($s\bar{s}$, $d\bar{d}$ و $u\bar{u}$) باقی ماند و معلوم نبود کدام یک π^0 و کدام η و کدام η' بود (یا در حالت برداری ρ^0 , ω و ϕ). اکنون در موقعیتی هستیم که این ابهام را بر طرف کنیم. کوارکهای بالا و پایین یک دوتایه ایزواسپین می‌سازند:

$$u = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad d = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \quad (۸۷-۵)$$

پادکوارکها نیز همین‌طور:

$$\bar{d} = -\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad \bar{u} = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \quad (۸۸-۵)$$

شکل ۱۰-۵ فاصله ترازها در دستگاه ψ و Γ .شکل ۱۱-۵ مزونهای با کوارک سبک با $l = 0$.

(توجه کنید که \bar{d} دارای $I_3 = +1/2$ و \bar{u} دارای $I_3 = -1/2$ است، در یک چند تایی، به ذره‌ای که بار بیشتری دارد I_3 بزرگ‌تری نسبت داده می‌شود. علامت منفی مربوط به جزئیات است [۲۴]، که تأثیر چندانی در بحث ما ندارد.) وقتی دو ذره با $I = \frac{1}{2}$ را ترکیب می‌کنیم، یک سه تایی به دست می‌آوریم (معادله ۱۵-۴)

$$\begin{cases} |1 \quad 1\rangle = -u\bar{d} \\ |1 \quad 0\rangle = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2} \\ |1 \quad -1\rangle = d\bar{u} \end{cases} \quad (۸۹-۵)$$

و یک ایزواسپین تک‌تایه (معادله ۱۶-۴)

$$|00\rangle = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2} \quad (90-5)$$

در مورد مزونهای شبه نرده‌ای سه‌تایه پیون و برای مزونهای برداری ρ است. ظاهراً π^0 (یا ρ^0) نه $u\bar{u}$ است نه $d\bar{d}$ ، بلکه ترکیبی از آنهاست

$$\pi^0, \rho^0 = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2} \quad (91-5)$$

اگر می‌توانستید یک π^0 را قطعه‌قطعه کنید، نیمی از اوقات 0 در یک دست u و 0 در دست دیگر \bar{u} و در نیم دیگر در یک دست d و در دست دیگر \bar{d} قرار می‌گرفت.

این وضعیت دو حالت $I = 0$ را به‌جا می‌گذارد (ترکیب ایزواسپین تک‌تایه معادله ۹۰-۵) $s\bar{s}$ و η که باید η و η' (یا ω و ϕ) را نشان دهد. در اینجا وضعیت خیلی روشن نیست، زیرا این ذرات حامل اعداد کوانتومی یکسان هستند، و در عمل تمایل به «مخلوط شدن» دارند. در مورد شبه‌نرده‌ایها، حالت‌های فیزیکی به‌صورت زیر ظاهر می‌شوند

$$\eta = (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6} \quad (92-5)$$

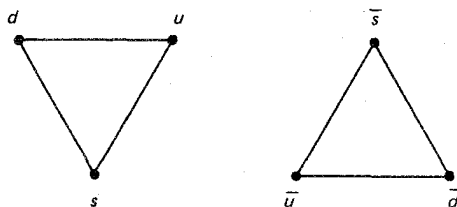
$$\eta' = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3} \quad (93-5)$$

در حالی‌که برای مزونهای برداری به‌دست می‌آوریم

$$\omega = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2} \quad (94-5)$$

$$\phi = s\bar{s} \quad (95-5)$$

تا جایی که راه هشت‌گانه تقارن خوبی باشد، ترکیب شبه‌نرده‌ای «طبیعی» تراست، زیرا η' که نسبت به u, d و s متقارن است، بر اثر تبدیلهای $SU(3)$ تغییر نمی‌کند؛ یعنی تحت $SU(3)$ «تک‌تایه» است، درست همان‌طور که π^0 تحت $SU(2)$ (ایزواسپین) تک‌تایه است. در ضمن، η به‌عنوان بخشی از یک «هشت‌تایه» $SU(3)$ تبدیل می‌شود، و اعضای دیگرش سه‌پیون و چهار کانون هستند. (این، در واقع هشت‌تایه شبه نرده‌ای اصلی است.) برخلاف آن نه ϕ نه ω هیچ‌کدام تک‌تایه $SU(3)$ نیستند. آنها چیزی هستند که «حداکثر» می‌توان گفت مخلوط‌اند، زیرا کوارک شگفت



شکل ۱۲-۵ کوارکها و پادکوارکها.

سواى دو کوارک ديگر است. [ضمناً به نظر مى‌رسد که بقيهٔ نه‌تايه‌هاى مزونى از الگوى اختلاط $\phi - \omega$ پيروي مى‌کنند، شايد به‌استثنای D و E (جدول ۴-۶)].
در ضمن، مزون‌هاى شگفت از تركيب کوارک s با u يا d ساخته مى‌شوند

$$K^+ = u\bar{s}, \quad K^0 = d\bar{s}, \quad \bar{K}^0 = -s\bar{d}, \quad K^- = s\bar{u} \quad (۹۶-۵)$$

به زبان نظريه گروه، سه کوارک سبک متعلق نمايش اصلى $SU(۳)$ (به نشانهٔ ۳) است، در حالى که پادکوارک متعلق به نمايش هميوغ (۳) است (شکل ۱۲-۵). آنچه انجام داده‌ايم تركيب اين نمايشها و به‌دست آوردن هشت‌تايه و تک‌تايه است:

$$۳ \otimes \bar{۳} = ۸ \oplus ۱ \quad (۹۷-۵)$$

درست مانند فصل ۴ که دو نمايش دوبعدى (اسپين ۱/۲) $SU(۲)$ را براى به‌دست آوردن سه‌تايه و تک‌تايه تركيب کرديم*

$$۲ \otimes \bar{۲} = ۳ \oplus ۱ \quad (۹۸-۵)$$

اگر $SU(۳)$ يك تقارن كامل بود، همهٔ ذرات در يك ابر چندتايه جرم يکسانى مى‌داشتند. ولى به‌وضوح چنين نيست؛ مثلاً K جرمى بيش از سه برابر π دارد. همان‌طور که در فصل ۴ نشان داديم، شکسته شدن تقارن طعم بدین سبب است که جرم کوارکها يکسان نيست؛ جرم کوارک u و d تقريباً يکى است (به اين دليل است که ايزواسپين تقارن خوبى است) اما کوارک s به‌طور قابل ملاحظه‌اى سنگين‌تر است. تقريباً مى‌توان گفت، K ها سنگين‌تر از π ها هستند زيرا يك کوارک s

* متأسفانه (از ديده‌گاه سازگارى نمادگذارى) نمايش $SU(۳)$ معمولاً با تعداد ابعاد مشخص مى‌شود، در حالى که نمايش $SU(۲)$ اغلب با اسپين مشخص مى‌شود، بنابراین معادلهٔ (۹۸-۵) به‌صورت $\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = ۱ \oplus ۰$ نوشته مى‌شود. به‌هر حال، اغلب نمايش اصلى $SU(۲)$ با هميوغ آن هم‌ارز است؛ فقط يك نوع اسپين ۱/۲ وجود دارد. به اين دليل است که در معادلهٔ (۸۸-۵) قادريم $\bar{۲}$ و \bar{d} را برحسب حالتهاى ايزواسپين ۱/۲ معمولى نمايش دهيم. براى $SU(۳)$ چنين نيست.

جایگزین یک u و d آنها شده است. اما این تمام داستان نیست، اگر چنین بود، ρ و π باید جرم یکسانی داشته باشند؛ زیرا محتوای کوارکی آنها یکسان است و هر دو در حالت پایه فضایی ($l = 0$)، $n = 1$ هستند. چون مزونهای شبه نرده ای و برداری فقط دارای سمتری اسپین اسپین کوارک متفاوت هستند، اختلاف جرم آنها باید مربوط به برهم کنش اسپین-اسپین باشد که همانند شکافتگی فوق ریز در حالت پایه هیدروژن در QCD است. به خاطر دارید که فرمول QED عبارت است از

$$\Delta E_{\text{hf}} = \frac{4\pi\gamma_p e^2}{3mm_p c^2} (\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p) |\psi_{100}(0)|^2 \quad (۶۰-۵)$$

منطقی به نظر می رسد که فرض کنیم جفت شدگی اسپین-اسپین هر QCD ساختار مشابهی داشته باشد؛ یعنی باید با حاصل ضرب نقطه ای اسپینها و عکس حاصل ضرب جرمها متناسب باشد. با این فرضها به فرمول جرم مزونی زیر می رسیم

$$M(\text{مزون}) = m_1 + m_2 + A \frac{(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)}{m_1 m_2} \quad (۹۹-۵)$$

ضریب A با $|\psi(0)|^2$ رابطه دارد که در موقعیتی نیستیم که آن را محاسبه کنیم. فرض می کنیم که برای همه مزونهای برداری و شبه نرده ای یکسان باشد، زیرا آنها حالت های کوانتومی یکسانی را اشغال می کنند*. با ترفند متداول مربع کردن $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ [معادله (۶۳-۵)] به دست می آوریم

$$\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 = \begin{cases} \frac{1}{4}\hbar^2, & s = 1 \text{ (مزونهای برداری)} \\ -\frac{3}{4}\hbar^2, & s = 0 \text{ (شبه نرده ایها)} \end{cases} \quad (۱۰۰-۵)$$

برای جرم $m_u = m_d = 310 \text{ MeV}/c^2$, $m_s = 483 \text{ MeV}/c^2$ «بهترین مقدار برازش» A ، $160 \text{ MeV}/c^2$ ($2m_u/\hbar$) است و نتایج جدول ۳-۵ را به دست می آوریم. با توجه به پایه های لوزان این نظریه، معادله (۹۹-۵) به صورت شگفت انگیزی خوب عمل می کند، جرم هفت مزون مستقل با دقت ۱٪ با سه پارامتر ورودی قابل تنظیم به دست می آید. (اما، توجه کنید که η' در جدول نیست. نگاه کنید به مسئله ۵-۲۲.)

* از نظر من این فرض سؤال برانگیز است: ۱. می دانیم برای پتانسیل کولنی [معادله های (۲۹-۵) و (۶۱-۵)] $|\psi(0)|^2$ با توان سوم جرم کاهیده متناسب است. (برای پتانسیل خطی با m متناسب است). چرا بستگی صریح جرم در مخرج معادله (۹۹-۵) را حفظ کنیم، در حالی که آماده ایم در صورت آن را نادیده بگیریم؟ ۲. اعضای مرکزی ($I_3 = 0$) هر نه تابه ترکیب یک کوارک و یاد کوارک آن است و در نتیجه می توانند درست مانند آنچه پوزیترونیم نبود شوند، این کار برای مزونهای دیگر ممکن نیست. با این حال، نتیجه موفقیت آمیز است و معادله (۹۹-۵) به صورت قابل ملاحظه ای خوب کار می کند.

جدول ۳-۵ جرم مزونهای شبه‌نرده‌ای و برداری (MeV/c^2)

مزون	محاسبه شده	مشاهده شده
π	۱۴۰	۱۳۸
K	۴۸۴	۴۹۶
η	۵۵۹	۵۴۹
ρ	۷۸۰	۷۷۶
ω	۷۸۰	۷۸۳
K^*	۸۹۶	۸۹۲
ϕ	۱۰۳۲	۱۰۲۰

۹-۵ باریونها

ممکن است روزی بتوانیم باریونهای باکوارک سنگین غیر نسبیتی — ccc و شاید حتی cbb را بسازیم. اینها وابسته‌های باریونی کوارکونیم — هستند که می‌توان آنها را «کوارکونیم» نامید زیرا نزدیک‌ترین مشابه اتمی آن هلیوم است. اگر چه، در حال حاضر ساختن باریون با یک کوارک سنگین به اندازه کافی مشکل است، تا چه رسد به سه کوارک، و در اینجا به طیف باریون با کوارک سنگین نمی‌اندیشیم. از طرف دیگر، آرایه مشاهده شده باریونهای باکوارک سبک بسیار بزرگ است (نگاه کنید به جدول ۴-۵). تحلیل باریونها به چند دلیل از مزونها مشکل‌تر است. اولاً، باریون یک سیستم سه‌ذره‌ای است. در تکانه زاویه‌ای مداری وجود دارد نه یکی (شکل ۵-۱۳). ما به حالت پایه علاقه‌مندیم که برای آن $l = l' = 0$ است. در این حالت تکانه زاویه‌ای باریون صرفاً ترکیب اسپینهای سه کوارک است. چون کوارکها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند، بنابراین می‌توانند هریک از دو حالت «اسپین بالا» (\uparrow) یا «اسپین پایین» (\downarrow) را اشغال کنند. پس هشت حالت ممکن برای سه کوارک وجود دارد: $(\uparrow\uparrow\uparrow)$ ، $(\uparrow\uparrow\downarrow)$ ، $(\uparrow\downarrow\uparrow)$ ، $(\uparrow\downarrow\downarrow)$ ، $(\downarrow\uparrow\uparrow)$ ، $(\downarrow\uparrow\downarrow)$ ، $(\downarrow\downarrow\uparrow)$ ، و $(\downarrow\downarrow\downarrow)$. اما اینها مناسب‌ترین ترکیب برای کار کردن نیستند، زیرا ویژه حالت‌های تکانه زاویه‌ای کل نیستند. همان طور که در مثال ۴-۲ دیدیم اسپینهای کوارک می‌توانند ترکیب شوند و اسپین کل $\frac{3}{2}$ یا $\frac{1}{2}$ را بدهند، و مورد اخیر با دوروش مجزا به دست می‌آید. به بیان دقیق‌تر

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle &= (\uparrow\uparrow\uparrow) \\ \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= (\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow)/\sqrt{3} \\ \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= (\downarrow\uparrow\uparrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow)/\sqrt{3} \\ \left| \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right\rangle &= (\downarrow\downarrow\downarrow) \end{aligned} \right\} \quad \frac{3}{2} \text{ اسپین } (\psi_s) \quad (۱۰۱-۵)$$

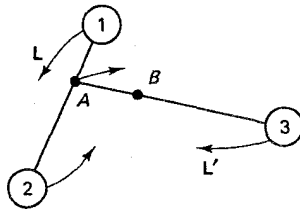
جدول ۴-۵ باریونهای با کوارک سبک (اسپین = J ، پاریته = P ، شگفتی = S ، ایزواسپین = I . این فهرست کامل نیست؛ باریونهای با اسپین تا $\frac{11}{2}$ مشاهده شده‌اند).

$S = -1$						$SU(3)$
$S = -3$	$S = -2$	$I = 1$	$I = 0$	$S = 0$	J^P	نمایش
	$\Xi(1318)$	$\Sigma(1193)$	$\Lambda(1116)$	$N(939)$	$\frac{1}{2}^+$	۸
$\Omega(1672)$	$\Xi(1533)$	$\Sigma(1385)$		$\Delta(1232)$	$\frac{3}{2}^+$	۱۰
			$\Lambda(1405)$		$\frac{1}{2}^-$	۱
			$\Lambda(1520)$		$\frac{3}{2}^-$	
		$\Sigma(1750)$	$\Lambda(1670)$	$N(1535)$	$\frac{1}{2}^-$	۸
			$\Lambda(1870)$	$N(1700)$	"	
	$\Xi(1820)?$	$\Sigma(1670)$	$\Lambda(1690)$	$N(1520)$	$\frac{3}{2}^-$	
		$\Sigma(1940)?$		$N(1700)$	"	
		$\Sigma(1765)$	$\Lambda(1830)$	$N(1670)$	$\frac{5}{2}^-$	
				$\Delta(1650)$	$\frac{1}{2}^-$	۱۰
				$\Delta(1670)$	$\frac{3}{2}^-$	
			$\Lambda(1860)$	$N(1810)$	$\frac{3}{2}^+$	۸
	$\Xi(2030)?$	$\Sigma(1915)$	$\Lambda(1815)$	$N(1688)$	$\frac{5}{2}^+$	۸
				$\Delta(1910)$	$\frac{1}{2}^+$	۱۰
					$\frac{3}{2}^+$	
				$\Delta(1890)$	$\frac{5}{2}^+$	
		$\Sigma(2030)$		$\Delta(1950)$	$\frac{7}{2}^+$	
		$\Sigma(1660)$		$N(1470)$	$\frac{1}{2}^+$	۸
				$\Delta(1690)$	$\frac{3}{2}^+$	۱۰

منبع: S. Gasiorowicz and J. L. Rosner. *Am. J. Phys.* **49**, 954(1981)

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_{12} &= (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \uparrow / \sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle_{12} &= (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \downarrow / \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \text{ اسپین } (\psi_{12}) \quad (10.2-5)$$

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_{22} &= \uparrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) / \sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle_{22} &= \downarrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) / \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \text{ اسپین } (\psi_{22}) \quad (10.3-5)$$



شکل ۱۳-۵ تکانه‌های زاویه‌ای مداری برای دستگاه سه جسمی. L تکانه زاویه‌ای ۱ و ۲ حول مرکز جرمشان (A) است. L' تکانه زاویه‌ای این ترکیب و ۳ حول مرکز جرم هر سه (B) است.

ترکیب‌های اسپین $\frac{3}{2}$ کاملاً متقارن هستند، به این معنی که تعویض هر دو ذره حالت را دست نخورده باقی می‌گذارد. ترکیب‌های اسپین $\frac{1}{2}$ تا اندازه‌ای پاد متقارن‌اند: تعویض دو ذره علامت را تغییر می‌دهد. مجموعه اول نسبت به ذره ۱ و ۲ (و در نتیجه زیرنویس) پاد متقارن است؛ مجموعه دومی نسبت به ۲ و ۳ پاد متقارن است. همچنین می‌توان یک جفت حالت پاد متقارن نسبت به ۱ و ۳ ساخت:

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \right\rangle_{13} &= (\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow)/\sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \right\rangle_{13} &= (\uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\downarrow\uparrow)/\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \text{ اسپین } (\psi_{13}) \quad (104-5)$$

به هر حال، اینها مستقل از دوتای دیگر نیستند؛ می‌توانید این را خودتان امتحان کنید،

$$| \rangle_{13} = | \rangle_{12} + | \rangle_{23} \quad (105-5)$$

به زبان نظریه گروه، ضرب مستقیم سه نمایش اصلی (دوبعدی) $SU(2)$ به جمع مستقیم یک نمایش چهاربعدی و دو نمایش دوبعدی تجزیه می‌شود*

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2 \quad (106-5)$$

از جنبه دیگری نیز پیچیده‌تر از مزونها هستند و آن به اصل طرد پائولی مربوط می‌شود. در فرمول‌بندی اولیه اصل طرد پائولی بیان می‌کرد که هیچ دو الکترونی نمی‌تواند حالت کوانتومی

* اگر نمایشها، به جای ابعاد، با اسپین مشخص شوند، معادله (۱۰۶-۵) به صورت $\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \oplus \frac{1}{2} \oplus \frac{1}{2}$ در می‌آید. ضمناً، می‌توان ترکیب اسپین $\frac{1}{2}$ - که نیز نسبت به ذره ۱ و ۲ متقارن است ساخت: بعضی نویسندگان استفاده از $| \rangle_{12}$ و $| \rangle_{13}$ را به جای $| \rangle_{12}$ و $| \rangle_{23}$ ترجیح می‌دهند.

یکسانی را اشغال کنند. این مسئله برای بیان اینکه چرا همه الکترونهاى اتم به حالت پایه (ψ_{100}) فرو نمی‌ریزند، مطرح شد (اگر چنین بود چیز زیادی برای شیمی نمی‌ماند): آنها نمی‌توانند چنین کنند زیرا حالت پایه فقط دو الکترون یکی با اسپین بالا و یکی با اسپین پایین را در خود جای می‌دهد. وقتی این مکانها اشغال شد، الکترونهاى بعدی به اولین حالت برانگیخته $n = 2, 000$ و غیره می‌روند. از این نظر، اصل طرد پائولی کمی بی‌پایه به نظر می‌رسد. اما در واقع بر چیزی بسیار عمیق‌تر استوار است: اگر دو ذره مطلقاً یکسان باشند باید با تابع موج آنها برخوردی یکسان داشت. اگر کسی مخفیانه آنها را عوض کرد، حالت فیزیکی نباید تغییر کند. شاید از این نتیجه بگیرید $\psi(2, 1) = \psi(1, 2)$ ، اما این نتیجه‌گیری بسیار تند است. کمیت‌های فیزیکی را مربع تابع موج تعیین می‌کند، بنابراین با اطمینان می‌توان گفت که $\psi(1, 2) = \pm \psi(2, 1)$: تابع موج تحت تعویض دو ذره یکسان باید یا زوج — متقارن — یا فرد — پاد متقارن باشد*. اما این تابع زوج است یا فرد؟ مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی پاسخی به این پرسش نمی‌دهد؛ فقط دو گروه ذره وجود دارد. بوزونها که تابع موج آنها زوج و فرمیونها که تابع موج آنها فرد است. این یک واقعیت تجربی است که همه ذرات با اسپین صحیح بوزون هستند، در حالی که ذرات با اسپین نیمه صحیح فرمیون‌اند. یکی از دستاوردهای بزرگ نظریه میدان کوانتومی اثبات دقیق این ارتباط بین «اسپین و آمار» بود.

بوزونها (اسپین صحیح) \Leftrightarrow تابع موج متقارن: $\psi(1, 2) = \psi(2, 1)$

فرمیونها (اسپین نیمه صحیح) \Leftrightarrow تابع موج پاد متقارن: $\psi(1, 2) = -\psi(2, 1)$

فرض کنید دو ذره یکی در حالت ψ_α و دیگری در حالت ψ_β داریم. اگر ذرات متمایز باشند مثلاً یکی موئون و یکی الکترون) در آن صورت با معنی است بپرسیم کدام در حالت ψ_α و کدام در حالت ψ_β است. تابع موج سیستم اگر ذره ۱ در ψ_α و ذره ۲ در ψ_β باشد عبارت است از

$$\psi(1, 2) = \psi_\alpha(1)\psi_\beta(2)$$

اگر عکس این باشد به صورت

$$\psi(1, 2) = \psi_\beta(1)\psi_\alpha(2)$$

است. ولی اگر دو ذره غیرقابل تمیز باشند، نمی‌توان گفت کدام یک در کدام حالت است. اگر ذرات یکسان بوزون باشند، تابع موج ترکیب متقارن

* از $|\psi(2, 1)|^2 = |\psi(1, 2)|^2$ نتیجه می‌شود که $\psi(2, 1) = e^{i\phi} \psi(1, 2)$. با دوبرار تعویض به نقطه اول برمی‌گردیم، بنابراین $e^{2i\phi} = 1$ و در نتیجه $e^{i\phi} = \pm 1$ است.

$$\psi(1, 2) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (\psi_{\alpha}(1)\psi_{\beta}(2) + \psi_{\beta}(1)\psi_{\alpha}(2)) \quad (107-5)$$

و اگر فرمیون‌های یکسان باشند، تابع موج ترکیب پاد متقارن

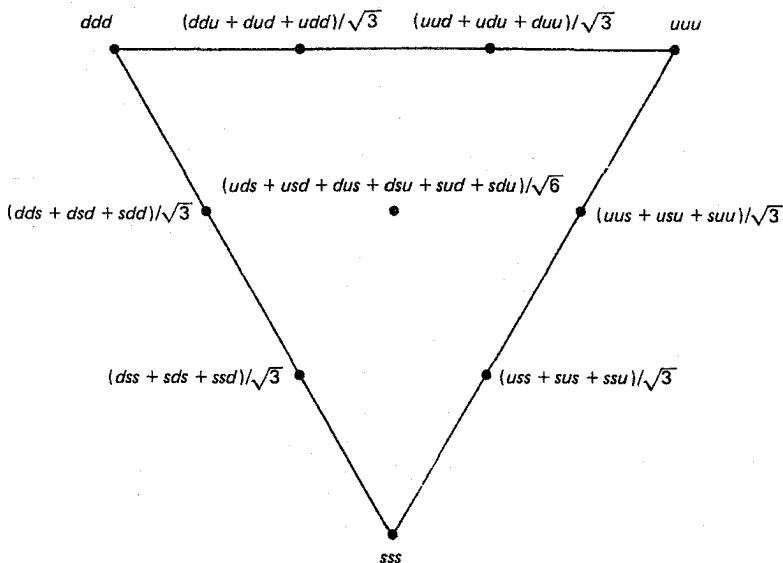
$$\psi(1, 2) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (\psi_{\alpha}(1)\psi_{\beta}(2) - \psi_{\beta}(1)\psi_{\alpha}(2)) \quad (108-5)$$

را خواهد داشت. به‌ویژه، اگر بکشید دو فرمیون (مثلاً الکترون) را در حالت یکسان ($\psi_{\alpha} = \psi_{\beta}$) قرار دهید؛ مقدار صفر را به‌دست می‌آورید. این کار غیرممکن است. این اصل طرد پائولی اولیه است؛ اما اکنون می‌بینیم که این یک فرض بی‌پایه نیست، بلکه پیامد یک نیاز ساختاری روی توابع موج ذرات یکسان است. اما، توجه کنید که اصل طرد پائولی در مورد بوزونها به‌کار نمی‌رود؛ می‌توانید هر تعداد پیون را که بخواهید در یک حالت قرار دهید. هیچ شرط تقارنی برای ذرات قابل تمیز وجود ندارد. به همین دلیل وقتی توابع موج مزون را می‌ساختیم هیچ نگرانی نداشتیم (زیرا از یک کوارک و یک پاد کوارک تشکیل شده بود که همواره قابل تمیز هستند). اما در مورد باریونها سه کوارک را کنار یکدیگر قرار می‌دهیم و باید شرط پاد متقارن کردن را به حساب آوریم. حال، تابع موج یک باریون از چند قسمت تشکیل شده است؛ یک بخش فضایی بیان‌کننده مکان سه کوارک؛ یک بخش اسپین نشانگر اسپین‌ها؛ و یک مؤلفه طعم که چگونگی ترکیب d ، u و s دخیل را نشان می‌دهد:

$$\psi = \psi(\text{رنگ})\psi(\text{طعم})\psi(\text{اسپین})\psi(\text{فضایی}) \quad (109-5)$$

کل این تابع باید نسبت به تعویض دو کوارک پاد متقارن باشد*. ما شکل تابعی تابع موج حالت پایه فضایی را نمی‌دانیم، اما بدون شک متقارن است؛ زیرا $l = l' = 0$ ، اصلاً وابستگی تکانه زاویه‌ای وجود ندارد. حالت اسپین می‌تواند یا کاملاً متقارن ($j = \frac{3}{2}$) یا دارای تقارن آمیخته ($j = \frac{1}{2}$) باشد. برای طعم $27 = 3^3$ امکان وجود دارد: $sss, \dots, udd, uud, uuu$ ؛ اینها نمایشهای که آنها را به ترکیب متقارن، پاد متقارن و ترکیبهای مخلوط دسته‌بندی می‌کنیم؛ اینها نمایشهای تحویل‌ناپذیر $SU(3)$ را تشکیل می‌دهند، درست مانند ترکیبهای اسپین که نمایشهای $SU(2)$ را تشکیل می‌دهند. این موضوع به‌طور مناسبی در الگوهای راه هشت‌گانه نشان داده شده است:

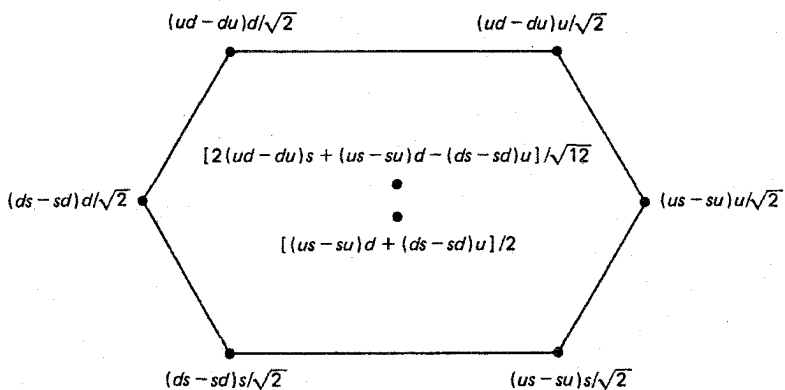
* توجه کنید که بسط دقیق اندیشه «ذرات یکسان» در اینجا به‌طور ضمنی انجام شده است، زیرا ما با همه کوارکها، بدون توجه به رنگ یا حتی طعم، به عنوان حالت‌های مختلف یک ذره، برخورد می‌کنیم.



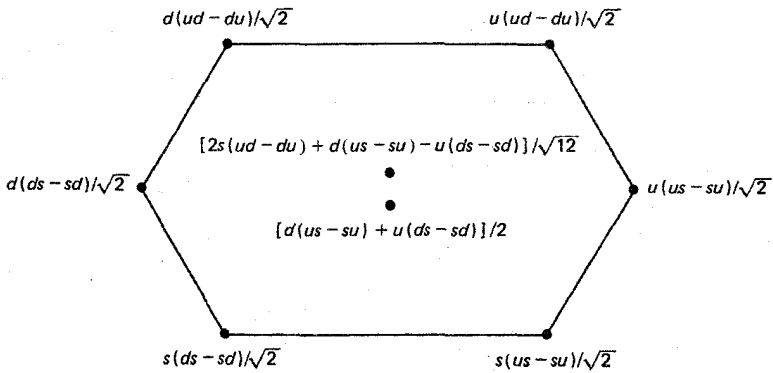
حالت‌های کاملاً متقارن: ψ_s

$(uds - usd + dsu - dus + sud - sdu)/\sqrt{6}$

حالت کاملاً پاد متقارن: ψ_A



نسبت به ۱ و ۲ پاد متقارن: ψ_{12}

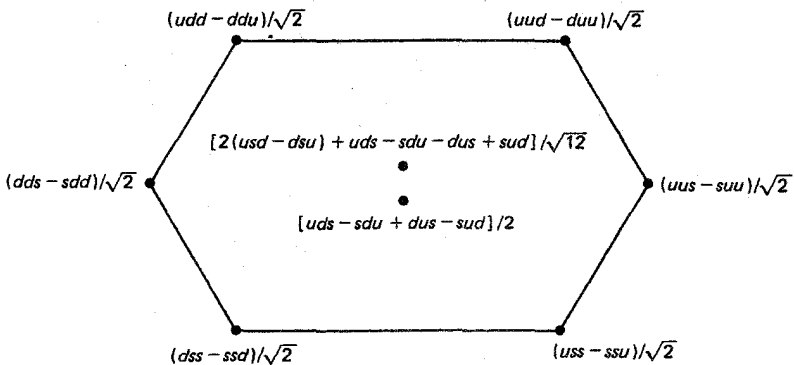


نسبت به ۲ و ۳ پاد متقارن: ψ_{23}

بنابراین ترکیب طعمهای سه کوارک سبک یک ده تایی، یک تک تایی و دو هشت تایی می‌دهد؛ به زبان نظریه گروه، حاصلضرب مستقیم سه نمایش بنیادی $SU(3)$ بنابه قاعده زیر تجزیه می‌شود

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \quad (110-5)$$

ضمناً، می‌توان یک هشت تایی پاد متقارن نسبت به ۱ و ۳ ساخت، ولی این مستقل نیست $(\psi_{12} = \psi_{13} + \psi_{23})$ ؛ زیرا از هر ۲۷ حالت قابل دسترس برای ساختن چهار نمایش ۱۰، ۸، ۸ و ۱ استفاده کرده‌ایم.



نسبت به ۱ و ۳ پاد متقارن: ψ_{13}

سرانجام، مسئله رنگ مطرح است. در فصل ۱، یک قانون کلی که بنا به آن همه ذرات طبیعی بدون رنگ هستند را بیان کردم؛ اگر مزونی حاوی یک کوارک قرمز باشد حتماً حاوی کوارک پاد قرمز نیز باشد، و هر باریون باید دارای یک کوارک از هر رنگ باشد. در واقع، این فرمول بندی ساده‌ای از یک قانون عمیق‌تر است:

هر ذره طبیعی یک تک‌پایه رنگ است

سه رنگ یک تقارن $SU(3)$ رنگ تولید می‌کنند، درست همان‌طور که سه طعم کوارک سبک $SU(3)$ طعم را تولید می‌کنند. اما، تقارن در مورد اول دقیق است — کوارکهای با رنگهای مختلف جرم یکسان دارند — در حالی که تقارن دوم تقریبی است. کوارکهای با طعمهای مختلف جرم متفاوت دارند. با قرار دادن سه رنگ در کنار هم یک ده تایی رنگ، دو هشت‌تایی رنگ و یک تک‌تایی رنگ به دست می‌آوریم (کافی است در نمودار بالا بنویسیم طعم \rightarrow رنگ $u \rightarrow$ قرمز $d \rightarrow$ سبز، $S \rightarrow$ آبی). اما طبیعت تک‌تایی را انتخاب می‌کند، بنابراین برای باریونهای حالت رنگ همواره عبارت است از:

$$\psi(\text{رنگ}) = (rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr) / \sqrt{6} \quad (111-5)$$

چون تابع موج رنگ برای همه باریونها یکسان است، معمولاً نگران گنجاندن صریح آن نیستیم. اما، مهم است که به‌خاطر داشته باشیم که $\psi(\text{رنگ})$ پاد متقارن است، بدین منظور بقیه تابع موج باید متقارن باشد. به‌ویژه، در حالت پایه [با فضایی ψ متقارن] حاصل ضرب (اسپین) ψ و (طعم) ψ باید کاملاً متقارن باشد. فرض کنید با آرایش اسپین متقارن شروع کنیم؛ این باید با حالت طعم متقارن باشد، و ده‌تایی باریونی با اسپین $\frac{3}{2}$ را به دست می‌آوریم:

$$\psi(\text{طعم}) \psi_s(\text{اسپین}) = \psi(\text{ده‌تایی باریونی}) \quad (112-5)$$

مثال ۱-۵

تابع موج Δ^+ را در حالت اسپینی $m_j = -\frac{1}{2}$ بنویسید (قسمتهای فضایی و رنگ مهم نیستند). حل.

$$\begin{aligned} |\Delta^+ : \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\rangle &= [(uud + udu + duu) / \sqrt{3}] [(\downarrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow) / \sqrt{3}] \\ &= [u(\downarrow)u(\downarrow)d(\uparrow) + u(\downarrow)u(\uparrow)d(\downarrow) + u(\uparrow)u(\downarrow)d(\downarrow)] \end{aligned}$$

$$+ u(\downarrow)d(\downarrow)u(\uparrow) + u(\downarrow)d(\uparrow)u(\downarrow) + u(\uparrow)d(\downarrow)u(\downarrow) \\ + d(\downarrow)u(\downarrow)u(\uparrow) + d(\downarrow)u(\uparrow)u(\downarrow) + d(\uparrow)u(\downarrow)u(\downarrow)]/3$$

به‌عنوان مثال، اگر می‌توانستید این ذره را جدا کنید، با احتمال اینکه اولیه کوآرک d با اسپین بالا باشد $\frac{1}{4}$ و احتمال اینکه کوآرک u با اسپین پایین باشد $\frac{1}{4}$ است.

هشت‌تایه باریونی پر در دسترست است، چون باید حالت‌های با تقارن آمیخته را کنار هم بگذاریم تا ترکیبی کاملاً متقارن بسازد. توجیه کنید که حاصل ضرب دو تابع پاد متقارن، متقارن است. بنابراین $\psi_{12}(\text{طعم}) \times \psi_{12}(\text{اسپین})$ نسبت به ۱ و ۲ متقارن است، زیرا با $2 \leftrightarrow 1$ دو علامت منفی به‌دست می‌آید. همین‌طور، $\psi_{23}(\text{طعم}) \cdot \psi_{23}(\text{اسپین})$ نسبت به ۲ و ۳ متقارن است و $\psi_{13}(\text{طعم}) \cdot \psi_{13}(\text{اسپین})$ نسبت به ۱ و ۳ متقارن است. اگر اینها را جمع کنیم، نتیجه به روشنی نسبت به هر سه متقارن است (برای عامل بهنجارش نگاه کنید به مسئله ۵-۲۶):

$$\psi(\text{هشت‌تایه باریونی}) = (\sqrt{2/3})[\psi_{12}(\text{اسپین})\psi_{12}(\text{طعم}) + \psi_{23}(\text{اسپین})\psi_{23}(\text{طعم}) \\ + \psi_{13}(\text{اسپین})\psi_{13}(\text{طعم})] \quad (5-113)$$

مثال ۵-۲

تابع موج اسپین/طعم را برای پروتونی با اسپین بالا بنویسید.

حل.

$$|p : \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)(udu - duu) + \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\downarrow)(uud - udu) \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow)(uud - duu) \right\} \frac{\sqrt{2}}{3} = \{uud(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\ + udu(2\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) + duu(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)\} \frac{1}{3\sqrt{2}} \\ = \frac{2}{3\sqrt{2}}(u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)) - \frac{1}{3\sqrt{2}}(u(\uparrow)u(\downarrow)d(\uparrow)) \\ - \frac{1}{2\sqrt{3}}(u(\downarrow)u(\uparrow)d(\uparrow)) + \text{جایگشتها}$$

امیدوارم لااقل از این تمرین نتیجه گرفته باشید که تشکیل توابع موج باریونها در مدل کوآرکی کار ساده‌ای نیست. غیر از تابع موج فضایی، سه اسپین و سه طعم و سه رنگ وجود دارد که تردستی

طوری باید کنار یکدیگر قرار گیرند که با اصل طرد پائولی سازگار باشد. همچنین مرا ببخشید که توضیح چگونگی تولید هشت تاییه باریونی (به خاطر دارید که ده تاییه را با شمارش ساده کوارک در فصل ۱ به دست آوردم) را با استفاده از سه کوارک به تعویق انداخته‌ام. نکته اساسی آن است که گوشه‌های ده تاییه حاوی سه کوارک یکسان است (uuu و ddd و sss)؛ آنها الزاماً یک حالت طعم متقارن را تشکیل می‌دهند، بنابراین باید حالت اسپین ($\frac{3}{2} = j$) متقارن داشته باشند. با دو کوارک یکسان (مثلاً uud) سه ترتیب وجود دارد (uud, duu, udu)؛ می‌توانید ترکیب خطی متقارنی بسازید که وارد ده تاییه می‌شود و دو تقارن آمیخته که متعلق به هشت تاییه $SU(3)$ است. سرانجام، با سه کوارک متفاوت uds شش امکان وجود دارد — ترکیب خطی کاملاً متقارن ده تاییه را کامل می‌کند، ترکیب کاملاً پادمقارن تک تاییه $SU(3)$ را می‌سازد و چهار تایی باقی مانده به دو هشت تاییه می‌رود. دوباره به نقش اساسی (و پنهان) رنگ در همه اینها توجه کنید. بدون توجه به آن، باید در جستجوی توابع موج اسپین/طعم پادمقارن باشیم؛ اسپین $\frac{3}{2}$ (متقارن) باید با تک تاییه طعم (پادمقارن) همراه باشد. ساختن هشت تاییه اسپین $\frac{1}{2}$ بدون رنگ ممکن است (مسئله ۵-۲۸)، ولی به جای ده تاییه یک باریون با اسپین $\frac{3}{2}$ خواهیم داشت. برای اجتناب از این فاجعه، بدون قربانی کردن اصل پائولی بود که در ابتدا رنگ معرفی شد [۴۵].

۵-۱۰ جرمها و گشتاورهای مغناطیسی باریونی

به عنوان کاربردی از توابع موج اسپین/طعم باریون، اکنون گشتاور دو قطبی مغناطیسی ذرات هشت تاییه را حساب می‌کنیم*. در نبود حرکت مداری گشتاور مغناطیسی خالص باریون به سادگی جمع برداری گشتاورهای سه کوارک تشکیل دهنده آن است:

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \quad (۵-۱۱۴)$$

این به طعم کوارکها بستگی دارد (زیرا سه طعم گشتاورهای مغناطیسی متفاوتی دارند) و به پیکربندی اسپین (که سمبگیری نسبی سه دو قطبی را مشخص می‌کند) بستگی دارد. همان طور که قبلاً گفتیم [معادله (۵-۴۵)] گشتاور دو قطبی ذره نقطه‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ و بار q و جرم m برابر است با**

$$\mu = \frac{q}{mc} S \quad (۵-۴۵)$$

* تا به حال، هیچ گشتاور ده تاییه‌ای اندازه‌گیری نشده است، بنابراین به آن نمی‌پردازیم. همین طور مزونهای شبه نرده‌ای اسپین ندارند، و بنابراین گشتاور مغناطیسی شان صفر است. مزونها برداری گشتاور مغناطیسی دارند، اما تا جایی که می‌دانم اندازه‌گیری نشده‌اند.

** در اینجا تصحیح تابشی را نادیده می‌گیریم، که باید برای کوارکها بزرگتر از الکترونها باشد، اما هنوز کسر کوچکی از گشتاور مغناطیسی کل است.

و اندازه آن برابر است با

$$\mu = \frac{q\hbar}{2mc} \quad (۱۱۵-۵)$$

به‌طور دقیق‌تر، این مقدار μ_z در حالت اسپین بالا است که برای آن $S_z = \hbar/2$ است. اگر بار منفی باشد، μ نیز منفی می‌شود — و این خاطر نشان می‌سازد که گشتاور مغناطیسی در جهت عکس اسپین است. معمولاً به‌جای μ از μ به‌عنوان «گشتاور مغناطیسی» ذره یاد می‌شود. برای کوارک‌ها داریم

$$\mu_u = \frac{2}{3} \frac{e\hbar}{2m_u c}, \quad \mu_d = -\frac{1}{3} \frac{e\hbar}{2m_d c}, \quad \mu_s = -\frac{1}{3} \frac{e\hbar}{2m_s c} \quad (۱۱۶-۵)$$

پس گشتاور مغناطیسی باریون B ، عبارت است از

$$\mu_B = \langle B \uparrow | (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)_z | B \uparrow \rangle = \frac{1}{\hbar} \sum_{i=1}^3 \langle B \uparrow | (\mu_i S_{iz}) | B \uparrow \rangle \quad (۱۱۷-۵)$$

مثال ۳-۵

گشتاور مغناطیسی پروتون را حساب کنید.

حل. تابع موج در مثال ۲-۵ به‌دست آمد. جمله اول برابر است با

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} [u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)]$$

اکنون

$$\begin{aligned} & (\mu_1 S_{1z} + \mu_2 S_{2z} + \mu_3 S_{3z}) |u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)\rangle \\ &= \left[\mu_u \frac{\hbar}{2} + \mu_u \frac{\hbar}{2} + \mu_d \left(-\frac{\hbar}{2} \right) \right] |u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)\rangle \end{aligned}$$

بنابراین سهم این جمله برابر است با

$$\left(\frac{2}{3\sqrt{2}} \right)^2 \frac{\hbar}{2} \sum_{i=1}^3 \langle u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow) | (\mu_i S_{iz}) | u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow) \rangle = \frac{2}{9} (2\mu_u - \mu_d)$$

همین‌طور، جمله دوم $\langle u(\uparrow)u(\downarrow)d(\uparrow) \rangle$ مقدار $\frac{1}{18}\mu_d$ است و همین‌طور جمله سوم*. به همین ترتیب می‌توان هر نه جمله را ارزیابی کرد، اما بقیه جایگشتها هستند، که در آن d در محل ۲ یا ۱ قرار می‌گیرد.

بنابراین، نتیجه عبارت است از:

* توجه کنید که همه چیز به‌نجار است، به‌طوری که مثلاً $\langle u(\uparrow) | u(\uparrow) \rangle = 1$ و حالتها متعامد هستند $\langle u(\uparrow) | u(\downarrow) \rangle = 0$.

اسپین و متناسب یا عکس ضرب جرمها در نظر می‌گیریم. تنها اختلاف در این مورد وجود سه زوج اسپین با رابطه زیر است:

$$M(\text{باریون}) = m_1 + m_2 + m_3 + A' \left[\frac{S_1 \cdot S_2}{m_1 m_2} + \frac{S_1 \cdot S_3}{m_1 m_3} + \frac{S_2 \cdot S_3}{m_2 m_3} \right] \quad (۱۱۹-۵)$$

در اینجا A' [مانند A در معادله (۹۹-۵)] ثابتی است، که آن را طوری تنظیم می‌کنیم تا برازش به داده‌ها بهینه شود.

ضرب اسپینها وقتی که جرم کوارکها برابر باشد ساده می‌شود

$$J^2 = (S_1 + S_2 + S_3)^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + 2(S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3) \quad (۱۲۰-۵)$$

و بنابراین

$$S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3 = \frac{\hbar^2}{2} \left[j(j+1) - \frac{9}{4} \right] \quad (۱۲۱-۵)$$

$$= \begin{cases} \frac{3}{4} \hbar^2, & j = \frac{3}{2} \quad \text{(ده‌تایه به‌ازای)} \\ -\frac{3}{4} \hbar^2, & j = \frac{1}{2} \quad \text{(هشت‌تایه به‌ازای)} \end{cases}$$

پس جرم نوکلئون (پروتون یا نوتون) برابر است با

$$M_N = 3m_u - \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_u^2} A' \quad (۱۲۲-۵)$$

و جرم Δ

$$M_\Delta = 3m_u + \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_u^2} A' \quad (۱۲۳-۵)$$

و جرم Ω^-

$$M_\Omega = 3m_s + \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_s^2} A' \quad (۱۲۴-۵)$$

است. در واقع در حالت ده‌تایه همه اسپینها «موازی» هستند (هر زوج طوری ترکیب می‌شود که

اسپین ۱ شود) بنابراین

$$(S_1 + S_r)^2 = S_1^2 + S_r^2 + 2S_1 \cdot S_r = 2\hbar^2 \quad (125-5)$$

(و همین طور برای ۱ و ۳ یا ۲ و ۳). بنابراین برای ده تاییه

$$S_1 \cdot S_r = S_1 \cdot S_r = S_r \cdot S_r = \frac{\hbar^2}{4} \quad (126-5)$$

[که با معادله (۱۲۱-۵) سازگار است] و بنابراین

$$M_{\Sigma^*} = 2m_u + m_s + \frac{\hbar^2}{4} A' \left(\frac{1}{m_u^2} + \frac{2}{m_u m_s} \right) \quad (127-5)$$

در حالی که

$$M_{\Xi^*} = m_u + 2m_s + \frac{\hbar^2}{4} A' \left(\frac{2}{m_u m_s} + \frac{1}{m_s^2} \right) \quad (128-5)$$

Σ و Λ را می توان با توجه به اینکه کوآرکهای بالا و پایین ترکیب می شوند تا به ترتیب ایزو اسپین ۱ و صفر را بدهند به دست آورد، و برای اینکه تابع موج طعم/اسپین تحت تعویض u و d متقارن باشد باید اسپینها ترکیب شوند تا به ترتیب اسپین کل ۱ و صفر را بسازند. برای Σ ها

$$(S_u + S_d)^2 = S_u^2 + S_d^2 + 2S_u \cdot S_d = 2\hbar^2, \quad \Rightarrow S_u \cdot S_d = \frac{\hbar^2}{4} \quad (129-5)$$

است. در حالی که برای Λ

$$(S_u + S_d)^2 = 0, \quad \Rightarrow S_u \cdot S_d = -\frac{3}{4}\hbar^2 \quad (130-5)$$

با استفاده از این دو نتیجه در معادله (۱۲۱-۵) به دست می آوریم

$$\begin{aligned} M_{\Sigma} &= 2m_u + m_s + A' \left[\frac{S_u \cdot S_d}{m_u m_d} + \frac{(S_1 \cdot S_r + S_1 \cdot S_r + S_r \cdot S_r - S_u \cdot S_d)}{m_u m_s} \right] \\ &= 2m_u + m_s + \frac{\hbar^2}{4} A' \left(\frac{1}{m_u^2} - \frac{2}{m_u m_s} \right) \quad (131-5) \end{aligned}$$

جدول ۶-۵ هشت‌تایه باریونی و جرم‌های ده‌تایه

محاسبه شده	مشاهده شده	باریون
N	۹۳۹	۹۳۹
Λ	۱۱۱۶	۱۱۱۴
Σ	۱۱۷۹	۱۱۹۳
Ξ	۱۳۲۷	۱۳۱۸
Δ	۱۲۳۹	۱۲۳۲
Σ^*	۱۳۸۱	۱۳۸۴
Ξ^*	۱۵۲۹	۱۵۳۳
Ω	۱۶۸۲	۱۶۷۲

و

$$M_{\Lambda} = 2m_u + m_s - \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_u^2} A' \quad (۱۳۲-۵)$$

محاسبه جرم Ξ ها را به عهده شما می‌گذارم (مسئله ۳۲-۵):

$$M_{\Xi} = 2m_s + m_u + \frac{\hbar^2}{4} A' \left(\frac{1}{m_s^2} - \frac{4}{m_u m_s} \right) \quad (۱۳۳-۵)$$

با استفاده از جرم کوارکها در جدول ۴-۴ و انتخاب $\frac{2m_u}{\hbar} \cdot 50 \text{ MeV}/c^2$ برای A' برازش عالی به داده‌های تجربی به دست می‌آوریم (جدول ۶-۵).

مراجع و یادداشتهای

۱. موضوعی که دنبال می‌شود شاید برای بعضی خوانندگان بسیار آشنا و برای بقیه خیلی مختصر باشد. دسته اول امیدوار می‌شوند و با نگاه سطحی به سرعت از آن می‌گذرند. دسته دوم باید به هر کتاب استاندارد کوانتومی مراجعه کنند مانند

D. Park, *Introduction to the Quantum Theory*, 2d Ed. (New York: McGraw-Hill, 1974)

یا

E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, 2d Ed. (New York: Wiley 1970).

۲. به دست آوردن روابط در هر کتاب الکترومغناطیس سطح متوسط پیدا می شود، برای مثال

D. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1981), App. A.

3. Merzbacher (ref.1), p. 184.

4. Merzbacher (ref.1), p. 209.

۵. گزارش فریبده مطالعه تجربی طیف هیدروژن از نیمه قرن نوزدهم تا امروز را در مقاله زیر ببینید

T. W. Hänsch, A. L. Schawlow, and G. W. Series in *Scientific American* (March 1979).

۶. به عنوان مثال نگاه کنید به کتابهای زیر

H. Margenau and G. M. Murphy, *The Mathematics of Physics and Chemistry*, 2d Ed. (Princeton, NJ: Van Nostrand, 1956)

یا

M. Mizushima, *Quantum Mechanics of Atomic Spectra and Atomic Structure* (New York: Benjamin, 1970) Sect. 5. 2.

معادله (۵-۴۰) را می توان به راحتی از قضیه ویرال به دست آورد کتاب

Merzbacher (ref.1), p.168

را ببینید. مقادیر انتظاری توانهای n با فرمول زیبایی کرامر به هم مربوط می شوند. نگاه کنید به کتاب

A. Messiah, *Quantum Mechanics Vol. I* (New York: Wiley, 1958), p. 431.

۷. اگر الکتروپدینامیک موجود در معادله های (۵-۴۳)، (۵-۴۵) و (۵-۴۶) برایتان آشنا نیست.

می توانید به هر کتاب الکتروسیسته و مغناطیس مراجعه کنید. به عنوان مثال

E. M. Purcell, *Electricity and Magnetism*, 2d Ed. (New York: McGraw-Hill, 1985)

یا

J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1975).

۸. به عنوان مثال نگاه کنید به

R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics* (New York: McGraw-Hill, 1959).

۹. در مکانیک کوانتومی با نشان دادن اینکه J و L^2 و S^2 یا ΔH_{so} جابه‌جا می‌شوند، ثابت می‌شود. نگاه کنید به کتاب

Park (ref.1), p. 469.

تعبیر من از ساختار ریز بسیار نزدیک به تعبیر پارک است.

10. W. E. Lamb. Jr., and R. C. Retherford, *Phys. Rev.* **72**, 241(1947).

۱۱. هر مَد بهنجار توابع میدان الکترومغناطیسی به صورت نوسانگر است؛ در مکانیک کوانتومی انرژی حالت پایه نوسانگر هماهنگ صفر نیست بلکه $\frac{1}{2}\hbar\omega$ است. نگاه کنید به کتاب

J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* (New York: McGraw-Hill, 1964), p. 58.

۱۲. برای جزییات نگاه کنید به بخش ۲۱ کتاب زیر

H. A. Bethe and E. E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One-and Two-Electron Atoms* (Berlin: Springer-Verlag, 1957).

۱۳. به عنوان مثال، نگاه کنید صفحه ۲۱۳، مرجع ۲.

۱۴. به عنوان مثال، نگاه کنید به کتاب

D. J. Griffiths, *Am. J. Phys.* **50**, 698 (1982).

15. H. I. Ewen and E. M. Purcell, *Nature* **169**, 356 (1951).

۱۶. نگاه کنید به صفحه ۱۰۹، مرجع ۱۲.

۱۷. طیف پوزیترونیم در بته و سال پیتر (مرجع ۱۲) بخش ۲۳ بررسی شده است. کارهای اخیر را

S. Berko and H. N. Pendelton, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **30**, 543 (1980)
and A. Rich, *Rev. Mod. Phys.* **53**, 127 (1981).

مرور کرده‌اند.

۱۸. نگاه کنید به مرجع ۱۷.

19. T. Appelquist and H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 43 (1975); *Phys. Rev.* **D12**, 1404 (1975).

۲۰. گزارش جالب این اکتشافات را در مقاله «کوارکونیم»

E. D. Bloom and G. J. Feldman in *Scientific American* (May 1982)

آمده است. جزئیات ساختار ریز کوارکونیم و پوزیترونیم کاملاً یکسان نیست. نگاه کنید به کتاب زیر

E. Eichten and F. Feinberg, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 1205 (1979) and *Phys. Rev.* **D23**, 2724 (1981).

۲۱. روشهای دیگر برای برآورد F وجود دارد که تقریباً همان جواب را می‌دهد. نگاه کنید به کتاب زیر

D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1982), p. 209.

22. E. Eichten and K. Gottfried, *Phys. Lett.* **66B**, 286 (1977).

۲۳. «مدل کیسه MIT» یک روش ممکن برای بررسی دستگاههای با کوارک سبک نسبیتی را به قیمت دینامیک بسیار ساده شده مطرح می‌کند. کوارکها ذرات آزاد در نظر گرفته می‌شوند که در یک «کیسه» کروی مجبوس‌اند و با فشار خارجی بی‌پایه‌ای پایدار می‌شوند. محاسبات جالب بسیاری با استفاده از مدل کیسه‌ای انجام شده است، اما کسی مدعی آن نیست که این یک تصویر نسبیتی واقعی از ساختارها درون است. نگاه کنید به کتاب زیر

F. E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons* (London: Academic, 1979), Chapter 18.

۲۴. به‌عنوان مثال نگاه کنید به کتاب

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984), p. 42.

۲۵. ساختار توابع موج مزونی و باریونی روشهای مختلف انجام شده است مثلاً

S. Gasiorowicz and J. L. Rosner, *Am. J. Phys.* **49**, 954 (1981),

یک مقاله غنی شامل اطلاعات مفید و قابل حصول درباره مدل کوارک است.

مسائل

۱-۵ (الف) جرم دوترون $1875.6 \text{ MeV}/c^2$ است. انرژی بستگی آن چقدر است؟ آیا این یک دستگاه نسبیتی است؟

(ب) اگر جرم کوآرک بالا و پایین را مقدار جدول ۴-۴ («جرم مؤثر مزون») در نظر بگیریم، انرژی بستگی پیون چقدر می‌شود؟ آیا دستگاه نسبیتی است؟
 ۵-۲ از معادله (۸-۵) با استفاده از معادله‌های (۱۴-۵) و (۱۵-۵) معادله‌های (۱۶-۵)، (۱۷-۵) و (۱۸-۵) را به دست آورید.
 ۵-۳ نشان دهید که هماهنگی‌های کروی تحت تبدیل پارامتر برحسب زوج و فرد بودن l یا زوج هستند یا فرد. یعنی با

$$P : Y_l^m(\theta, \phi) \rightarrow (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi)$$

۵-۴ با استفاده از معادله‌های (۲۱-۵) و (۲۲-۵)، Y_2^0 ، Y_2^+ و Y_2^- را پیدا کنید. نتایج را با جدول ۱-۵ کنترل کنید.

۵-۵ نشان دهید که قرار دادن معادله (۲۵-۵) در معادله (۲۴-۵) به انرژی‌های بور، معادله (۲۶-۵)، می‌انجامد. [اشاره: اندیشه اصلی حل معادله (۲۴-۵) با سری‌های توانی است، نتایج باید بهنجار باشد. اما اگر قبلاً چنین محاسباتی را ندیده‌اید، بهتر است قبل از اقدام به یک کتاب کوانتومی مراجعه کنید. مثلاً ۶ Merzbacher (ref.1), Chap.10, Sects.5 and 6.]

۵-۶ با استفاده از معادله (۸-۵) تابع موج حالت پایه ψ_{100} را به دست آورید. تحقیق کنید که انرژی مناسب در معادله شرودینگر (۸-۵) صدق می‌کند، و به درستی بهنجار شده است. [پاسخ: $[\psi_{100} = (1/\sqrt{\pi a^3})e^{-r/a}$]

۵-۷ با استفاده از معادله (۲۸-۵)، توابع موج هیدروژن برای $n = 2$ را به دست آورید (چند تابع موج وجود دارد؟)

۸-۵ فرض کنید می‌خواهید یک کمیت دینامیکی $Q(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ — مثلاً انرژی جنبشی $\frac{\mathbf{p}^2}{2m}$ ، انرژی پتانسیل $V(\mathbf{r})$ یا تکانه زاویه‌ای $(\mathbf{r} \times \mathbf{p})$ را به دست آورید. اگر Q را برای همه ذراتی که در حالت یکسان ψ هستند اندازه بگیرید، در حالت کلی نتایج تکرارپذیر به دست نمی‌آورد؛ مکانیک کوانتومی فقط می‌تواند احتمال به دست آوردن جواب مشخص را تعیین کند. به‌ویژه، مقدار میانگین (یا «انتظاری») Q از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\langle Q \rangle = \int \psi^* Q \left(\mathbf{r}, \frac{\hbar}{i} \nabla \right) \psi d^3x$$

(الف) $\langle r \rangle$ ، $\langle r^2 \rangle$ ، $\langle r^{-1} \rangle$ ، $\langle r^{-2} \rangle$ را در حالت پایه هیدروژن حساب کنید. [از تابع موج مسئله ۵-۶ استفاده کنید.]

(ب) مقادیر انتظاری انرژی جنبشی و پتانسیل را در حالت پایه هیدروژن پیدا کنید. آیا جمع

آنها همان طور که انتظار دارید هست؟

۹-۵ با شروع از تصحیح نسبیتی (۴۲-۵) و جفت شدگی اسپین-مدار (۵۱-۵)، فرمول ساختار ریز را به دست آورید.

۱۰-۵ شکافتگی انرژی بین تراز $j = \frac{3}{2}$ و $j = \frac{1}{2}$ برای $n = 2$ (نگاه کنید به شکل ۲-۵) را برحسب الکترون ولت به دست آورید. این مقدار با فاصله $n = 1$ و $n = 2$ انرژیهای بور چه رابطه‌ای دارد؟

۱۱-۵ با استفاده از (۵۳-۵) و (۵۴-۵) گاف انرژی انتقال لمب را بین ترازهای $2S_{1/2}$ و $2P_{1/2}$ در هیدروژن برآورد کنید. بسامد فوتون گسیل شده در این گذار چقدر است؟ [مقدار تجربی 105 MHz است.]

۱۲-۵ فرض کنید A و B دو بردار ثابت هستند. نشان دهید که مقدار انتظاری

$$Q \equiv [3(A \cdot \hat{r})(B \cdot \hat{r}) - (A \cdot B)]$$

در هر حالت با تقارن کروی صفر است. [راهنمایی: ابتدا متقاعد شوید که $\langle Q \rangle$ باید متناسب با $(A \cdot B)$ باشد:

$$\langle Q \rangle = \alpha(A \cdot B)$$

که α ثابت تناسب مستقل از A و B است. برای به دست آوردن α ، حالتی را در نظر بگیرید که A و B موازی هستند، و محور z را در این جهت انتخاب کنید. پس

$$\alpha = \langle (3 \cos^2 \theta - 1) \rangle$$

اکنون انتگرال‌گیری θ را انجام دهید. [توجه کنید که ورود تابع دلخواهی از r به مقدار انتظاری در شناسه آن تأثیری ندارد. به‌ویژه، مقدار انتظاری جمله اول معادله (۵۹-۵) برای یک الکترون در حالت S باید صفر شود.]

۱۳-۵ معادله (۶۱-۵) را به دست آورید. [اشاره: ابتدا با استفاده از (۳۰-۵) نشان دهید که $[L_{n-1}^1(0) = n(n!)]$

۱۴-۵ اگر ساختار ریز، انتقال لمب و شکافتگی فوق ریز را به حساب آوریم، اختلاف ترازهای انرژی $n = 2$ در هیدروژن چقدر می‌شود؟ شکافتگی فوق ریز بین ترازهای $2S_{1/2}$ و $2P_{1/2}$ را پیدا کنید و با انتقال لمب (مسئله ۱۱-۵) مقایسه کنید

۱۵-۵ شکافتگی تراز بور $n = 3$ را در پوزیترونیم تحلیل کنید. چند تراز مختلف وجود دارد و

انرژی نسبی آنها چقدر است؟ نمودار ترازها را مشابه شکل ۷-۵ تشکیل دهید.
۱۶-۵ سطح مقطع $e^+ + e^- \rightarrow 3\gamma$ در پیکربندی اسپینی سه تاییه برابر است با

$$\sigma = \frac{16}{9}(\pi^2 - 9)\alpha^3 \left(\frac{\hbar^2}{m^2 c v} \right)$$

طول عمر پوزیترونیم را در حالت 1^3S_1 پیدا کنید. [پاسخ تجربی $10^{-7} \times 1.45$ است.]
۱۷-۵ فرض کنید ذره A دارای بار e_a ، و ذره B بار e_b ، است. فرض کنید A خیلی سنگین تر از B باشد. همان طور که در فصل ۷ خواهیم دید سطح مقطع فرایند الکترومغناطیسی $A + \bar{A} \rightarrow B + \bar{B}$ برابر است با

$$\sigma = \frac{16\pi}{3} \left(\frac{e_a e_b}{m_a c^2} \right)^2 \frac{c}{v}$$

آهنگ واپاشی «موثونی میونیم» $\mu^+ \mu^-$ را در حالت پایه (الف) برای $\gamma + \gamma$ و (ب) برای $e^+ + e^-$ حساب کنید.

۱۸-۵ درست همان طور که پوزیترونیم، در پیکربندی سه تاییه، به سه فوتون و می باشد (مسئله ۱۶-۵)، مزون ψ (چارمونیم در پیکربندی سه تاییه) به سه گلوئون و پاشیده می شود (گلوئون سپس به ترکیبهای مختلف هادرون تبدیل می شود). در واقع، سطح مقطع $3g \rightarrow c + \bar{c}$ برابر با $e^+ + e^- \rightarrow 3\gamma$ است، فقط $\alpha_s^3 \rightarrow \frac{5}{18}\alpha^3$ می شود (به اصطلاح «ثابت رنگ» است، که چگونگی محاسبه آن را در فصل ۹ خواهید دید). با استفاده از این و فرمولهای مسائل ۱۶-۵ و ۱۷-۵ و معادله (۸۲-۵) «نسبتهای انشعاب» زیر را

$$\Gamma(\psi \rightarrow \text{هادرون}) : \Gamma(\psi \rightarrow e^+ e^-) : \Gamma(\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-)$$

تعیین و آنها را با مقادیر تجربی مقایسه کنید.

۱۹-۵ مزون $\phi(ss\bar{s})$ را مقید در نظر می گیرید یا شبه مقید؟
۲۰-۵ بر مبنای ابعادی، نشان دهید که ترازهای انرژی پتانسیل کاملاً خطی $V(r) = F \cdot r$ باید به شکل

$$E_n = \left(\frac{(F \cdot \hbar)^2}{m} \right)^{1/2} a_n$$

باشد که در آن a_n یا عامل عددی بدون بعد است.

۲۱-۵ با استفاده از نتایج عددی جدول ۲-۵ را جرم چهارتا از سبک‌ترین ψ ها و Υ ها را («پیش‌بینی» و آنها را با نتایج تجربی مقایسه کنید (شکل ۵-۱۰). چه مقدار F_0 بهترین برازش به فاصله‌های تراز را دارد؟ چرا جرمهای محاسبه شده سازگاری بهتری با تجربه ندارند؟

۲۲-۵ بر اساس معادله (۹۹-۵)، با استفاده از مقادیر m_s, m_d, m_u و A داده شده در متن کتاب، جرم همه مزونهای جدول ۳-۵ را حساب کنید. [راهنمایی: برای η, ϕ و ω ، ابتدا جرم $u\bar{u}$ و $d\bar{d}$ و $s\bar{s}$ خالص را پیدا کنید. به عنوان مثال η را به صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$ و $\frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{s})$ در نظر بگیرید.] همچنین این فرمول را برای η' به کار ببرید و به نتیجه فاجعه‌آمیز آن توجه کنید. [برای اظهار نظر درباره مشکل جرم η' نگاه کنید به کتاب

C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions* (New York: Benjamin, 1983), p: 252.]

۲۳-۵ در متن کتاب برای محاسبه جرم کوارکهای سبک شبه نرده‌ای و مزونهای برداری از معادله (۹۹-۵) استفاده کردیم. اما همین فرمول برای سیستمهای دارای کوارک سنگین شامل افسون و زیبایی به کار می‌رود.

(الف) جرم مزونهای شبه‌نرده‌ای $\eta_c(c\bar{c})$ و $D(c\bar{u})$ و $F(c\bar{s})$ و مزونهای برداری متناظر $\psi(c\bar{c})$ و $D^*(c\bar{u})$ و $F^*(c\bar{s})$ را محاسبه و با مقادیر تجربی کتابچه داده‌های ذرات مقایسه کنید.

(ب) همین کار را برای مزونهای «زیبا» $b\bar{u}, b\bar{s}, b\bar{c}$ و $b\bar{b}$ انجام دهید. [تاکنون فقط شبه نرده‌ای $B(b\bar{u})$ و بردار $\Upsilon(b\bar{b})$ به صورت تجربی آشکار شده است.]

۲۴-۵ هشت حالت ψ_{12} در بخش ۹-۵ را بسازید. [راهنمایی: شش‌تای خارجی ساده هستند محتوای کوارکی را با Q و S تعیین می‌کند، و تنها کاری که باید بکنید پادمتقارن کردن آن نسبت به ۱ و ۲ است. برای به دست آوردن دو حالت مرکزی به خاطر داشته باشید که ذره موجود در محل « Σ^0 » با « Σ^+ » و « Σ^- » سه تایی ایزواسپینی را تشکیل می‌دهد؛ سپس Λ را می‌توان با متعامدسازی نسبت به « Σ^0 » و ψ_A ساخت.]

۲۵-۵ تابع موج رنگ مزونها، مشابه معادله (۱۱۱-۵) را به دست آورید.

۲۶-۵ بررسی کنید که تابع موج اسپین/طعم هشت‌تاییه باریونی (۱۱۳-۵) به درستی بهنجار شده است. به خاطر داشته باشید که ψ_{12} مستقل از ψ_{12} و ψ_{22} نیست.

۲۷-۵ توابع موج اسپین-طعم را، مانند مثال ۲-۵، برای Σ^+ با اسپین بالا و Λ با اسپین پایین بنویسید.

۲۸-۵ یک هشت‌تاییه باریونی اسپین/طعم کاملاً پادمتقارن تدوین کنید. [در این پیکربندی برای پادمتقارن کردن تابع موج نیازی به رنگ نداریم. اما، نمی‌توان یک ده‌تاییه پاد متقارن تدوین کرد.] (نگاه کنید به کتاب (Halzen and Martin, ref. 24, Exercise 2.18).

۲۹-۵ (الف) عبارتهای ستون دوم جدول ۵-۵ را به دست آورید.

(ب) از این نتایج، اعداد ستون سوم جدول ۵-۵ را محاسبه کنید.

۳۰-۵ نسبت μ_n/μ_p را برای پیکربندی به دست آمده در مسئله ۲۸-۵ محاسبه کنید. توجه کنید که μ_p در این حالت منفی است (!). آیا نتیجه شما با تجربه سازگار است؟ (در اینجا، ضربه دوم به مدل کوآرک بدون رنگ وارد می‌شود، اولین ضربه ناتوانی در توجیه کردن ده تایه است.)

۳۱-۵ نشان دهید که $\mu_p = -\mu_p = \mu_p$. (نگاه کنید به کتاب

(Halzen and Martin, ref. 24, Exercise 2.19.

۳۲-۵ با استفاده از معادله (۱۱۹-۵) جرم Ξ را حساب کنید.

حساب فاینمن

در این فصل فرمولبندی کمی دینامیک ذرات بنیادی را آغاز می‌کنیم، که در عمل محاسبه آهنکهای واپاشی (Γ) و سطح مقطعهای پراکندگی (σ) است. روال کار شامل دو بخش مجزاست. (۱) ارزیابی نمودارهای فاینمن مربوطه برای تعیین «دامنه» (\mathcal{M}) در فرایند مورد نظر و (۲) وارد کردن \mathcal{M} در «قاعده طلایی» فرمی برای محاسبه Γ یا σ ، برحسب مورد. برای اجتناب از پیچیدگیهای جبری گیج‌کننده مدل ساده شده‌ای را مطرح می‌کنیم. نظریه‌های واقعی — QED ، QCD و GWS — در فصلهای بعد تشریح می‌شوند. اگر بخواهید، می‌توانید فصل ۶ را بلافاصله پس از فصل ۳ بخوانید. این فصل را با دقت و آگاهانه بخوانید، در غیر این صورت مطالب پس از آن غیرقابل فهم خواهند بود.

۱-۶ طول عمرها و سطح مقطعها

همان‌طور که در مقدمه ذکر شد، سه‌گانه تجربی برای برهم‌کنشهای ذرات بنیادی داریم: حالت‌های مقید، واپاشیها و پراکندگی. مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی (در فرمولبندی شرودینگر) برای پرداختن به حالت‌های مقید مناسب است و بدین دلیل آن را تا اندازه ممکن در فصل ۵ به‌کار بردیم، برعکس، نظریه نسبیتی برای توصیف واپاشیها و پراکندگی، نظریه نسبیتی (فرمولبندی فاینمنی) بسیار مناسب

است. در این فصل، ایده‌های اصل بنیادی و راهبردهای «حساب» فاینمن را معرفی می‌کنیم؛ در فصلهای بعد از آن در جهت گسترش نظریه‌های برهم‌کنشهای قوی، الکترومغناطیسی و ضعیف استفاده می‌کنیم.

در ابتدا، باید بدانیم چه کمیت‌های فیزیکی را می‌خواهیم محاسبه کنیم. در مورد واپاشیها، مورد توجه‌ترین مورد طول عمر ذره مورد نظر است. منظور دقیقی ما از طول عمر، مثلاً موئون چیست؟ البته منظور ما، یک موئون در حال سکون است؛ موئون متحرک (از دیدگاه ما)، به واسطهٔ اتساع زمان، عمر طولانی‌تری دارد. اما حتی موئونهای ساکن همگی یک اندازه دوام نمی‌آورند، زیرا عاملی ذاتاً کاتوره‌ای در فرایند واپاشی وجود دارد. نمی‌توان امیدوار به محاسبهٔ طول عمر یک موئون خاص بود؛ بلکه، در پی آنیم که طول عمر میانگین (یا متوسط)، τ ، موئون را در یک نمونهٔ بزرگ محاسبه کنیم. اما، ذرات بنیادی هیچ حافظه‌ای ندارند، بنابراین احتمال اینکه یک موئون در یک میکروثانیه بعد واپاشد به اینکه چقدر قبل از آن خلق شده است بستگی ندارد. (این موضوع در دستگاههای زیستی کاملاً متفاوت است: احتمال مرگ یک مرد ۸۰ ساله در سال آینده بسیار بیشتر از یک مرد ۲۰ ساله است و بدن وی علایم هشت دهه فرسودگی را نشان می‌دهد. اما همهٔ موئونها بدون توجه به زمان تولیدشان یکسان‌اند، از دیدگاه واقعی، همهٔ آنها در شرایط یکسان قرار دارند.) پس پارامتر مهم، آهنگ واپاشی، Γ ، احتمال به‌ازای واحد زمان است که هر موئون معین فرد بپاشد. اگر مجموعهٔ بزرگی از موئونها، مثلاً $N(t)$ موئون در زمان t داشته باشیم، $N\Gamma dt$ از آنها در زمان dt پس از آن وامی‌پاشند. البته، این عمل باعث کاهش تعداد موئونهای باقیمانده می‌شود:

$$dN = -\Gamma N dt \quad (۱-۶)$$

که از آن نتیجه می‌شود

$$N(t) = N(0)e^{-\Gamma t} \quad (۲-۶)$$

بدیهی است که تعداد ذرات باقیمانده با گذشت زمان به‌صورت نمایش کاهش می‌یابد. همان‌طور که خودتان می‌توانید بررسی کنید (مسئله ۱-۶) طول عمر متوسط عکس آهنگ واپاشی است:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \quad (۳-۶)$$

در واقع، اغلب ذرات می‌توانند به‌راههای مختلف واپاشند. برای مثال، π^+ معمولاً به $\mu^+ + \nu_\mu$ وامی‌پاشد، اما در بعضی موارد به‌صورت $e^+ + \nu_e$ و گاهی به $\mu^+ + \nu_\mu + \gamma$ وامی‌پاشد، حتی دیده شده است که به $e^+ + \nu_e + \pi^0$ نیز واپاشی کند. در این شرایط آهنگ واپاشی کل مجموع

آهنگ تک تک واپاشیهاست:

$$\Gamma_{\text{کل}} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \quad (۴-۶)$$

و طول عمر ذره عکس کل Γ است:

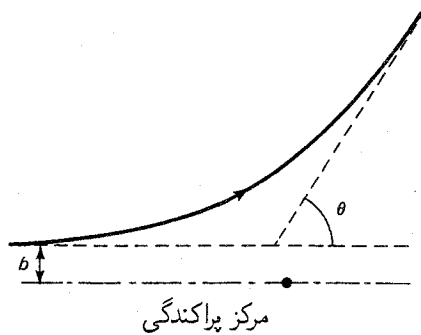
$$\tau = 1/\Gamma_{\text{کل}} \quad (۵-۶)$$

علاوه بر τ ، می‌خواهیم نسبت‌های انشعاب مختلف، یعنی کسری از ذرات که به‌صورت خاصی وامی‌باشد را حساب کنیم. نسبت‌های انشعاب را آهنگهای واپاشی تعیین می‌کند:

$$\Gamma_i/\Gamma_{\text{کل}} = \text{نسبت انشعاب برای } i\text{امین مد واپاشی} \quad (۶-۶)$$

پس مسئله اساسی در واپاشیها محاسبه آهنگ واپاشی Γ_i برای هر مد واپاشی است؛ از آنجا به‌دست آوردن طول عمر و نسبت‌های انشعاب کار ساده‌ای است.

اما پراکندگی چگونه است؟ آزمایشگر چه کمیتی را باید اندازه‌گیری کند و نظریه‌پرداز چه چیزی را باید محاسبه کند؟ اگر درباره تیراندازی که «چشم گاوی» را نشانه گرفته است صحبت می‌کردیم، پارامتر مورد علاقه ما اندازه هدف یا به عبارت دقیق‌تر سطح مقطعی بود که در معرض تیرهای فرودی قرار دارد. تقریباً، همین مسئله برای پراکندگی ذرات بنیادی صادق است: اگر جریانی از الکترون ما را به یک مخزن هیدروژن (که اساساً مجموعه‌ای از پروتون‌هاست) شلیک کنید، پارامتر مورد توجه اندازه پروتون است — یعنی سطح مقطع σ که در مقابل باریکه فرودی قرار می‌گیرد. اما، به چند دلیل وضعیت پیچیده‌تر از مورد تیراندازی است؛ قبل از هر چیز، هدف «فرم» است و مورد ساده «خوردن یا نخوردن» در کار نیست، بلکه «هر چه نزدیک‌تر شوید انحراف بیشتر می‌شود.» با وجود این، هنوز می‌توان یک سطح مقطع «مؤثر» تعریف کرد؛ چگونگی کار را در پاراگراف بعد نشان می‌دهیم. ثانیاً، سطح مقطع علاوه بر ساختار «هدف» به سرشت «بیکان»‌ها نیز بستگی دارد. الکترون‌ها با شدت بیشتر از نوترینوها و کمتر از میونها از هیدروژن پراکنده می‌شوند، زیرا برهم‌کنشهای دخیل متفاوت هستند. پراکندگی به ذرات خروجی نیز بستگی دارد؛ اگر انرژی به اندازه کافی زیاد باشد، نه تنها پراکندگی کشسان ($e + p \rightarrow e + p$) بلکه انواع فرایندهای ناکشسان نظیر $e + p \rightarrow e + p + \gamma$ یا $e + p + \pi^0$ و یا حتی $\nu_e + \Lambda$ نیز خواهیم داشت. هر یک از اینها دارای سطح مقطع پراکندگی مخصوص به خود، σ_i (برای فرایند i ام) است. اما، در برخی آزمایشها محصولات نهایی بررسی نمی‌شوند و فقط به سطح مقطع کل (فراگیر) علاقه‌مندیم.



شکل ۱-۶ پراکندگی از پتانسیل تثبیت شده: θ زاویه پراکندگی، b پارامتر برخورد است.

$$\sigma_{\text{کل}} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \quad (۷-۶)$$

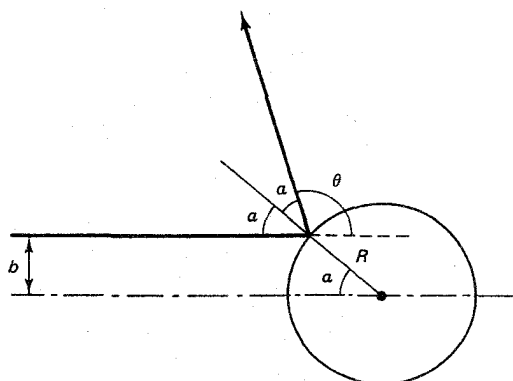
سرانجام، هر سطح مقطع نوعاً تابع سرعت ذرات فرودی است. در ابتدایی‌ترین سطح شاید انتظار داشته باشیم که سطح مقطع متناسب با مدت زمانی باشد که ذره فرودی در نزدیکی هدف سپری می‌کند، یعنی σ باید برعکس v متناسب باشد. اما این رفتار در حوالی «تشدید» — انرژی خاصی که در آن ذرات دخیل مایل به برهم‌کنش هستند، و قبل از دورشدن از هم حالتی نیمه مقید با عمر کوتاه را تشکیل می‌دهند، به صورت بارزی تغییر می‌کند. در واقع، این «برآمدگی» ها در نمودار σ برحسب v (یا در نمودار متداول‌تر σ برحسب E) وسیله‌ای هستند که به کمک آنها می‌توان ذرات با عمر کوتاه را کشف کرد (نگاه کنید به شکل ۴-۶). پس، برخلاف هدف تیرانداز، فیزیک زیادی در سطح مقطع ذره بنیادی وجود دارد.

اکنون، به این پرسش که منظورمان از سطح مقطع وقتی هدف «نرم» است چیست، برمی‌گردیم. فرض کنید یک ذره (مثلاً الکترون) با پتانسیلی (مثلاً پتانسیل کولنی یک پروتون ساکن) مواجه و در زاویه θ پراکنده شود. این زاویه پراکندگی تابعی از پارامتر برخورد b یعنی فاصله ذره فرودی تا مرکز پراکندگی در صورتی است که ذره در مسیر اولیه‌اش به حرکت ادامه می‌داد (شکل ۱-۶). معمولاً، هر چه پارامتر برخورد کوچکتر باشد، انحراف بیشتر است، اما شکل تابع واقعی $\theta(b)$ به پتانسیل خاص دخیل بستگی دارد.

مثال ۱-۶

پراکندگی کره سخت

فرض کنید ذره‌ای به طور کشسان از کره‌ای به شعاع R بگردد. از شکل ۲-۶ داریم:



شکل ۲-۶ پراکندگی از کره سخت.

$$b = R \sin \alpha, \quad 2\alpha + \theta = \pi$$

$$\sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{پس:}$$

$$b = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{یا} \quad \theta = 2 \cos^{-1}\left(\frac{b}{R}\right) \quad \text{و در نتیجه:}$$

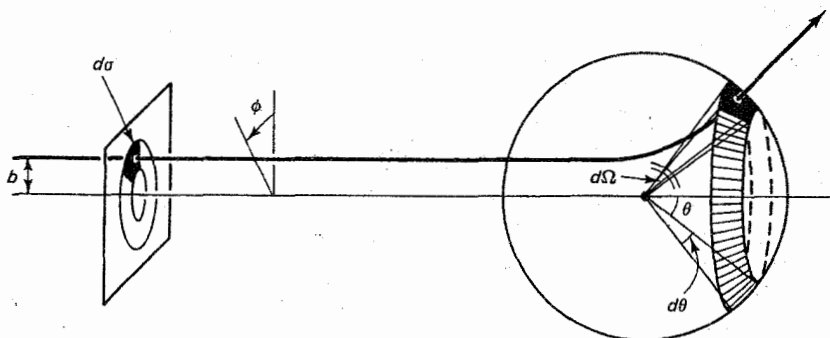
این رابطه‌ای بین θ و b برای پراکندگی کلاسیک کره سخت است.

اگر ذره با پارامتر برخوردی بین b و $b + db$ وارد شود، در زاویه پراکندگی بین θ و $\theta + d\theta$ خارج می‌شود. در حالت کلی، اگر ذره از سطح بی‌نهایت کوچک $d\sigma$ بگذرد، در زاویه فضایی متناظر $d\Omega$ پراکنده می‌شود (شکل ۳-۶). طبیعی است که هر چه $d\sigma$ را بزرگتر کنیم، $d\Omega$ بزرگتری حاصل می‌شود. ضریب تناسب سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی D ، نامیده می‌شود:

$$d\sigma = D(\theta) d\Omega \quad (۸-۶)$$

اصولاً D ممکن است به زاویه سمتی ϕ بستگی داشته باشد؛ اما، اغلب پتانسیل‌های مورد نظر تقارن کروی دارند، و در این موارد سطح مقطع دیفرانسیلی فقط تابع θ (یا، اگر ترجیح می‌دهید، b) است. در ضمن نماد D را خودم انتخاب کرده‌ام؛ و اغلب مردم آن را با $d\sigma/d\Omega$ نشان می‌دهند و در بقیه کتاب به اصطلاحات استاندارد برمی‌گردم. نام «سطح مقطع دیفرانسیلی» انتخاب بدی است؛ زیرا به لحاظ ریاضی اصلاً دیفرانسیل نیست (کلمات برای $d\sigma$ مناسب‌ترند تا برای $d\sigma/d\Omega$).

حال، از شکل ۳-۶ می‌بینیم که



شکل ۳-۶ ذره فرودی از سطح $d\sigma$ به زاویه فضایی $d\Omega$ پراکنده می‌شود.

$$d\sigma = |b \, db \, d\phi|, \quad d\Omega = |\sin \theta \, d\theta \, d\phi| \quad (۹-۶)$$

(مساحتها و زاویه‌های فضایی ذاتاً مثبت‌اند، بنابراین درون قدرمطلق قرار گرفته‌اند). پس،

$$D(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{d}{\sin \theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right) \right| \quad (۱۰-۶)$$

مثال ۲-۶

برای پراکندگی کره سخت مثال ۱-۶ داریم:

$$\frac{db}{d\theta} = -\frac{R}{2} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

و در نتیجه

$$D(\theta) = \frac{Rb \sin(\theta/2)}{2 \sin \theta} = \frac{R^2 \cos(\theta/2) \sin(\theta/2)}{2 \sin \theta} = \frac{R^2}{4}$$

سرانجام، سطح مقطع کل انتگرال $d\sigma$ روی تمام زاویه‌های فضایی است:

$$\sigma = \int d\sigma = \int D(\theta) d\Omega \quad (۱۱-۶)$$

مثال ۳-۶

برای پراکندگی کره سخت

$$\sigma = \int \frac{R^2}{4} d\Omega = \pi R^2$$

که البته کل سطح مقطعی است که کره در معرض باریکه فرودی قرار می‌دهد: هر ذره درون این سطح پراکنده می‌شود و هر ذره خارج از آن بدون انحراف عبور می‌کند.

همان‌طور که در مثال ۳-۶ نشان می‌دهد، صورتگرایی به‌دست آمده در این مورد با احساس طبیعی ما از جمله سطح مقطع در مورد هدف «سخت» سازگاری دارد؛ و مزیت آن در این است که می‌توان آن را برای هدفهای «نرم» که لبه‌های تیز ندارند، نیز به‌کار برد.

مثال ۴-۶

پراکندگی رادرفورد

ذره‌ای با بار q_1 از ذره ساکنی با بار q_2 پراکنده می‌شود. در مکانیک کلاسیک رابطه پارامتر برخورد با زاویه پراکندگی به‌صورت زیر است [۱]

$$b = \frac{q_1 q_2}{\gamma E} \cot(\theta/2)$$

که در آن E انرژی جنبشی اولیه بار فرودی است. بنابراین سطح مقطع دیفرانسیلی برابر است با

$$D(\theta) = \left(\frac{q_1 q_2}{4E \sin^2(\theta/2)} \right)^2$$

در این مورد سطح مقطع کل بینهایت است*.

$$\sigma = 2\pi \left(\frac{q_1 q_2}{4E} \right)^2 \int_0^\pi \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin \theta \, d\theta = \infty$$

اکنون فرض کنید باریکه‌ای از ذرات فرودی با درخشندگی یکنواخت \mathcal{L} (تعداد ذراتی است که در واحد زمان از واحد سطح می‌گذرند) داریم. پس $dN = \mathcal{L} \, d\sigma$ تعداد ذراتی است که در واحد زمان از سطح $d\sigma$ می‌گذرند، و در نتیجه تعدادی است که در واحد زمان در زاویه فضایی $d\Omega$ پراکنده می‌شوند:

$$dN = \mathcal{L} \, d\sigma = \mathcal{L} D(\theta) d\Omega$$

پس

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = D(\theta) = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega} \quad (۱۲-۶)$$

اغلب این رابطه روش راحت‌تری برای مجسم کردن سطح مقطع دیفرانسیلی است: تعداد ذراتی که در واحد زمان به زاویه فضایی $d\Omega$ پراکنده شده‌اند تقسیم بر $d\Omega$ و درخشندگی. (یا چنانکه

* این امر به این واقعیت که برد پتانسیل کولنی بینهایت است مربوط می‌شود (پانوشت صفحه ۲۲ متن را ببینید).

فیزیکدانان شتابدهنده‌ها دوست دارند مطرح کنند، «آهنگ رویدادها برابر است با سطح مقطع ضربدر درخشندگی»^[۱]*

۲-۶ قاعدهٔ طلایی

در بخش ۱-۶ کمیتهای فیزیکی اصلی را که باید محاسبه کنیم مانند آهنگ واپاشیها و سطح مقطعیهای پراکندگی مطرح کردیم. در هر مورد روش کار دارای دو جزء (۱) دامنهٔ (\mathcal{M}) فرایند و (۲) فضای فاز موجود است. ** دامنه حاوی تمام اطلاعات دینامیکی است؛ آن را با ارزیابی نمودارهای فاینمن مناسب و استفاده از «قواعد فاینمن» مناسب برهم‌کنش مورد نظر، محاسبه می‌کنیم. عامل فضای فاز فقط شامل اطلاعات سینماتیکی است؛ و فقط به جرمها، انرژیها و تکانهٔ شرکت‌کنندگان بستگی دارد، و بازتاب این واقعیت است که یک فرایند معین احتمال وقوع بیشتری دارد، یعنی «جای مانور» بیشتری در حالت‌های نهایی وجود دارد. مثلاً، در واپاشی یک ذرهٔ سنگین به تعدادی ذرهٔ سبک‌تر ثانویه، عامل اصلی فضای فاز بزرگتری دخیل است، زیرا راه‌های مختلف بسیاری برای تقسیم انرژی بین آنها وجود دارد. برعکس، واپاشی نوترون ($n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$) که در آن جرم اضافی اندکی برای تبدیل به انرژی وجود دارد، به شدت محدود می‌شود و عامل فضای فاز بسیار کوچک است***.

آهنگ گذار برای یک فرایند معین را دامنه و فضای فاز طبق «قاعدهٔ طلایی» فرمی تعیین می‌کند:

$$(۱۳-۶) \quad (\text{فضای فاز}) \times |\mathcal{M}|^2 = \frac{2\pi}{h} \text{ آهنگ گذار}$$

به‌دست آوردن قاعدهٔ طلایی غیرنسبیتی را در هر کتاب مکانیک کوانتومی می‌توان یافت [۲]. برای نسخهٔ نسبیتی آن باید به کتابی در زمینهٔ نظریهٔ میدان کوانتومی رجوع کرد [۳]. در اینجا وارد جزئیات آن نمی‌شویم و برای مقاصد ما کافی است فرمولبند کمی قاعدهٔ طلایی را برای دو حالت مورد نظرمان ذکر کنیم.

* در این بحث فرض کرده‌ایم که خود هدف ساکن است، و ذرهٔ فرودی درگذر از پتانسیل پراکننده منحرف می‌شود. هدف من معرفی ایده‌های اساسی به ساده‌ترین شکل ممکن است. اما در بخش ۲-۶ صورتگرایی کاملاً کلی است؛ بحث شامل پس‌زنی هسته هدف، و مجاز بودن تغییر هویت ذرات در فرایند پراکندگی است. (مثلاً در واکنش $\pi^- + p^+ \rightarrow K^+ + \Sigma^-$ می‌تواند نشانگر زاویهٔ فضایی باشد که مثلاً K^+ به آن پراکنده می‌شود).

** دامنه را جزء ماتریس نیز می‌نامند و گاهی به فضای فاز، چگالی حالت‌های نهایی می‌گویند.

*** برای حالت حدی واپاشی $\bar{K}^0 \rightarrow \Xi^- + \Omega^-$ (ممنوع سینماتیکی) را در نظر بگیرید. چون جرم محصولات نهایی کمتر از Ω است، هیچ فضای فازی موجود نیست و آهنگ واپاشی صفر است.

قاعدهٔ طلایی برای واپاشیها. فرض کنید ذره ۱، به چند ذره ۲، ۳، ۴، ...، n واپاشد.

$$1 \rightarrow 2 + 3 + 4 + \dots + n \quad (۱۴-۶)$$

آهنگ واپاشی از فرمول* زیر به دست می آید

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2\hbar m_1} \left[\left(\frac{c d^r \mathbf{p}_r}{(2\pi)^3 2E_r} \right) \left(\frac{c d^r \mathbf{p}_r}{(2\pi)^3 2E_r} \right) \dots \left(\frac{c d^r \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n) \quad (۱۵-۶)$$

که در آن $p_i = (E_i/c, \mathbf{p}_i)$ چارتکانهٔ ذره i ام (به جرم m_i و در نتیجه $m_i^2 c^4 = E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 c^2$) است. ** تابع دلتا*** پایستگی انرژی و تکانه را اعمال می کند، این تابع صفر است مگر اینکه $p_1 = (m_1 c, 0)$ ذرهٔ واپاشنده در حال سکون فرض شده است $p_1 = p_2 + p_3 + \dots + p_n$. S حاصلضرب عواملی آماری است که برای هرگروهی از n ذره یکسان در حالت نهایی $1/j!$ است.

معادلهٔ (۱۵-۶) آهنگ دیفرانسیلی را برای یک واپاشی تعیین می کند که در آن سه تکانهٔ ذرهٔ ۲ در محدودهٔ $d^3\mathbf{p}_2$ حول مقدار \mathbf{p}_2 ، و سه تکانهٔ ذرهٔ ۳ در محدودهٔ $d^3\mathbf{p}_3$ حول \mathbf{p}_3 و مانند آن باشد. معمولاً، به تک تک تکانه های محصولات واپاشی علاقه مند نیستیم، و بنابراین برای به دست آوردن آهنگ واپاشی کل Γ برای مد مورد بررسی (۱۴-۶) روی تمام تکانه های خروجی انتگرال می گیریم. به ویژه، اگر فقط دو ذره در حالت نهایی وجود داشته باشد داریم:

$$\Gamma = \frac{S}{\hbar m_1} \left(\frac{c}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{2} \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{E_2 E_3} \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) d^3\mathbf{p}_2 d^3\mathbf{p}_3 \quad (۱۶-۶)$$

به طور کلی، دامنهٔ \mathcal{M} تابعی از \mathbf{p}_2 و \mathbf{p}_3 است و نمی توان آن را از انتگرال خارج کرد. با وجود این، برای واپاشی دو جسمی، همان طور که دو مثال زیر نشان می دهند، می توان بدون دانستن شکل تابعی \mathcal{M} ، انتگرال را صریحاً محاسبه کرد. چون در حالت عمومی (مثال ۶-۶) پیچیدگیهای جبری * اگر ضرایب مختلف c ، 4π و نظایر آن را یکجا بنویسید فرمول ساده تر به نظر می رسد، اما وقتی به شکل نشان داده شده دسته بندی می شوند، ساختار آن واضح تر است.

** توجه کنید این رابطه E_i را برحسب \mathbf{p}_i می دهد: $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$ ؛ در واقع تا جایی که معادله (۱۵-۶) مورد توجه باشد، باید به E_i به مثابه کوتاه نویسی این عبارت نگریست.

*** کسانی که با تابع دلتای دیراک آشنا نیستند، باید قبل از ادامه کار پیوست A را مطالعه کنند.

دخیل‌اند، ابتدا حالت خاصی را که محصولات واپاشی هر دو بدون جرم باشند در نظر می‌گیریم (مثال ۵-۶).

مثال ۵-۶

ذره‌ای به جرم m به دو ذرهٔ ثانویه بدون جرم و امی باشد (مثلاً $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^0$). اگر دامنه برای این فرایند $\mathcal{M}(p_1, p_2)$ باشد، آهنگ واپاشی را بیابید.

حل. ابتدا با استفاده از این واقعیت که $E_1 = mc^2$ و $p_1 = 0$ تابع دلتا را بازنویسی می‌کنیم:

$$\delta^2(p_1 - p_2 - p_3) = \delta\left(mc - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c}\right) \delta^2(-p_2 - p_3) \quad (۱۷-۶)$$

چون $m_2 = m_3 = 0$ ، داریم $E_2 = |p_2|c$ ، $E_3 = |p_3|c$ ، پس

$$\Gamma = \frac{S}{\hbar m} \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{2} \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{|p_2||p_3|} \times \delta(mc - |p_2| - |p_3|) \delta^2(-p_2 - p_3) d^2p_2 d^2p_3 \quad (۱۸-۶)$$

سپس برای انتگرال‌گیری روی p_3 از $\delta^2(-p_2 - p_3)$ استفاده می‌کنیم. این کار با جایگزینی ساده هر p_3 با $-p_2$ صورت می‌گیرد که بازتاب پایستگی تکانه است:

$$\Gamma = \frac{S}{2(4\pi)^2 \hbar m} \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{|p_2|^2} \delta(mc - 2|p_2|) d^2p_2 \quad (۱۹-۶)$$

در این مرحله $|\mathcal{M}|^2$ فقط تابعی از p_2 است؛ در واقع چون $|\mathcal{M}|^2$ یک اسکالر است، فقط می‌تواند به $|p_2|$ وابسته باشد*. با رفتن به مختصات کروی،

$$d^2p_2 = |p_2|^2 d|p_2| \sin\theta d\theta d\phi \quad (۲۰-۶)$$

و انتگرال‌گیری زاویه‌ای، $\int \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi$ ، داریم،

$$\Gamma = \frac{S}{\lambda\pi\hbar m} \int_0^\infty |\mathcal{M}|^2 \delta(mc - 2|p_2|) d|p_2| \quad (۲۱-۶)$$

اکنون داریم [نگاه کنید به معادله (الف-۹)]:

$$\delta(mc - 2|p_2|) = \frac{1}{2} \delta\left(|p_2| - \frac{mc}{2}\right) \quad (۲۲-۶)$$

* اگر ذرات اسپین داشته باشند، ممکن است $|\mathcal{M}|^2$ به $(\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{S}_j)$ و $(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j)$ نیز وابسته باشد، با این حال چون آزمایشها به‌ندرت سمتگیری اسپین را اندازه می‌گیرند، اغلب با دامنه‌های با میانگین‌گیری اسپینی کار می‌کنیم. در این مورد همانند مورد اسپین ۰، تنها برداری که دیده می‌شود \mathbf{p}_2 و تنها متغیر نزده‌ای p_2^2 است.

و نتیجه می گیریم که:

$$\Gamma = \frac{S}{\sqrt{6}\pi\hbar m} |\mathcal{M}|^2 \quad (23-6)$$

که در آن \mathcal{M} در تکانه‌ای که از قانون پایستگی $p_r = -p_r$ و $|p_r| = mc/2$ به دست می آید، محاسبه شود.*

مثال ۶-۶

واپاشی دوجسمی

اکنون حالت عمومی واپاشی دوجسمی را در نظر بگیرید، که در آن ذرات خروجی دارای جرم m_1 و m_2 هستند. با فرض معلوم بودن \mathcal{M} ، آهنگ واپاشی را بیابید.

حل. مجدداً، مانند (معادله ۶-۱۷) با بازنویسی تابع دلتا شروع می کنیم، و روی p_r انتگرال می گیریم. اما در اینجا $E_1 = c\sqrt{m_1^2 c^2 + p_r^2}$ ، $E_2 = c\sqrt{m_2^2 c^2 + p_r^2}$ ، بنابراین به جای معادله (۶-۱۹) داریم:

$$\Gamma = \frac{S}{2(4\pi)^2 \hbar m_1} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta(m_1 c - \sqrt{m_1^2 c^2 + p_r^2} - \sqrt{m_2^2 c^2 + p_r^2})}{\sqrt{m_1^2 c^2 + p_r^2} \sqrt{m_2^2 c^2 + p_r^2}} d^3 p_r \quad (24-6)$$

مانند قبل، $|\mathcal{M}|^2$ فقط تابعی از $|p_r|$ است، بنابراین مختصات کروی را وارد می کنیم و انتگرال زاویه‌ای را می گیریم:

$$\Gamma = \frac{S}{4\pi\hbar m_1} \int_0^\infty \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta(m_1 c - \sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} - \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2})}{\sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2}} \rho^2 d\rho \quad (25-6)$$

که در آن ρ کوتاه‌نویسی برای $|p_r|$ است. می توان از فرمول کلی (الف-۱۳) برای تحویل تابع دلتای باقی مانده استفاده کرد، اما ساده تر، و روشگرا نه تر، آن است که تبدیل متغیر زیر را به کار ببریم:

$$E \equiv c(\sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} + \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2}) \quad (26-6)$$

(از نظر فیزیکی، E معرف انرژی کل ذرات خروجی است—به همین دلیل حرف E انتخاب شده است.) از این رابطه نتیجه می شود

$$dE = \frac{E\rho}{\sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2}} d\rho \quad (27-6)$$

* در مورد خاص $\pi^- \rightarrow \gamma + \gamma$ دو ذره یکسان در حالت نهایی وجود دارد، پس $S = \frac{1}{2}$. برای $\pi^- \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ ، $S = 1$.

و بنابراین

$$\Gamma = \frac{S}{\lambda \pi \hbar m_1} \int_{(m_1 + m_2)c^2}^{\infty} |\mathcal{M}|^2 \frac{\rho}{E} \delta\left(m_1 c - \frac{E}{c}\right) dE \quad (28-6)$$

اما [معادله (۹-۹)]

$$\delta(m_1 c - E/c) = c \delta(E - m_1 c^2) \quad (29-6)$$

و نتیجه می‌گیریم که:

$$\Gamma = \frac{S |\mathcal{M}|^2 \rho_0}{\lambda \pi \hbar m_1^2 c} \quad (30-6)$$

به شرط آنکه $m_1 > (m_2 + m_3)$ ؛ در غیر این صورت قله تابع دلتا خارج از ناحیه انتگرال‌گیری می‌افتد و $\Gamma = 0$ می‌شود، که نشان می‌دهد ذره نمی‌تواند به ذرات ثانویه سنگین‌تر واپاشد. در اینجا ρ_0 مقدار ρ برای $E = m_1 c^2$ است. با حل معادله (۲۶-۶) درمی‌یابیم که (مسئله ۵-۶):

$$\rho_0 = \frac{c}{2m_1} \sqrt{m_1^4 + m_2^4 + m_3^4 - 2m_1^2 m_2^2 - 2m_1^2 m_3^2 - 2m_2^2 m_3^2} \quad (31-6)$$

به‌خاطر داشته باشید که ρ مخفف متغیر $|\mathbf{p}_2|$ بود؛ ρ_0 مقدار ویژه‌ای از $|\mathbf{p}_2|$ است که با پایداری انرژی سازگار است، و معادله (۳۱-۶) نتیجه‌ای را که در فصل ۳ (مسئله ۱۶-۳) به‌دست آورده بودیم باز تولید می‌کند. پس در نمادی قابل‌فهم‌تر داریم:

$$\Gamma = \frac{S |\mathbf{p}|}{\lambda \pi \hbar m_1^2 c} |\mathcal{M}|^2 \quad (32-6)$$

که در آن $|\mathbf{p}|$ اندازه یکی از تکانه‌های خروجی است، که برحسب سه جرم معادله (۳۱-۶) داده می‌شود و \mathcal{M} در تکانه‌ای محاسبه می‌شود که از قانون پایداری است به‌دست می‌آید. توجه کنید که اگر $m_2 = m_3 = 0$ باشد $|\mathbf{p}| = m_1 c/2$ می‌شود و معادله (۶-۲۳) را به‌دست می‌آوریم.

فرمول نهایی واپاشی دو جسمی (۳۲-۶) به‌طور غیرمنتظره‌ای ساده و کلی است. در فصل‌های بعد بارها از آن استفاده خواهیم کرد. متأسفانه، وقتی سه ذره یا بیشتر در حالت نهایی وجود داشته باشد، تا وقتی شکل تابعی برای فرایند مورد بررسی را ندانیم نمی‌توانیم انتگرال‌ها را بگیریم. در چنین مواردی (که خوشبختانه بسیار کم به آنها برمی‌خوریم) باید به قاعده طلایی بازگشت و از اول شروع به‌کار کرد.

قاعده طلایی برای پراکندگی فرض کنید ذرات ۱ و ۲ برخورد کنند و ذرات ۳، ۴، ...، n را تولید کنند:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n \quad (33-6)$$

سطح مقطع از فرمول زیر به دست می آید

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 \frac{\hbar^2 S}{4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left[\left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \dots \right. \\ \left. \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_2 - p_2 \dots - p_n) \quad (34-6)$$

که مانند قبل $p_i(E_i/c, \mathbf{p}_i)$ چار تکانه ذره نام $(m_i \text{ به جرم } m_i)$ $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$ و S ضریب آماری $(1/j!)$ برای هر گروه j ذره یکسان در حالت نهایی) است. توجه داشته باشید که تابع دلتا پایستگی انرژی و تکانه را اعمال می کند.

معادله (۳۴-۶) سطح مقطع را برای فرایندی که در آن سه تکانه ذره ۳ در محدوده $d^3 \mathbf{p}_2$ حول مقدار \mathbf{p}_2 و سه تکانه ذره ۴ در محدوده $d^3 \mathbf{p}_2$ حول \mathbf{p}_2 و نظایر آن است، تعیین می کند. در یک وضعیت نوعی فقط زاویه ای را که ذره ۳ در آن خارج می شود مطالعه می کنیم. در این مورد روی همه تکانه های دیگر $(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_n)$ و روی اندازه \mathbf{p}_2 انتگرال می گیریم؛ آنچه باقی می ماند $d\sigma/d\Omega$ ، سطح مقطع پراکندگی برای پراکندگی ذره ۳ را به داخل زاویه فضایی $d\Omega$ می دهد.

مثال ۷-۶

پراکندگی دو جسمی در چارچوب CM

فرایند

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 \quad (35-6)$$

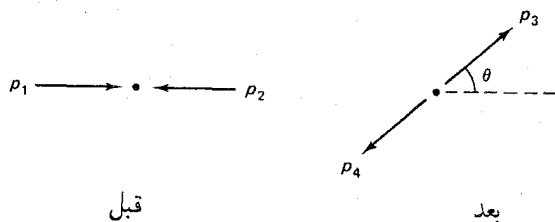
را در چارچوب CM در نظر بگیرید. اگر دامنه \mathcal{M} باشد، سطح مقطع دیفرانسیلی را حساب کنید.

حل. در چارچوب CM ، $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ و بنابراین $\mathbf{p}_1^2 = \mathbf{p}_2^2$ و $E_1 E_2 / c^2 + \mathbf{p}_1^2 = p_1 \cdot p_2$ ، پس از اندکی عملیات جبری ساده (نگاه کنید به مسئله ۷-۶) نتیجه می شود:

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = (E_1 + E_2) |\mathbf{p}_1| / c \quad (36-6)$$

پس:

$$d\sigma = \left(\frac{\hbar c}{\lambda \pi} \right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2 c}{(E_1 + E_2) |\mathbf{p}_1|} \frac{d^3 \mathbf{p}_2 d^3 \mathbf{p}_2}{E_2 E_2} \delta^4(p_1 + p_2 - p_2 - p_2) \quad (37-6)$$



شکل ۴-۶ پراکندگی دو جسمی در چارچوب CM.

طبق معمول از بازنویسی تابع دلتا شروع کنیم:

$$\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = \delta\left(\frac{E_1 + E_2 - E_3 - E_4}{c}\right) \delta^3(-\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \quad (38-6)$$

سیس انرژیهای خروجی را برحسب \mathbf{p}_2 و \mathbf{p}_1 ($E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$) می نویسیم و انتگرال روی \mathbf{p}_2 را می گیریم (که طی آن $\mathbf{p}_2 \rightarrow -\mathbf{p}_2$):**

$$d\sigma = \left(\frac{\hbar}{\lambda\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2 c}{(E_1 + E_2)|\mathbf{p}_1|} \times \frac{\delta((E_1 + E_2)/c) - \sqrt{m_1^2 c^2 + \mathbf{p}_1^2} - \sqrt{m_2^2 c^2 + \mathbf{p}_1^2}}{\sqrt{m_1^2 c^2 + \mathbf{p}_1^2} \sqrt{m_2^2 c^2 + \mathbf{p}_1^2}} d^3\mathbf{p}_2 \quad (39-6)$$

اما، در اینجا $|\mathcal{M}|^2$ علاوه بر اندازه به جهت \mathbf{p}_2 نیز وابسته است***، بنابراین نمی توان انتگرال زاویه ای را گرفت. با نوشتن:

$$d^3\mathbf{p}_2 = \rho^2 d\rho d\Omega \quad (40-6)$$

* توجه کنید که \mathbf{p}_1 و \mathbf{p}_2 بردارهای ثابتی هستند (که با انتخاب چارچوب مرجع به هم مربوط می شوند: $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$)، اما در این مرحله \mathbf{p}_2 و \mathbf{p}_1 متغیرهای انتگرال گیری اند. فقط پس از انتگرال گیری روی \mathbf{p}_2 محدود می شوند ($\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_2$) و پس از انتگرال گیری روی $|\mathbf{p}_2|$ برحسب زاویه پراکندگی θ معین می شوند.

** از نمادگذاری استاندارد (بی دقت) استفاده کرده ایم که در آن از نماد یکسان $d\sigma$ در قبل و بعد از انتگرال گیری روی \mathbf{p}_2 (و در واقع همان طور که چند لحظه بعد خواهید دید، روی $|\mathbf{p}_2|$) استفاده شده است.

*** در حالت کلی، $|\mathcal{M}|^2$ به هر چار-تکانه وابسته است: با این حال، در این مورد $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ و $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ پس $|\mathcal{M}|^2$ فقط تابعی از \mathbf{p}_1 و \mathbf{p}_2 است، (همچنان فرض کنید که اسپین در آن وارد نمی شود). از این بردارها می توان اسکالرها را ساخت: $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_1 = |\mathbf{p}_1|^2$ ، $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 = |\mathbf{p}_1|^2 \cos\theta$ و $\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{p}_2 = |\mathbf{p}_2|^2$. اما \mathbf{p}_1 ثابت است، بنابراین تنها متغیرهای انتگرال گیری که $|\mathcal{M}|^2$ می تواند به آنها وابسته باشد عبارت اند از، $|\mathbf{p}_2|$ و θ .

(که ρ مخفی برای $|\mathbf{p}_r|$ و $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$) به دست می آوریم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{Sc}{(E_1 + E_r)|\mathbf{p}_1|} \int_0^\infty |\mathcal{M}|^2 \times \frac{\delta((E_1 + E_r)/c) - \sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} - \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2}}{\sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2}} \rho^2 d\rho \quad (۴۱-۶)$$

انتگرال روی ρ شبیه معادله (۲۵-۶) است که در آن باید $m_2 \rightarrow m_1$ و $m_1 \rightarrow ((E_1 + E_r)/c^2)$ با توجه با نتیجهٔ قبلی (۳۲-۶) نتیجه می گیریم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_r)^2} \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \quad (۴۲-۶)$$

که در آن $|\mathbf{p}_f|$ اندازهٔ هر یک از تکانه‌های خروجی و $|\mathbf{p}_i|$ اندازهٔ هر یک از تکانه‌های فرودی است. مانند مورد واپاشیها، حالت نهایی دو جسمی کاملاً ساده است، به این معنی که می توان محاسبات را تا آخر انجام داد بدون آنکه شکل صریح تابعی \mathcal{M} را بدانیم. در فصلهای بعد اغلب از معادله (۴۲-۶) استفاده خواهیم کرد.

در ضمن، طول عمر آشکارا دارای بعد زمان (ثانیه) است؛ بنابراین آهنگ واپاشی ($\Gamma = \frac{1}{\tau}$) برحسب عکس ثانیه اندازه گیری می شود. سطح مقطع دارای بعد سطح— cm^2 ، یا به طور مناسبتر «بارن» است:

$$۱ \text{ بارن} = ۱۰^{-۲۴} \text{cm}^2 \quad (۴۳-۶)$$

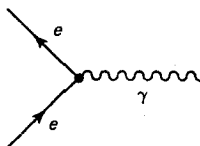
سطح مقطع دیفرانسیلی، $d\sigma/d\Omega$ ، برحسب بارن بر استرادیان، یا به طور ساده برحسب بارن داده می شود (استرادیان، مانند رادیان، بدون بعد است). دامنهٔ \mathcal{M} دارای یکایی است که به تعداد ذرات موجود بستگی دارد: اگر n ، خط خارجی وجود داشته باشد (خروجیها به علاوه ورودیها)، بعد \mathcal{M} مربوط به تکانه آنهاست که به توان $n - 4$ رسیده باشد:

$$\mathcal{M} \text{ بعد} = (mc)^{4-n} \quad (۴۴-۶)$$

برای مثال، در فرایند سه ذره‌ای ($A \rightarrow B + C$)، \mathcal{M} دارای بُعد تکانه است و در فرایند چهار ذره‌ای ($A + B \rightarrow C + D$ یا $A \rightarrow B + C + D$)، \mathcal{M} بدون بُعد است. خودتان می توانید بررسی کنید که دو قاعدهٔ طلایی یکاهای صحیح Γ و σ را می دهند.

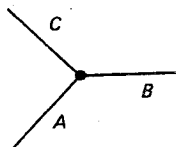
۳-۶ قاعده‌های فاینمن برای یک نظریهٔ اسباب‌بازی

در بخش ۲-۶ آموختیم که چگونه آهنگ واپاشی و سطح مقطع پراکندگی را برحسب دامنهٔ \mathcal{M} فرایند مورد نظر حساب کنیم. اکنون نشان می‌دهم که چگونه می‌توان خود \mathcal{M} را با استفاده «از قاعده‌های فاینمن» در ارزیابی نمودارهای مناسب، تعیین کرد. می‌توان مستقیماً به سیستمهای «واقعی» نظیر الکتروپایامیک کوانتومی پردازیم که در آن الکترون‌ها و فوتونها از طریق رأس اولیه برهم‌کنش می‌کنند:

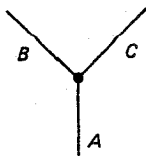


این کار بدیع‌ترین، مهم‌ترین و قابل‌فهم‌ترین کاربرد روش فاینمن است. متأسفانه، این فن دارای پیچیدگیهای سرگرم‌کننده (مربوط به اسپین $\frac{1}{2}$ الکترون و اسپین فوتون) است که ربطی به خود حسابان فاینمن ندارد. در فصل ۷ نشان می‌دهم که چگونه باید به ذرات اسپین‌دار کار کرد، اما در حال حاضر نمی‌خواهم مسئله را پیچیده کنم، بنابراین یک نظریهٔ «اسباب‌بازی» را مطرح می‌کنم، که ربطی به دنیای واقعی ندارد، اما می‌تواند روش را با حداقل وسایل اضافی به نمایش بگذارد [۴].

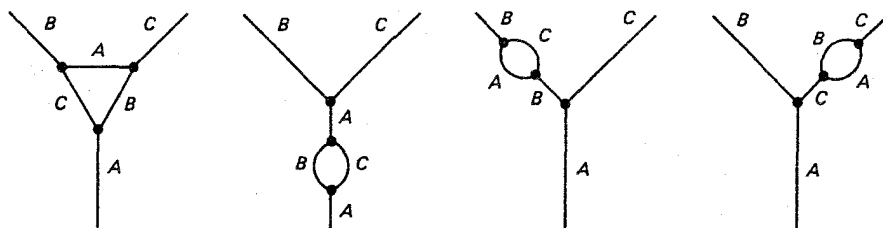
دنیایی را در نظر بگیرید که در آن فقط سه نوع ذره وجود دارد — آنها را A ، B و C می‌نامیم — با جرمهای m_A ، m_B و m_C . این ذرات دارای اسپین صفر هستند، و هر ذره پادذرهٔ خودش است. فقط یک رأس اولیه وجود دارد که سه ذره به وسیله آن با هم برهم‌کنش می‌کنند.



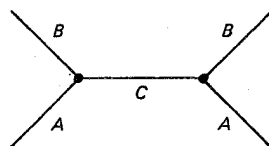
فرض می‌کنیم که A سنگین‌ترین آنها، و در واقع سنگین‌تر از مجموع B و C باشد، به طوری که بتواند به $B + C$ واپاشی کند. نمودار با پایین‌ترین مرتبه که این فروپاشی را توصیف می‌کند عبارت است از:



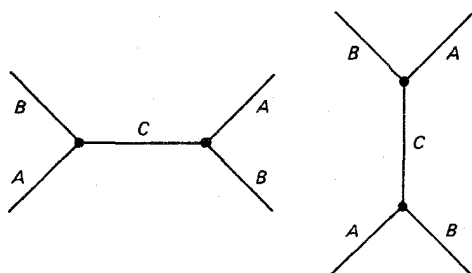
که برای تصحیحهای مرتبهٔ سوم (مختصری) وجود دارد:



و حتی تصحیح‌های مرتبه‌های بالاتر کوچکتری نیز وجود دارند. اولین برنامهٔ ما محاسبهٔ طول عمر A ، تا پایین‌ترین مرتبه است. سپس، فرایندهای مختلف پراکندگی نظیر $A + A \rightarrow B + B$ را بررسی می‌کنیم:



$$A + B \rightarrow A + B$$

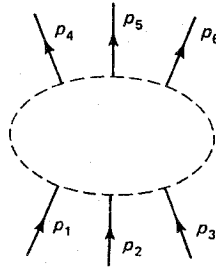


و نظایر آن. می‌خواهیم سطح مقطع را برای هر یک از این رویدادها تعیین کنیم. مسئله یافتن دامنهٔ \mathcal{M} مربوط به نمودار فاینمن معین است. روال کار به صورت زیر است [۵].

۱. نمادگذاری. چهار تکه‌های ورودی و خروجی را با p_1, p_2, \dots, p_n (شکل ۵-۶) و تکه‌های داخلی را با q_1, q_2, \dots مشخص کنید. پیکانی روی هر خط بگذارید، تا بتوانید «مثبت» را تشخیص دهید (برای خطوط داخلی انتخاب جهت دلخواه است)*.

۲. ثابت جفت‌شدگی. برای هر رأس یک ضریب

* چون این ذرات پاد ذرهٔ خودشان هستند، نیازی به پیکانها برای دنبال کردن آنها را نداریم. در فصلهای بعدی باید بیشتر مراقب باشیم.



شکل ۵-۶ یک نمونه نمودار فاینمن، خطوط خارجی علامتگذاری شده‌اند (خطوط داخلی نشان داده نشده‌اند).

$$-ig$$

بنویسید که g ثابت جفت‌شدگی نامیده می‌شود و قدرت برهم کنش بین A ، B و C را مشخص می‌کند. در این نظریهٔ اسباب‌بازی، g دارای بعد تکانه است؛ در نظریه‌های «دنیای واقعی» که بعداً خواهیم دید، ثابت جفت‌شدگی همواره بدون بعد است.

۳. انتشارگر. برای هر خط داخلی، عامل زیر را بنویسید:

$$\frac{i}{q_j^2 - m_j^2 c^2}$$

که در آن q_j چارتکانه خط ($q_j^2 \equiv q_j^\mu q_{j\mu}$) و m_j جرم ذره‌ای است که آن خط توصیف می‌کند. (توجه کنید که $q_j^2 \neq m_j^2 c^2$ ، زیرا یک ذرهٔ مجازی روی پوستهٔ جرمی‌اش قرار ندارد.)

۴. پایستگی انرژی و تکانه. برای هر رأس یک تابع دلتا به شکل زیر بنویسید

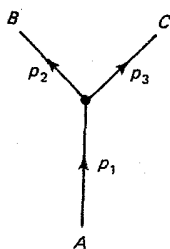
$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$$

که در آن k ها سه چارتکانه‌ای هستند که به رأس وارد می‌شوند (اگر پیکانها به طرف خارج باشند، k برابر منهای چارتکانه آن خط است). این عامل پایستگی انرژی و تکانه را در هر رأس اعمال می‌کند، زیرا تابع دلتا صفر است مگر اینکه جمع تکانه‌های ورودی برابر جمع تکانه‌های خروجی باشد.

۵. انتگرال‌گیری روی تکانه‌های داخلی. برای هر خط داخلی، عامل زیر را بنویسید

$$\frac{1}{(2\pi)^4} d^4 q_j$$

و روی تکانه‌های داخلی انتگرال بگیرید.



شکل ۶-۶ سهم پایین‌ترین مرتبه در $A \rightarrow B + C$.

۶. حذف تابع دلتا. نتیجه کار شامل یک تابع دلتاست

$$(\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$$

که پایستگی انرژی و تکانه کلی را اعمال می‌کند. با حذف این عامل آنچه باقی می‌ماند $-i\mathcal{M}$ است.*

در بخشهای بعد خواهیم دید که چگونه این قاعده‌ها برای بررسی برخی نمودارهای فاینمن ابتدایی در «نظریه ABC» به کار می‌روند.

۶-۴ طول عمر A

ساده‌ترین نمودار ممکن، سهم پایین‌ترین مرتبه $A \rightarrow B + C$ را نشان می‌دهد و هیچ خط داخلی ندارد (شکل ۶-۶). در این نمودار یک رأس وجود دارد، که آن یک ضریب $-ig$ (قاعده ۲) و یک تابع دلتا

$$(\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3)$$

(قاعده ۴) را انتخاب می‌کنیم و فوراً آن را حذف می‌کنیم (قاعده ۶) و به دست می‌آوریم:

$$-i\mathcal{M} = -ig$$

* وقتی به این کار عادت کردید، می‌توانید مراحل ۴، ۵ و ۶ را در قالب یک قاعده «انتگرال‌گیری روی تکانه‌های داخلی نامعین» در آورید. این کاری است که اغلب کتابها انجام می‌دهند، اما من فکر می‌کنم روشی که در اینجا ارائه شده واضح‌تر است حتی اگر وقت بیشتری بگیرد. در ضمن، دقت کنید که هر تابع دلتا حامل ضریب $(\pi)^4$ و هر جزء حجم چهاربعدی حامل ضریب $(\pi)^{-4}$ است. در نهایت اغلب این ضرایب حذف می‌شوند و شاید فکر کنید که وجود آیا آنها واقعاً ضروری است (همین نکته برای ϕ های انتشارگر و ثابتهای جفت‌شدگی به کار می‌رود). آنها ضروری هستند و دستورالعملهایی که در اینجا داده شده اصولی‌ترین راه ردیابی آنهاست. نقل است که روزی فاینمن از فرط عصبانیت (بر سر یک دانشجویی که «نمی‌توانست به این مسائل جزئی بپردازد») که: «اگر نتوانید π^4 را در محل صحیح قرار دهید، هیچ چیز نمی‌دانید.»

$$\mathcal{M} = g \quad (۴۵-۶)$$

این دامنه (در پایین ترین مرتبه) است؛ آهنگ واپاشی با قرار دادن \mathcal{M} در معادله (۳۲-۶) به دست می آید:

$$\Gamma = \frac{g^2 |\mathbf{p}|}{4\pi \hbar m_A^2 c} \quad (۴۶-۶)$$

که در آن $|\mathbf{p}|$ (اندازه یکی از تکانه های خروجی) برابر است با:

$$|\mathbf{p}| = \frac{c}{2m_A} \sqrt{m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 - 2m_A^2 m_B^2 - 2m_A^2 m_C^2 - 2m_B^2 m_C^2} \quad (۴۷-۶)$$

پس طول عمر A ، برابر است با

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \frac{4\pi \hbar m_A^2 c}{g^2 |\mathbf{p}|} \quad (۴۸-۶)$$

باید بررسی کنید که τ درست از آب درآمده است.

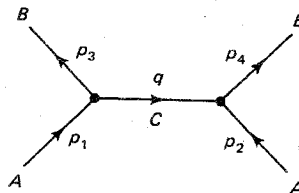
۵-۶ پراکندگی

سهام پایین ترین مرتبه در فرایند $A + A \rightarrow B + B$ در شکل ۷-۶ نشان داده شده است. در این مورد دو رأس (بنابراین دو ضریب $-ig$) و یک خط داخلی، با انتشارگر زیر وجود دارد

$$\frac{i}{q^2 - m_C^2 c^2}$$

دو تابع دلتا:

$$(\sqrt{2}\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - q) \quad \text{و} \quad (\sqrt{2}\pi)^4 \delta^4(p_2 + q - p_1)$$



شکل ۷-۶ سهام پایین ترین مرتبه در $A + A \rightarrow B + B$

و یک انتگرال‌گیری:

$$\frac{1}{(2\pi)^4} d^4 q$$

وجود دارد. با استفاده از قاعده‌های ۱ تا ۵ داریم:

$$-i(2\pi)^4 g^2 \int \frac{1}{q^2 - m_C^2} \delta^4(p_1 - p_2 - q) \delta^4(p_2 + q - p_1) d^4 q$$

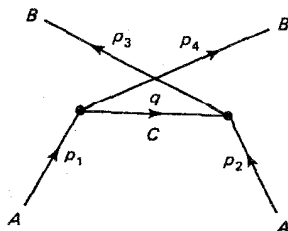
تابع دلتای دوم مقدار هر چیز را جز در نقطه $q = p_2 - p_1$ کنار می‌گذارد، پس داریم:

$$-ig^2 \frac{1}{(p_2 - p_1)^2 - m_C^2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_2 - p_1)$$

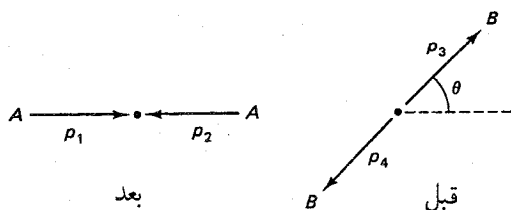
همان‌طور که قبلاً گفتیم فقط یک تابع دلتا باقی می‌ماند که بازتاب پایستگی کلی انرژی و تکانه است. با حذف آن (قاعده ۶) داریم:

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{(p_2 - p_1)^2 - m_C^2} \quad (۴۹-۶)$$

اما این تمام داستان نیست، زیرا نمودار دیگری از مرتبه g^2 وجود دارد که از «پیش» خطهای B به دست می‌آید (شکل ۸-۶). (با پیش خطوط A نمودار جدید دیگری به دست می‌آید (شکل ۸-۶). (با پیش خطوط A نمودار جدید دیگری به دست می‌آید؛ تنها انتخاب در اینجا آن است که p_2 به p_1 وصل شود یا p_2). چون تفاوت این نمودار با شکل ۷-۶ فقط در تعویض $p_2 \leftrightarrow p_1$ است، نیازی به محاسبه آن، از اول نیست؛ با استفاده از معادله (۴۹-۶) می‌توان بلافاصله دامنه کل (از مرتبه g^2) را برای فرایند $A + A \rightarrow B + B$ نوشت:



شکل ۸-۶ نمودار دومی که در پایین‌ترین مرتبه $A + A \rightarrow B + B$ سهم است.



شکل ۹-۶ $A + A \rightarrow B + B$ در چارچوب CM .

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{(p_+ - p_-)^2 - m_C^2 c^2} + \frac{g^2}{(p_+ - p_-)^2 - m_C^2 c^2} \quad (۵۰-۶)$$

توجه کنید که \mathcal{M} ضمناً یا ناوردای لورنتسی است. این مورد همیشه درست است؛ و جزئی از ساختار قاعده‌های فاینمن است.

فرض کنید به سطح مقطع دیفرانسیلی ($d\sigma/d\Omega$) این فرایند در دستگاه CM علاقه‌مند باشیم (شکل ۹-۶). برای سادگی قرار می‌دهیم، $m_A = m_B = m$ و $m_C = 0$. آنگاه داریم:

$$(p_+ - p_-)^2 - m_C^2 c^2 = p_+^2 + p_-^2 - 2p_+ \cdot p_- = -2p^2(1 - \cos\theta) \quad (۵۱-۶)$$

$$(p_+ - p_-)^2 - m_C^2 c^2 = p_+^2 + p_-^2 - 2p_+ \cdot p_- = -2p^2(1 + \cos\theta) \quad (۵۲-۶)$$

(که در آن p تکانهٔ فرودی ذرهٔ ۱ است) و بنابراین:

$$\mathcal{M} = -\frac{g^2}{p^2 \sin^2 \theta} \quad (۵۳-۶)$$

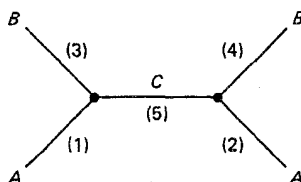
طبق معادلهٔ (۴۲-۶) داریم،

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar c g^2}{16\pi E p^2 \sin^2 \theta} \right)^2 \quad (۵۴-۶)$$

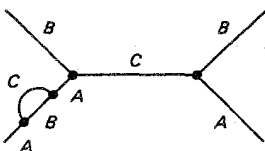
در این مورد، مانند پراکندگی رادرفورد (مثال ۴-۶) سطح مقطع کل بینهایت است.

۶-۶ نمودارهای مرتبهٔ بالاتر

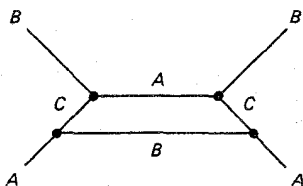
تاکنون فقط پایین‌ترین مرتبه («سطح درختی») نمودارهای فاینمن را بررسی کردیم. مثلاً برای مورد $A + A \rightarrow B + B$ نمودار زیر را در نظر گرفتیم:



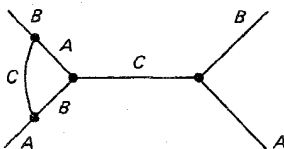
این نمودار دو رأس دارد، بنابراین \mathcal{M} با g^2 متناسب است. اما نمودارهای دیگری با چهار رأس نیز وجود دارند که در این فرایند سهیم‌اند. اگر خط اضافه شده از خط (۱) شروع شوند، می‌توانند به همان خط (۱) نیز ختم شود:



یا می‌توانند به خط (۲) ختم شوند:



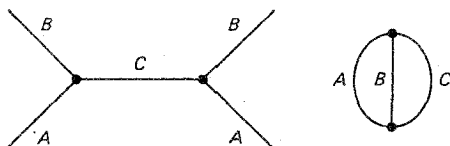
یا به خط (۳):



و یا به خط (۵) ختم شود. پس پنج نمودار وجود دارد که در آنها خط اضافه شده، متصل به خط (۱) است. البته، ۵ نمودار نیز وجود دارد که یک سر خط به خط (۲) متصل است، اما قبلاً یکی از آنها را به حساب آورده بودیم (خطی که خط (۱) را به (۲) وصل می‌کرد)، پس چهار نمودار جدید وجود دارد. همین‌طور، سه نمودار برای خط (۳)، دو نمودار برای خط (۴) و یک نمودار برای خط (۵) وجود دارد. پس در کل

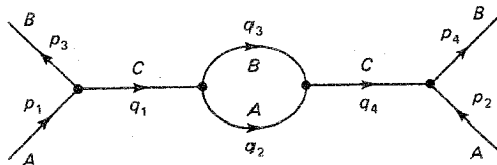
$$۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ = ۱۵$$

نمودار مرتبه چهار برای این فرایند وجود دارد، و ۱۵ نمودار دیگر برای نسخه تحریف شده آنها وجود دارد. (نمودارهای ناهمبند نظیر



را به حساب نمی‌آوریم.)

بدون شک همه این نمودارهای «یک حلقه‌ای» را بررسی نخواهیم کرد (حتی فکر نمودارهای دو حلقه‌ای را نخواهیم کرد)، اما دوست داریم نگاه نزدیک‌تری به یکی از آنها داشته باشیم — یعنی نموداری که خط ۵ را به خودش وصل می‌کند.



با اعمال قاعده‌های فاینمن ۱ تا ۵، به دست می‌آوریم

$$g^4 \int \frac{\delta^4(p_1 - q_1 - p_2) \delta^4(q_1 - q_2 - q_3) \delta^4(q_2 + q_3 - q_4) \delta^4(q_4 + p_2 - p_2)}{(q_1^2 - m_C^2 c^2)(q_2^2 - m_A^2 c^2)(q_3^2 - m_B^2 c^2)(q_4^2 - m_C^2 c^2)} \times d^4 q_1 d^4 q_2 d^4 q_3 d^4 q_4 \quad (۵۵-۶)$$

با استفاده از تابع دلتا ابتدا روی q_1 انتگرال می‌گیریم، سپس $(p_1 - p_2)$ جایگزین q_1 می‌کنیم؛ در انتگرال‌گیری روی q_4 ، آخرین تابع دلتا را به کار می‌بریم، و $(p_2 - p_2)$ را جانشین q_4 می‌کنیم:

$$\frac{g^4}{[(p_1 - p_2)^2 - m_C^2 c^2][(p_2 - p_2)^2 - m_C^2 c^2]} \times \int \frac{\delta^4(p_1 - p_2 - q_2 - q_3) \delta^4(q_2 + q_3 - p_2 + p_2)}{(q_2^2 - m_A^2 c^2)(q_3^2 - m_B^2 c^2)} d^4 q_2 d^4 q_3 \quad (۵۶-۶)$$

در اینجا اولین تابع دلتا $p_1 - p_2 - q_2$ را جایگزین q_2 می‌کند و تابع دلتای دوم به شکل

$$\delta^2(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$$

در می‌آید، که با قاعدهٔ ۶ آن را حذف و آنچه باقی می‌ماند عبارت است از:

$$\mathcal{M} = i \left(\frac{g}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{[(p_1 - p_2)^2 - m_C^2 c^2]^2} \int \frac{1}{[(p_1 - p_2 - q)^2 - m_A^2 c^2][q^2 - m_B^2 c^2]} d^4 q \quad (57-6)$$

(در اینجا زیرنویس q_2 را انداخته‌ام).

اگر انرژی را داشته باشید، می‌توانید بکوشید تا انتگرال را محاسبه کنید، اما به شما بگویم که با شکلی مواجه‌اید. زیرا جزء حجم چهاربعدی را می‌توان به صورت $d^4 q = q^3 dq d\Omega'$ نوشت (که $d\Omega'$ بخش زاویه‌ای را نشان می‌دهد)، (درست مانند مختصات قطبی دوبعدی که جزء سطح $r dr d\theta$ است و در مختصات کروی سه‌بعدی که جزء حجم $r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi$ است). در q ‌های بزرگ انتگرالده اساساً درست $1/q^4$ است، پس انتگرال q به شکل

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{q^4} q^3 dq = \ln |q|^\infty = \infty \quad (58-6)$$

است. انتگرال در q ‌های بزرگ به صورت لگاریتمی واگراست. این فاجعه، به همین صورت یا صورتی دیگر، باعث شد تا پیشرفت الکترودینامیک کوانتومی تقریباً نزدیک به دو دهه به تعویق افتد. تا آنکه کوششهای جمعی فیزیکدانانی بزرگ—ازدیراک، پاتولی، کرامر، وایسکوف و بته تا، نوموناگا، شوینگر و فاینمن—روشهای نظام‌مندی را برای «زدودن بینهایتها» گسترش داد. اولین قدم منظم کردن انتگرال است که با استفاده از فرایندهای قطع مناسب بدون آسیب رساندن به جنبه‌های مطلوب (نظیر ناوردایی لورنتسی) انتگرالها را متناهی می‌کند. در مورد معادلهٔ (۵۷-۶) این کار را می‌توان با وارد کردن عامل

$$\frac{-M^2 c^2}{(q^2 - M^2 c^2)} \quad (59-6)$$

در زیر انتگرال، انجام داد. فرض می‌کنیم که جرم قطع M بسیار بزرگ باشد و در آخر محاسبات آن را بینهایت می‌گیریم (توجه کنید که وقتی $M \rightarrow \infty$ «عامل سرهم‌بندی» به ۱ میل می‌کند)*. اینک می‌توان انتگرال را حساب کرد [۶] و آن را به دو قسمت جدا کرد: جمله‌ای محدود و مستقل از M و جمله‌ای (در این مورد) شامل لگاریتم M که در حد $M \rightarrow \infty$ بینهایت می‌شود.

* هیچ کس نمی‌تواند منکر شود که این فرایند مصنوعی است. اما، همچنان می‌توان استدلال کرد که عبارت (۵۹-۶) صرفاً بازتاب ناآگاهی ما از رفتار نظریهٔ میزان کوانتومی در انرژیهای بالا (فاصله‌های کوتاه) است. شاید انتشارگرهای فاینمن در این محدوده کاملاً درست نباشند، و M روش ناپخته‌ای برای به حساب آوردن تصحیحات نامعلوم است.

در اینجا معجزه‌ای رخ می‌دهد: تمام جمله‌های وابسته به M واگرا در پاسخ نهایی به شکل افزوده‌هایی به جرمها و ثابتهای جفت‌شدگی ظاهر می‌شوند. اگر این موضوع را جدی بگیریم، به معنای آن است که جرمها و ثابتهای فیزیکی، m ها و g هایی نیستند که در قاعده‌های فاینمن اصلی ظاهر شده‌اند، بلکه «باز بهنجار شده» آنها هستند که شامل عوامل اضافی زیرند:

$$(۶۰-۶) \quad g_{\text{فیزیکی}} = g + \delta g \quad m_{\text{فیزیکی}} = m + \delta m;$$

این واقعیت که δm و δg بینهایت‌اند (در حد $M \rightarrow \infty$) نگران‌کننده است، اما فاجعه نیست، زیرا به هر حال هرگز آنها را اندازه نمی‌گیریم؛ آنچه در آزمایشگاه می‌بینیم مقادیر فیزیکی‌اند که (به‌وضوح) متناهی‌اند (ظاهراً جرمها و جفت‌شدگیها غیرقابل اندازه‌گیری «صرف» m و g ، شامل بینهایت‌های جبرانی هستند). * به‌عنوان یک موضوع عملی، بینهایت‌ها را با استفاده از مقادیر فیزیکی m و g در قاعده‌های فاینمن منظور می‌کنیم، و سپس سهم واگرای نمودارهای مرتبه بالاتر، را به‌صورت منظم نادیده می‌گیریم. در عین حال، سهمهای محدود (مستقل از M) از نمودارهای حلقه‌ای باقی می‌ماند. آنها، به تصحیح‌هایی در m و g (در این مورد کاملاً قابل محاسبه) می‌انجامد—که، به هر حال، توابعی از چارت‌کانه خطی هستند که حلقه در آن وارد شده است ($p_1 - p_2$ در مثال قبل). یعنی جرمها و ثابتهای جفت‌شدگی موثر واقعاً به انرژیهای ذرات موجود بستگی دارند؛ آنها را جرمهای «روان» و ثابتهای جفت‌شدگی «روان» می‌نامیم. در انرژیهای کم وابستگی نوعاً جزئی است و معمولاً می‌توان آن را نادیده گرفت. اما نتایج مشاهده‌پذیری به شکل جابه‌جایی لمب (در QED) و آزادی مجانبی (در QCD) دارند.*

به‌عنوان مثال، یک مورد هنگامی است که «ذرات» زیر ساختاری داشته باشند که در فاصله‌های بسیار کوتاه مناسب باشد. یک بار دیراک می‌گفت:

این درست یک روالی است—چاله است. باید تغییری بنیادی در تفکرمان بدهیم، شاید این تعبیر به‌اندازه گذار از نظریه مدار بور به مکانیک کوانتومی بنیادی باشد. وقتی عددی را به‌دست می‌آورید که بینهایت می‌شود در صورتی که می‌بایست معین می‌شد، باید قبول کنید که چیزی در معادله‌های شما غلط است، و امیدوار نباشید که با دستکاری کردن آن عدد به نظریه خوبی دست یابیم.

* در صورتی که تسلی‌بخش باشد، باید اشاره کنم اساساً مورد مشابهی در الکترودینامیک کلاسیک رخ می‌دهد: انرژی الکترواستاتیکی یک بار نقطه‌ای بینهایت است که سهم نامحدود را در جرم ذره (از طریق $E = mc^2$) ایجاد می‌کند. شاید این بدان معنا باشد که هیچ بار نقطه‌ای واقعی در الکترودینامیک کلاسیک وجود ندارد، شاید در نظریه میدان کوانتومی نیز چنین معنایی وجود داشته باشد. با این حال، در هر موردی می‌دانیم چگونه از ذرات نقطه‌ای به‌عنوان ساختارهای نظری اجتناب کنیم.

** تعبیری فیزیکی از ثابت جفت‌شدگی روان در QED و QCD در فصل ۲، بخش ۲-۳ پیشنهاد شد. توجیه زیبایی از باز بهنجارش جرم در P. Nelson, *American Scientist*, 73, 66 (1985) داده شده است. بنابر

روالی را که در این سه پاراگراف اخیر ترسیم کردم باز بهنجارش نامیده می‌شود. اگر تمام بینهایت‌های ناشی از نمودارهای مرتبه بالاتر را بتوان با این روش اصلاح کرد، می‌گوییم که نظریه باز بهنجارش‌پذیر است. نظریه ABC و الکترودینامیک کوانتومی باز بهنجارش‌پذیرند. در اوایل دهه هفتاد توفت نشان داد که همه نظریه‌های پیمانه‌ای از جمله کرومودینامیک، نظریه الکتروضعیف گلاشو، واینبرگ و سلام، باز بهنجارش‌پذیرند. این امر کشف بسیار مهمی بود، زیرا در این محاسبات با پایین‌ترین مرتبه، یک نظریه غیر باز بهنجارش‌پذیر جوابهای وابسته به قطع، و در نتیجه، کاملاً بی‌معنی، می‌دهد.

مراجع و یادداشتها

۱. مثلاً، نگاه کنید به کتاب،

H. Goldstein, *Classical Mechanics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1980). Sects. 3-10

۲. برای مثال، نگاه کنید به کتاب:

D. Park, *Introduction to the Quantum Theory*, 2d Ed. (New York: McGraw-Hill, 1974), Sects. 8.7.

۳. در واقع یافتن توضیحی دست یافتنی و متقاعد کننده مشکل است. فصل ۱۵ و ۱۶ کتاب:

R. P. Feynman, *Theory of Fundamental Processes* (Reading, MA: Benjamin, 1961),

نظریه باز بهنجارش، نه تنها قدرت برهم‌کنشهای مختلف، بلکه جرمهای ذرات درگیر، در مقیاس طولی متفاوت، تغییر می‌کنند. برای آنکه احساسی از این گزاره پر از تضاد داشته باشیم، فرض کنید تویی را زیر آب شلیک کنیم. حتی اگر اصطکاک را نادیده بگیریم، مسیر پرتابه با مسیر متناظر روی زمین تفاوت بسیار خواهد داشت، زیرا گلوله توپ اکنون باید مقدار قابل ملاحظه‌ای آب را با خود بکشد، و جرم «مؤثر» یا ظاهری آن تغییر می‌کند. می‌توان به صورت تجربی جرم مؤثر گلوله توپ را با تکان دادن آن به جلو و عقب با آهنگ ω و محاسبه جرم از $F = ma$ اندازه گرفت. (این همان روشی است که فضاورد خود را در فضا «وزن» می‌کند.) با یافتن جرم مؤثر، می‌توان مسئله مشکل پرتابه زیر آب را با مدل ساده‌شده‌ای جایگزین کرد: آب را کاملاً نادیده می‌گیریم، ولی در معادله‌های نیوتون به جای جرم واقعی گلوله توپ جرم مؤثر را قرار می‌دهیم. بنابراین، جزئیات پیچیده برهم‌کنش با محیط به تعیین یک پارامتر مؤثر تبدیل می‌شود. جنبه کلیدی این رهیافت آن است که جرم مؤثری که بدین ترتیب محاسبه می‌شود تابع ω است. برای مثال، وقتی ω به صفر میل کند، آب هیچ تأثیری ندارد. به عبارت دیگر، حضور محیط می‌تواند جرم مؤثر وابسته به مقیاسی را تولید کند. در این حالت می‌گوییم محیط جرم مؤثر را «باز بهنجار» کرده است. در فیزیک کوانتومی، هر ذره در «محیطی» متشکل از افت‌وخیزهای کوانتومی تمام ذرات موجود در نظریه حرکت می‌کند. مجدداً می‌توان با نادیده گرفتن محیط و تغییر مقادیر پارامترها به مقادیر «مؤثر» وابسته به مقیاس، محیط را به حساب آورد.

جای خوبی برای شروع است. همچنین بخش ۸-۶ کتاب:

J. M. Jauch and F. Rohrlich, *Theory of photons and Electrons*, 2d Ed (Berlin: Springer, 1976),

و فصل ۷ کتاب زیر:

R. Hagedorn, *Relativistic Kinematics* (New York: Benjamin, 1963).

۴. این مدل را ماکس درسدن به من نشان داد.

۵. شاید بپرسید که این قواعد از کجا آمده‌اند، فکر نمی‌کنم که خود فاینمن در سال ۱۹۴۹ وقتی اولین بار قاعده‌ها را برای QED منتشر کرد [R. P. Feynman, *Phys.Rev.* **76**, 749, 769 (1949)] و نیز می‌توانست جواب قانع‌کننده‌ای به شما بدهد. فریمن دایسون بود که نشان داد چگونه از نظریه میدانهای کوانتومی می‌توان قاعده‌های فاینمن را به‌دست آورد.

(F. J. Dyson, *Phys.Rev.* **75**, 486 and 1376 (1949) and **82**, 428 (1951)).

برای شنیدن داستان جذاب این وقایع نگاه کنید به فصلهای ۵ و ۶ کتاب دایسون

Disturbing The Universe (New York: Harper and Row, 1979).

در فصل ۱۱ به چگونگی به‌دست آوردن قاعده‌های فاینمن برمی‌گردیم؛ در حال حاضر، آن را به‌صورت اصول موضوع در نظر می‌گیریم.

۶. این روش در کتاب:

J. J. Sakurai, *Advanced Quantum Mechanics* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1967);

توضیح داده شده است. به‌ویژه نگاه کنید به مجموعه مفیدی از فرمولها را در پیوست (ه).

مسائل

۱-۶ معادله (۳-۶) را به‌دست آورید. [راهنمایی: چه کسری از نمونه اولیه بین t و $t + dt$ و امی باشد؟ پس، احتمال اینکه هر ذره معین بین t و $t + dt$ واپاشد را بیابید.]

۲-۶ فیزیکدانان هسته‌ای معمولاً از «نیمه عمر» ($t_{1/2}$) به جای عمر متوسط (τ) استفاده می‌کنند؛ $t_{1/2}$ زمانی است که طول می‌کشد تا نیمی از اعضای یک نمونه بزرگ واپاشند. نشان دهید که برای واپاشی نمایی [معادله (۲-۶)] داریم

$$t_{1/2} = \tau \ln 2$$

۳-۶ (الف) فرض کنید با یک میلیون موئون (در حال سکون) شروع کرده‌اید؛ حدود $10^{-5} \times 2.2$ ثانیه بعد چند تا از آنها هنوز باقی مانده‌اند؟ (ب) با چه احتمالی یک π^- بیش از ۱ ثانیه دوام می‌آورد.

۴-۶ یک ذره غیرنسبیتی به جرم m از یک پتانسیل واقعه $V(r) = k/r^2$ (k مقداری ثابت است) که در نقطه‌ای ثابت است، پراکنده می‌شود.

(الف) زاویه پراکندگی θ برحسب پارامتر برخورد b بیابید.

(ب) سطح مقطع دیفرانسیلی $d\sigma/d\Omega$ را تعیین کنید.

(ج) سطح مقطع کل را بیابید.

[مراجع: گلدشتاین (مرجع ۱) و صفحه ۱۰۸، معادله (۳-۹۷) و]

Becker, *Introduction to Theoretical Mechanics* (New York: McGraw-Hill, 1954), p. 231, Example, 10-3.]

۵-۶ با استفاده از تعریف (۶-۲۶) معادله (۶-۳۱) را به‌دست آورید.

۶-۶ به عنوان کاربردی از مثال ۵-۶، واپاشی $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^0$ را در نظر بگیرید. البته π^0 جسمی مرکب است ($u\bar{u}$ و $d\bar{d}$) و بنابراین معادله (۶-۲۳) در واقع قابل استفاده نیست. اما فرض کنید که π^0 یک ذره واقعاً بنیادی باشد، و ببینید چقدر به آن نزدیک می‌شویم. متأسفانه، دامنه \mathcal{M} را نمی‌دانیم، با این حال، این دامنه باید دارای ابعاد جرم ضربدر سرعت باشد [معادله (۶-۴۴)] و فقط یک جرم و یک سرعت موجود است. به علاوه، همان‌طور که در فصل ۷ خواهیم دید، گسیل هر فوتون عامل $\sqrt{\alpha}$ (ثابت ساختار ریز) را در \mathcal{M} وارد می‌کند، بنابراین دامنه باید با α متناسب باشد. براین اساس، طول عمر π^0 را برآورد و آن را با مقدار تجربی مقایسه کنید. [بدیهی است که واپاشی π^0 فرایندی بسیار پیچیده‌تر از این مدل خام پیشنهادی است. نگاه کنید به کتاب:

C. Quigg, *Gaug Theories of the strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*, Reading, MA: Benjamin/ Cummings, 1983, eq. (1.2.25).]

۷-۶ (الف) معادله (۶-۳۶) را پراکندگی ذرات ۱ و ۲ در دستگاه CM به‌دست آورید.

(ب) فرمول متناظری برای چارچوب آزمایشگاه (ذره ۲ ساکن) به‌دست آورید.

$$[\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = m_2 |p_1| c : \text{پاسخ}]$$

۸-۶ پراکندگی کشسان $A + B \rightarrow A + B$ را در چارچوب آزمایشگاه (B در ابتدا ساکن است) در نظر بگیرید و فرض کنید هدف به قدری سنگین است که پس‌زنی آن قابل چشم‌پوشی است $(m_B c^2 \gg E_n)$. با استفاده از معادله (۶-۳۴) سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی را تعیین کنید.

$$[(d\sigma/d\Omega) = (\hbar/\lambda\pi m_B c)^2 |\mathcal{M}|^2 \text{ پاسخ}]$$

۹-۶ برخورد $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ را در چارچوب آزمایشگاه (۲ ساکن) در نظر بگیرید که ذرات ۳ و ۴ بدون جرم هستند. فرمولی برای سطح مقطع دیفرانسیلی به دست آورید.

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2 |\mathbf{p}_2|}{m_2 |\mathbf{p}_1| (E_1 + m_2 c^2 - |\mathbf{p}_1| c \cos \theta)} \right] \text{ پاسخ:}$$

۱۰-۶ (الف) مسئله پراکندگی کشسان ($m_2 = m_1, m_2 = m_1$) را در چارچوب آزمایشگاه (ذره ۲ ساکن) تحلیل کنید. فرمولی برای سطح مقطع دیفرانسیلی به دست آورید.

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{\mathbf{p}_2^2 S |\mathcal{M}|^2}{m_2 |\mathbf{p}_1| |\mathbf{p}_2| (E_1 + m_2 c^2) - |\mathbf{p}_1| E_2 \cos \theta} \right] \text{ پاسخ:}$$

(ب) نشان دهید اگر ذره فرودی بدون جرم باشد ($m_1 = 0$) نتیجه قسمت الف به صورت فرمول زیر ساده می شود

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = S \left(\frac{\hbar E_2}{\lambda\pi m_2 c E_1} \right)^2 |\mathcal{M}|^2$$

۱۱-۶ (الف) آیا در نظریه ABC ، فرایند $A \rightarrow B + B$ امکان پذیر است؟

(ب) فرض کنید نموداری دارای n_A خط خارجی A ، n_B خط خارجی B و n_C خط خارجی C است. معیار ساده ای برای تعیین مجاز بودن این واکنش به دست آورید.

(ج) فرض کنید A به قدر کافی سنگین باشد، پس از $A \rightarrow B + C$ ، محتمل ترین مد واپاشی بعدی چیست؟ نمودار فاینمن را برای هر واپاشی رسم کنید.

۱۲-۶ (الف) کلیه نمودارهای پایین ترین مرتبه را برای $A + A \rightarrow A + A$ بکشید. (۶ نمودار)

(ب) با فرض $m_B = m_C = 0$ ، دامنه این فرایند را در پایین ترین مرتبه بیابید. پاسخ خود را به شکل انتگرالی روی چارتکانه q باقی مانده بنویسید.

۱۳-۶ با فرض $m_B = m_C = 0$ ، $d\sigma/d\Omega$ را برای $A + A \rightarrow B + B$ در چارچوب CM محاسبه کنید. سطح مقطع کل σ را نیز به دست آورید.

۱۴-۶ $d\sigma/d\Omega$ و σ را برای $A + A \rightarrow B + B$ در چارچوب آزمایشگاه بیابید. (فرض کنید $m_B = m_C = 0$ و E و p به ترتیب انرژی و تکانه A فرودی باشند.) حد غیرنسبیتی و فرانسییتی فرمول به دست آمده را تعیین کنید.

۱۵-۶ (الف) دامنه پایین‌ترین مرتبه را برای $A + B \rightarrow A + B$ تعیین کنید. [توجه: در اینجا دو نمودار وجود دارد.]

(ب) سطح مقطع دیفرانسیلی را برای این فرایند در چارچوب CM با فرض $m_C = 0$ ، $m_A = m_B = m$ بیابید. پاسخ خود را برحسب انرژی فرودی E و زاویه پراکندگی θ بیان کنید.
 (ج) $d\sigma/d\Omega$ را برای این فرایند در چارچوب آزمایشگاه بیابید. فرض کنید B بسیار سنگین‌تر از A باشد و ثابت بماند. A ذره فرودی با انرژی E است. [راهنمایی: نگاه کنید به مسئله (۸-۶).
 فرض کنید $m_B \gg m_A, m_C$ و E/c^2]

(د) در قسمت (ج)، سطح مقطع کل σ را بیابید.



الکترودینامیک کوانتومی

در این فصل معادله دیراک را معرفی و قاعده‌های فاینمن برای الکترودینامیک کوانتومی را بیان می‌کنیم، برخی ابزارهای مفید را گسترش می‌دهم و بعضی از نتایج کلاسیک QED را به دست می‌آورم. روش برخورد به شدت به مطالب فصلهای ۲، ۳ و ۶، همچنین فرمولبندی اسپین $\frac{1}{2}$ فصل ۴ بستگی دارد. فصل ۷، به نوبه خود، مبنای اجتناب‌ناپذیر بقیه کتاب است (با این حال، می‌توانید از مثال ۷-۸ و بخش ۷-۹ همراه با موضوعهای مربوط به آنها در فصلهای ۸ و ۹ صرف‌نظر کنید).

۷-۱ معادله دیراک

هر چند مدل "ABC" در فصل ۶ نظریه میدان کوانتومی کاملاً معقولی است، ولی دنیای واقعی را توصیف نمی‌کند، زیرا ذرات A ، B و C دارای اسپین ۰ هستند، در صورتی‌که کوارکها و لیبونها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ و واسطه‌ها دارای اسپین ۱ هستند. وارد کردن اسپین می‌تواند از نظر جبری دردسرافرین باشد؛ بنابراین تصمیم گرفتم حساب فاینمن را به سیاق نظریه «اسباب‌بازی» و فارغ از این آشفتگی مطرح کنم. در مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی ذرات با معادله شرودینگر توصیف می‌شوند؛ در مکانیک کوانتومی نسبیتی ذرات دارای اسپین را معادله کلاین-گوردون، ذرات با اسپین

را معادله دیراک و ذرات با اسپین ۱ را معادله پروکا توصیف می‌کنند اما، به محض آنکه قاعده‌های فاینمن تثبیت شدند، معادله میدان شالوده آنها رنگ می‌بازد و در متن کار قرار می‌گیرد — بدین ترتیب فصل ۶ را بدون ذکر معادله کلاین-گوردون به پایان رساندیم. اما برای اسپین $\frac{1}{2}$ حتی نمادگذاریهای قاعده‌های فاینمن، آشنایی با معادله دیراک را می‌طلبد. به همین دلیل برای سه بخش بعد نظریه دیراک را مطالعه می‌کنیم.

در فصل ۵، شروع از رابطه کلاسیک انرژی-تکانه:

$$\frac{p^2}{2m} + V = E \quad (۱-۷)$$

استفاده از دستورالعملهای کوانتومی:

$$p \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla, \quad E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (۲-۷)$$

و اثر دادن عملگر حاصل بر تابع موج « ψ ، شرودینگر را» به دست آوردیم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{معادله شرودینگر}) \quad (۳-۷)$$

درست به همین ترتیب می‌توان معادله کلاین-گوردون را با شروع از ۵ رابطه انرژی-تکانه نسبیتی $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^2$ یا (به صورت بهتر) رابطه زیر به دست آورد

$$p^\mu p_\mu - m^2 c^2 = 0 \quad (۴-۷)$$

از این پس انرژی پتانسیل را در نظر نمی‌گیریم؛ فقط ذرات آزاد را مد نظر می‌گیریم). با کمال تعجب، دستورالعملهای کوانتومی (۲-۷) به هیچ تعدیل نسبیتی نیاز ندارند؛ یعنی در نمادگذاری چاربرداری داریم:

$$p_\mu \rightarrow i\hbar \partial_\mu \quad (۵-۷)$$

در اینجا*

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad (۶-۷)$$

* گزاردان نسبت به چار بردار مکان-زمان پادوردای x^μ ، خود یک چار بردار همورد است، بنابراین شاخصها این چنین قرار گرفته‌اند. معادله (۵-۷)، اگر به طور کامل نوشته شود، بیان می‌کند که $(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla) \rightarrow i\hbar (E/c, -\mathbf{p})$. البته $\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu}$ (مستله ۱-۷).

یعنی

$$\partial_0 = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \partial_2 = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \partial_3 = \frac{\partial}{\partial z} \quad (۷-۷)$$

با قرار دادن (۵-۷) در (۴-۷) اثر مشتق را بر تابع موج ψ به دست می آوریم،

$$-\hbar^2 \partial^\mu \partial_\mu \psi - m^2 c^2 \psi = 0 \quad (۸-۷)$$

یا

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \nabla^2 \psi = \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \psi \quad (\text{معادله کلاین-گوردون}) \quad (۹-۷)$$

ظاهراً شرودینگر این معادله را بیش از معادله غیرنسبیتی، که به نام او معروف است، کشف کرده بود؛ ولی سرانجام با توجه به اینکه این معادله با تعبیر آماری ψ [که می گوید $|\psi|^2$ احتمال یافتن ذره در نقطه (x, y, z) است] سازگار نبود (به دلایلی که نیاز به مطرح کردن آن نداریم) رد شد. منشأ این مشکل این واقعیت بود که معادله کلاین-گوردون نسبت به t از مرتبه دوم است.* بنابراین دیراک در پی معادله ای بود که با فرمول انرژی-تکانه نسبیتی سازگار و نسبت به زمان از مرتبه اول باشد. شگفت اینکه، در سال ۱۹۳۴ پاتولی و وایسکوف نشان دادند که خود تعبیر آماری در نظریه کوانتومی نسبیتی دارای مشکل است** و معادله کلاین-گوردون را به جایگاه شایسته آن برگرداندند تا در حالی که معادله دیراک را برای ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ نگه داشتند.

راهبرد اصلی دیراک «سازه ای» کردن رابطه انرژی تکانه (۴-۷) بود. اگر فقط p^0 را داشتیم (یعنی p صفر بود) کار ساده می شد:

$$(p^0)^2 - m^2 c^2 = (p^0 + mc)(p^0 - mc) = 0 \quad (۱۰-۷)$$

پس دو معادله مرتبه اول به دست می آوریم:

$$(p^0 - mc) = 0 \quad \text{یا} \quad (p^0 + mc) = 0 \quad (۱۱-۷)$$

* توجه کنید که معادله شرودینگر (۳-۷) نسبت به t از مرتبه اول است.

** نکته اساسی آن است که در یک نظریه نسبیتی باید تولید و نابودی زوج را به حساب آورد، و بنابراین تعداد ذرات کمیته پایسته نیست.

هر یک از اینها تضمین می‌کنند که $p^\mu p_\mu - m^2 c^2 = 0$. اما اگر مؤلفه‌های دیگر p^μ نیز وجود داشته باشند مسئله مشکل می‌شود؛ در این مورد در پی چیزی به شکل

$$(p^\mu p_\mu - m^2 c^2) = (\beta^\kappa p_\kappa + mc)(\gamma^\lambda p_\lambda - mc) \quad (۱۲-۷)$$

هستیم که در آن β^κ و γ^λ هشت ضریبی هستند که باید تعیین شوند.* با انجام ضرب سمت راست داریم:

$$\beta^\kappa \gamma^\lambda p_\kappa p_\lambda - mc(\beta^\kappa - \gamma^\kappa)p_\kappa - m^2 c^2$$

چون هیچ جمله خطی نسبت به p_κ را نمی‌خواهیم $\beta^\kappa = \gamma^\kappa$ را انتخاب کنیم و برای اتمام کار باید ضرایب γ^κ را چنان انتخاب کنیم که داشته باشیم:

$$p^\mu p_\mu = \gamma^\kappa \gamma^\lambda p_\kappa p_\lambda$$

یعنی

$$\begin{aligned} (p^0)^2 - (p^1)^2 - (p^2)^2 - (p^3)^2 &= (\gamma^0)^2 (p^0)^2 + (\gamma^1)^2 (p^1)^2 + (\gamma^2)^2 (p^2)^2 \\ &+ (\gamma^3)^2 (p^3)^2 + (\gamma^0 \gamma^1 + \gamma^1 \gamma^0) p^0 p_1 \\ &+ (\gamma^0 \gamma^2 + \gamma^2 \gamma^0) p^0 p_2 + (\gamma^0 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^0) p^0 p_3 \\ &+ (\gamma^1 \gamma^2 + \gamma^2 \gamma^1) p_1 p_2 + (\gamma^1 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^1) p_1 p_3 \\ &+ (\gamma^2 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^2) p_2 p_3 \end{aligned} \quad (۱۳-۷)$$

مسئله از این قرار است: می‌توان $\gamma^0 = 1$ و $\gamma^1 = \gamma^2 = \gamma^3 = i$ را انتخاب کرد، اما به نظر نمی‌رسد راهی برای رهایی از جمله‌های ضریبی داشته باشیم. در اینجا فکر بکری از ذهن دیراک گذشت: اگر γ ها به جای اعداد، ماتریس باشند چه می‌شود؟ چون ماتریسها جابه‌جا نمی‌شوند، می‌توان مجموعه‌ای را چنان یافت که:

* در این مورد نمادگذاری شما را به اشتباه می‌اندازد، معادله (۱۲-۷) را به شکل «مفصل» می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} (p^0)^2 - (p^1)^2 - (p^2)^2 - (p^3)^2 - m^2 c^2 \\ = (\beta^0 p^0 - \beta^1 p^1 - \beta^2 p^2 - \beta^3 p^3 + mc)(\gamma^0 p^0 - \gamma^1 p^1 - \gamma^2 p^2 - \gamma^3 p^3 - mc) \end{aligned}$$

$$(\gamma^0)^2 = 1, \quad (\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1,$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 0, \quad \text{برای } \mu \neq \nu \quad (14-7)$$

یا، به صورت موجزتر،

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad (15-7)$$

که $g^{\mu\nu}$ متریک مینکوفسکی [معادله (۳-۱۳)] است و آکولدها نشانه پاد جابه جایی اند:

$$\{A, B\} \equiv AB + BA \quad (16-7)$$

شاید بخواهید با این مسئله ور بروید. این کار شدنی است، هر چند کوچکترین ماتریسهایی که سودمندند 4×4 هستند. تعدادی از «ماتریسهای گاما» وجود دارند که اساساً هم ارزند؛ ما از قرارداد استاندارد «بیورکن و درل» [۱] استفاده می کنیم:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (17-7)$$

که در آن $\sigma^i (i = 1, 2, 3)$ ماتریسهای پاتولی [معادله (۴-۲۶)] هستند، و ۱ نشانگر ماتریس یک 2×2 و ۰ ماتریس 2×2 با درایه های صفر است*.

پس رابطه انرژی تکانه نسبیتی به صورت معادله ماتریسی 4×4 سازه پذیر است:

$$(p^\mu p_\mu - m^2 c^2) = (\gamma^\kappa p_\kappa + mc)(\gamma^\lambda p_\lambda - mc) = 0 \quad (18-7)$$

با حذف یک جمله (واقعاً فرق نمی کند کدام جمله، اما انتخاب ما مرسوم است — نگاه کنید به مسئله ۷-۱۰)، معادله دیراک را به دست می آوریم:

$$\gamma^\mu p_\mu - mc = 0 \quad (19-7)$$

* وقتی متن ابهام را مجاز نمی داند، از ۱ و ۰ به همین صورت برای ماتریسهای 2×2 یا 4×4 استفاده خواهیم کرد؛ همچنین، هر جا نیاز باشد، مانند سمت راست معادله (۷-۱۵) یک ماتریس یک به بعد مناسب به کار می رود. تصادفاً، چون σ بخش فضایی یک چاربردار نیست، بین شاخصهای بالا و پایین تمیز قایل نشده ایم، $\sigma_i \equiv \sigma^i$.

اکنون با جانشین سازی معمول $p_\mu \rightarrow i\hbar \partial_\mu$ [معادله (۷-۵)] و اثر دادن نتیجه روی تابع موج ψ داریم:

$$i\hbar \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc\psi = 0 \quad (\text{معادله دیراک}) \quad (۲۰-۷)$$

توجه کنید که در اینجا ψ ماتریس ستونی چهار جزئی است:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \quad (۲۱-۷)$$

این عبارت را «دو-اسپینور» یا «اسپینور دیراک» می نامیم. (هر چند این عبارت چهار مؤلفه دارد، اما این موجود یک چاربردار نیست. در بخش ۳-۷ نشان می دهیم که چگونه با تبدیل دستگاههای لخت، چاربردار تبدیل می شود، این یک تبدیل لورنتس معمولی نیست.)

۲-۷ جوابهای معادله دیراک

اینک در پس جوابهای ساده معادله دیراک هستیم. ابتدا فرض کنید که ψ مستقل از مکان باشد:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (۲۲-۷)$$

از دید معادله (۷-۵)، عبارت بالا حالتی با تکانه صفر ($p = 0$) را توصیف می کند. معادله دیراک (۲۰-۷) به معادله زیر تبدیل می شود

$$\frac{i\hbar}{c} \gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} - mc\psi = 0 \quad (۲۳-۷)$$

یا

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial \psi_A / \partial t \\ \partial \psi_B / \partial t \end{pmatrix} = -i \frac{mc}{\hbar} \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \end{pmatrix} \quad (۲۴-۷)$$

که در آن

$$\psi_A = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (۲۵-۷)$$

حامل دو مؤلفه بالایی و

$$\psi_B = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (26-7)$$

حامل دو مؤلفه پایینی است. پس داریم:

$$\frac{\partial \psi_A}{\partial t} = -i \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right) \psi_A, \quad -\frac{\partial \psi_B}{\partial t} = -i \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right) \psi_B \quad (27-7)$$

و جوابها عبارت اند از:

$$\psi_A(t) = e^{-i(mc^2/\hbar)t} \psi_A(0), \quad \psi_B(t) = e^{+i(mc^2/\hbar)t} \psi_B(0) \quad (28-7)$$

با رجوع به معادله (۵-۱) متوجه می شویم که عامل

$$e^{-iEt/\hbar} \quad (29-7)$$

وابستگی زمانی مشخصه حالت کوانتومی با انرژی E است. برای یک ذره در حال سکون، $E = mc^2$ پس ψ_A درست چیزی است که برای $\mathbf{p} = 0$ انتظار داشتیم. اما در مورد ψ_B چه؟ ظاهراً این عبارت نشانگر حالتی با انرژی منفی ($E = -mc^2$) است. این همان فاجعه معروفی است که پیشتر در فصل ۱ به آن اشاره کردم، و دیراک در ابتدا سعی کرد با اصل موضوع قرار دادن «دریای» بینهایت و غیر قابل مشاهده از ذرات با انرژی منفی، که تمام حالت های ناخواسته را پر می کردند، از آن اجتناب کند*. در عوض، اکنون جواب های انرژی منفی را به عنوان نشانگرهای پادذرات با انرژی مثبت تفسیر می کنیم. پس ψ_A (مثلاً) الکترون ها را توصیف می کند، در صورتی که ψ_B معرف پوزیترون ها است. هر یک از اسپینورهای دو مؤلفه ای مربوط به دستگاهی با اسپین $\frac{1}{2}$ است. در نتیجه، معادله دیراک با $\mathbf{p} = 0$ چهار جواب مستقل (در حال حاضر عامل بهنجارش را نادیده می گیریم) زیر را مجاز می داند:

* شاید بیرسید چرا فرض نمی کنیم ψ_B همواره صفر است؛ و جواب های با انرژی های منفی را به لحاظ «فیزیکی غیر قابل قبول» بنامیم و آنها را فراموش کنیم. متأسفانه، این کار را نمی توان انجام دارد. در یک دستگاه کوانتومی به مجموعه کاملی از حالت ها نیاز داریم، و حالت های با انرژی مثبت به تنهایی کامل نیستند. در معادله شرودینگر علامت \hbar کاملاً قراردادی است. اگر علامت دیگری را انتخاب می کردیم $e^{iEt/\hbar}$ باید جایگزین (۷-۲۹) به عنوان مشخصه وابستگی به زمان حالت های پایای انرژی E شود. در نظریه کوانتومی نسبیتی هر دو علامت به ما تحمیل شده است و این موضوع وقتی به درستی تفسیر شود، حاکی از وجود پادذرات است.

$$\begin{aligned} \psi^{(1)} &= e^{-i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \psi^{(2)} &= e^{-i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \psi^{(3)} &= e^{+i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \psi^{(4)} &= e^{+i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (30-7)$$

که به ترتیب، الکترونی با اسپین بالا، الکترونی با اسپین پایین، پوزیترونی با اسپین بالا و پوزیترونی با اسپین پایین را توصیف می‌کنند.

سیس جوابهای موج تخت به شکل زیر

$$\psi(\mathbf{r}, t) = ae^{-i/\hbar(Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} u(E, \mathbf{p}) \quad (31-7)$$

یا در نمادگذاری مرتب‌تر

$$\psi(x) = ae^{-(i/\hbar)x \cdot p} u(p) \quad (32-7)$$

را پی می‌گیریم. (در اینجا a ثابت بهنجارش است، که ربطی به مقاصد فعلی ما ندارد، اما بعداً برای برقراری سازگاری یکاها ضروری است.) امیدواریم بتوانیم دو اسپینور $u(p)$ را چنان بیابیم که $\psi(x)$ در معادله دیراک صدق کند. (در این مرحله $p \equiv (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$ مجموعه از چهار پارامتر دلخواه است، اما چون آنها نشانگر انرژی و تکانه از آب درخواهند آمد، بهتر است از ابتدا حروف مناسبی را برای آنها برگزینیم.) چون وابستگی به x فقط محدود به ناست داریم:

$$\partial_\mu \psi = -\frac{i}{\hbar} p_\mu a e^{-(i/\hbar)x \cdot p} u \quad (33-7)$$

با قرار دادن این رابطه در معادله دیراک (۷-۲۰) به دست می‌آید:

$$\gamma^\mu p_\mu a e^{-(i/\hbar)x \cdot p} u - mca e^{-(i/\hbar)x \cdot p} u = 0$$

یا

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (34-7)$$

این معادله به «معادلهٔ دیراک فضای تکانه» معروف است. توجه کنید که این معادله کاملاً جبری بدون هیچ مشتقی است. اگر u در معادلهٔ (۳۴-۷) صدق کند، آنگاه (۳۲-۷) در معادلهٔ دیراک (۲۰-۷) صدق می‌کند.

اکنون داریم:

$$\gamma^\mu p_\mu = \gamma^0 p^0 - \gamma \cdot \mathbf{p} = \frac{E}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \mathbf{p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E/c - \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} - E/c \end{pmatrix} \quad (۳۵-۷)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^\mu p_\mu - mc)u &= \begin{pmatrix} \left(\frac{E}{c} - mc\right) & -\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} & \left(-\frac{E}{c} - mc\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} \quad \text{پس} \\ &= \begin{pmatrix} \left(\frac{E}{c} - mc\right) u_A - \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} u_B \\ \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} u_A - \left(\frac{E}{c} + mc\right) u_B \end{pmatrix} \end{aligned}$$

که مانند قبل، اندیس A معرف دو مؤلفهٔ بالا و B مؤید دو مؤلفهٔ پایین است. به منظور برقراری معادلهٔ (۳۴-۷) باید داشته باشیم:

$$u_A = \frac{c}{E - mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) u_B, \quad u_B = \frac{c}{E + mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) u_A \quad (۳۶-۷)$$

با قراردادن دومی در اولی داریم:

$$u_A = \frac{c^2}{E^2 - m^2 c^4} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})^2 u_A \quad (۳۷-۷)$$

اما

$$\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} = p_x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + p_y \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + p_z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} p_z & (p_x - ip_y) \\ (p_x + ip_y) & -p_z \end{pmatrix} \quad (۳۸-۷)$$

پس:

$$(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})^2 = \begin{pmatrix} p_z^2 + (p_x - ip_y)(p_x + ip_y) & p_z(p_x - ip_y) - p_z(p_x - ip_y) \\ p_z(p_x + ip_y) - p_z(p_x + ip_y) & (p_x + ip_y)(p_x - ip_y) + p_z^2 \end{pmatrix} = \mathbf{p}^2 \quad (۳۹-۷)$$

که در آن ۱ ماتریس یکه 2×2 است (که این بار به شکل صریح نوشته شده است).

پس:

$$u_A = \frac{\mathbf{p}^2 c^2}{E^2 - m^2 c^4} u_A \quad (۴۰-۷)$$

و بنابراین *

$$E^2 - m^2 c^4 = \mathbf{p}^2 c^2 \quad (۴۱-۷)$$

یعنی به منظور برقراری معادله دیراک، E و \mathbf{p} [در معادله (۳۱-۷)] باید از رابطه انرژی-تکانه نسبیتی متداول پیروی کنند. این تعجب آور نیست، اما جالب است که ببینیم چگونه معادله دیراک این شرط را اعمال می‌کند. به عنوان معادله‌ای برای E ، (۴۱-۷) دارای دو جواب است:

$$E = \pm \sqrt{m^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2} \quad (۴۲-۷)$$

ریشه مثبت مربوط به حالت‌های ذرات و ریشه منفی مربوط به حالت‌های پاد ذرات است. با بازگشت به معادله (۳۶-۷) و استفاده از (۳۸-۷)، نوشتن چهار جواب مستقل برای معادله دیراک (با نادیده گرفتن عامل‌های بهنجارش) موضوعی ساده است:

* معادله (۴۰-۷) جواب $u_A = 0$ را نیز مجاز می‌داند؛ اما، همین استدلال با شروع از معادله (۳۶-۷) اما قراردادن اولی در دومی، معادله (۴۰-۷) را می‌دهد بجز آنکه u_B به جای u_A قرار می‌گیرد. پس بجز در موردی که u_A و u_B هر دو صفر باشند (در موردی که هیچ جوابی نداشته باشیم) معادله (۴۱-۷) باید برقرار باشد.

$$(۱) \text{ با انتخاب } u_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ آنگاه}$$

$$u_B = \frac{c}{E + mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{c}{E + mc^2} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}$$

$$(۲) \text{ با انتخاب } u_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ آنگاه}$$

$$u_B = \frac{c}{E + mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{c}{E + mc^2} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix}$$

$$(۳) \text{ با انتخاب } u_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ آنگاه}$$

$$u_A = \frac{c}{E - mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{c}{E - mc^2} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}$$

$$(۴) \text{ با انتخاب } u_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ آنگاه}$$

$$u_A = \frac{c}{E - mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{c}{E - mc^2} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix} \quad (۴۳-۷)$$

برای (۱) و (۲) باید از علامت مثبت در معادله (۴۲-۷) استفاده کنیم، در غیر این صورت اگر $\mathbf{p} \rightarrow 0$ ، u_B بینهایت می شود؛ بدیهی است که اینها جوابهای ذره اند. برای (۳) و (۴) مجبوریم از علامت منفی استفاده کنیم، اینها حالت های پاد ذره هستند. بهتر است که این اسپینورها را طوری بهنجار کنیم که داشته باشیم*

$$u^\dagger u = 2|E|/c \quad (۴۴-۷)$$

* در واقع، حداقل سه قرارداد مختلف در متون علمی وجود دارد: $u^\dagger u = 2|E|/c$ (هالزن و مارتین) $u^\dagger u = |E|/mc^2$ (بیورکن و درل)، $u^\dagger u = 1$ (بوگولیوبوف و شیرکف)، در این مورد، از قرارداد بیورکن و درل تخطی می کنیم زیرا انتخاب آنها مشکلات جعلی را وقتی $m \rightarrow 0$ وارد می کند.

که در آن «صلیب» به معنی همیوگ ترانهاده (یا «همیوگ هرمیتی») است:

$$u = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \Rightarrow u^\dagger = (\alpha^* \beta^* \gamma^* \delta^*)$$

پس

$$u^\dagger u = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 \quad (۴۵-۷)$$

بنابراین چهار جواب عبارت‌اند از:

$$u^{(1)} = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{c(p_z)}{E + mc^2} \\ \frac{c(p_x + ip_y)}{E + mc^2} \end{pmatrix}, \quad u^{(2)} = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{c(p_x - ip_y)}{E + mc^2} \\ \frac{c(-p_z)}{E + mc^2} \end{pmatrix}$$

(با $E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$)

$$u^{(3)} = N \begin{pmatrix} \frac{c(p_z)}{E - mc^2} \\ \frac{c(p_x + ip_y)}{E - mc^2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u^{(4)} = N \begin{pmatrix} \frac{c(p_x - ip_y)}{E - mc^2} \\ \frac{c(-p_z)}{E - mc^2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(E = -\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \text{ با} \right) \quad (۴۶-۷)$$

و ثابت بهنجارش (نگاه کنید به مسئله ۷-۳) عبارت است از

$$N = \sqrt{(|E| + mc^2)/c} \quad (۴۷-۷)$$

شاید گمان کنید که $u^{(1)}$ الکترونی با اسپین بالا، $u^{(2)}$ الکترونی با اسپین پایین، و مانند آن را توصیف

می‌کند، اما کاملاً این طور نیست. برای ذرات دیراک ماتریسهای اسپین [تعمیم (۴-۲۱)] عبارت‌اند از

$$S = \frac{\hbar}{2} \Sigma, \quad \text{با } \Sigma \equiv \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix} \quad (۴۸-۷)$$

و به سادگی می‌توان بررسی کرد که مثلاً $u^{(۱)}$ ویژه حالت Σ_z نیست. اما، اگر محور z را چنان بچرخانیم که در راستای حرکت باشد (در این حالت $p_x = p_y = 0$) آن‌گاه $u^{(۱)}, u^{(۲)}, u^{(۳)}$ و $u^{(۴)}$ ویژه اسپینورهای S_z هستند؛ $u^{(۱)}$ و $u^{(۳)}$ اسپین بالا و $u^{(۲)}$ و $u^{(۴)}$ اسپین پایین هستند* (مسئله ۷-۶). قبلاً گفتیم که E و \mathbf{p} [در معادله (۷-۳۱)] پارامترهای ریاضی‌اند که به لحاظ فیزیکی با انرژی و تکانه متناظر هستند و این برای حالت‌های الکترونی $u^{(۱)}$ و $u^{(۲)}$ کاملاً صادق است. با این حال E در $u^{(۳)}$ و $u^{(۴)}$ نمی‌تواند انرژی پوزیترون را نشان دهد؛ تمام ذرات آزاد، هم الکترون‌ها و هم پوزیترون‌ها حامل انرژی مثبت‌اند. جوابهای «انرژی منفی» را باید به صورت حالت‌های پادذره با انرژی مثبت تعبیر شوند. برای بیان این جوابها برحسب انرژی و تکانه فیزیکی پوزیترون، علامتهای E و \mathbf{p} را معکوس می‌کنیم:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = ae^{i/\hbar(Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} u(-E, -\mathbf{p}) \quad \text{[برای جوابهای (۳) و (۴)]} \quad (۴۹-۷)$$

مراقب باشید، که اینها همان جوابهای قبلی معادله دیراک‌اند؛ فقط قرارداد علامت متفاوتی برای پارامترها انتخاب شده است — که با تعبیر فیزیکی آنها سازگاری بهتری دارد. ** معمولاً برای حالت‌های پوزیترون از حرف v استفاده کنیم که برحسب انرژی و تکانه فیزیکی نوشته شده باشد. ***

* در واقع، امکان ندارد اسپینورهایی نوشت که همزمان در معادله (۷-۳۴) صدق کنند و ویژه حالت S_z باشند (جز در حالت خاص $\mathbf{p} = p_z \hat{z}$). زیرا، S به تنهایی کمیتی پایسته نیست؛ و فقط تکانه زاویه‌ای کل، $\mathbf{L} + \mathbf{S}$ در اینجا پایسته است (مسئله ۷-۸). اما می‌توان ویژه حالت‌های هلیسیتی، $\Sigma \cdot \hat{\mathbf{p}}$ را تدوین کرد (در آن هیچ تکانه زاویه‌ای مداری حول راستای حرکت وجود ندارد)، اما اینها تا حدودی مایه دردرسند (مسئله ۷-۷)، و در عمل کار با اسپینورهای (۷-۴۶) ساده‌تر است، هر چند تغییر فیزیکی آنها خیلی روشن نیست. آنچه واقعاً مهم است آن است که یک مجموعه کامل از جوابها داریم.

** اگر تغییر نمادگذاری در وسط کار، مانند این مورد، شما را نگران می‌کند به معادله (۷-۳۲) برگردید و آن را در همه جا p^μ نخوانید — آن را k^μ بنامید (یا چیز دیگر). سپس در آخر کار، برای جوابهای (۱) و (۲) قرار دهید: $k^* = E/c$ ، $\mathbf{k} = \mathbf{p}$ و برای جوابهای (۳) و (۴) قرار دهید: $k^* = -E/c$ و $\mathbf{k} = -\mathbf{p}$.

*** انتساب $v^{(۱)}$ به $u^{(۳)}$ و $v^{(۲)}$ به $u^{(۴)}$ متداول است. در حالت خاص $p_x = p_y = 0$ ، $v^{(۱)}$ اسپین پایین و $v^{(۲)}$ اسپین بالاست. در نگاه اول این کار احمقانه به نظر می‌رسد اما دلیلی برای این کار وجود دارد؛ عملگر همیوگی باریک الکترون با اسپین بالا را با پوزیترونی با اسپین پایین تبدیل می‌کند، پس از این منظر $u^{(۱)}$ و $v^{(۱)}$ و همچنین $u^{(۲)}$ و $v^{(۲)}$ «جفت ذره-پادذره‌اند» (مسئله ۷-۹).

$$v^{(1)}(E, \mathbf{p}) = u^{(2)}(-E, -\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} \frac{c(p_x - ip_y)}{E + mc^2} \\ \frac{c(-p_z)}{E + mc^2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$v^{(2)}(E, \mathbf{p}) = -u^{(1)}(-E, -\mathbf{p}) = -N \begin{pmatrix} \frac{c(p_z)}{E + mc^2} \\ \frac{c(p_x + ip_y)}{E + mc^2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(E = \sqrt{m^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2}) \quad (50-7)$$

از این پس دیگر به جوابهای $u^{(2)}$ و $u^{(1)}$ اشاره نخواهیم کرد؛ جوابهای مورد استفاده عبارتند از $u^{(1)}$ و $u^{(2)}$ (نشانگر حالت‌های اسپینی الکترونی با انرژی E و تکانه \mathbf{p}) و $v^{(1)}$ و $v^{(2)}$ (نشانگر دو حالت اسپینی پوزیترونی با انرژی E و تکانه \mathbf{p}). توجه کنید که وقتی u ها در معادله دیراک فضای تکانه (۳۴-۷) به شکل زیر صدق کنند.

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (34-7)$$

v ها از معادله‌ای که در آن علامت p_μ معکوس شده تبعیت می‌کنند:

$$(\gamma^\mu p_\mu + mc)v = 0 \quad (51-7)$$

ضمناً، البته امواج تخت جوابهای خاص معادله دیراک هستند. با این حال، آنها مورد علاقه ما هستند زیرا ذراتی را با انرژی و تکانه معین توصیف می‌کنند، و در یک آزمایش نوعی پارامترهایی هستند که ما آنها را کنترل و اندازه‌گیری می‌کنیم.

۳-۷ هموردهای دو خطی

در بخش ۱-۷ اشاره کردم که مؤلفه‌های اسپینور دیراک در تبدیل از یک دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر مانند یک چاربردار تبدیل نمی‌شوند. پس آنها چگونه تبدیل می‌شوند؟ در اینجا به این کار نمی‌پردازم، و صرفاً نتیجه را ذکر می‌کنیم [۲]: اگر به دستگاهی برویم که با سرعت v در جهت

x حرکت کند قاعده تبدیل به صورت زیر است

$$\psi \rightarrow \psi' = S\psi \quad (52-7)$$

که در آن S ماتریس 4×4 زیر است:

$$S = a_+ + a_- \gamma^0 \gamma^1 = \begin{pmatrix} a_+ & a_- \sigma_1 \\ a_- \sigma_1 & a_+ \end{pmatrix} \quad (53-7)$$

با

$$a_{\pm} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma \pm 1)} \quad (54-7)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

و طبق معمول فرض کنید می‌خواهیم از اسپینور یک کمیت نرده‌ای بسازیم. معقول است که عبارت زیر را امتحان کنیم

$$\psi^\dagger \psi = (\psi_1^* \psi_2^* \psi_3^* \psi_4^*) \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + |\psi_3|^2 + |\psi_4|^2 \quad (55-7)$$

متأسفانه، این یک نرده‌ای نیست، که می‌توانید آن را با اعمال قاعده تبدیل قبلی تحقیق کنید*:

$$(\psi^\dagger \psi)' = (\psi')^\dagger \psi' = \psi^\dagger S^\dagger S \psi \neq (\psi^\dagger \psi) \quad (56-7)$$

در واقع (نگاه کنید به مسئله ۷-۱۱):

* توجه کنید که از نهاده یک حاصلضرب، حاصلضرب ترانواده با ترتیب عکس است:

$$(\tilde{A}\tilde{B})_{ij} = (AB)_{ji} = A_{jk} B_{ki} = \bar{B}_{ik} \bar{A}_{kj} = (\bar{B}\bar{A})_{ij}$$

مورد مشابهی برای همیوگ هریتی رخ می‌دهد:

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger$$

$$S^\dagger S = S^\dagger = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c}\sigma_1 \\ -\frac{v}{c}\sigma_1 & 1 \end{pmatrix} \neq 1 \quad (57-7)$$

البته، مجموع مربعات اجزای چاربردار هم ناوردا نیست؛ و باید مؤلفه‌های فضایی دارای علامت منفی باشند [معادله (۱۲-۳)]. با کمی آزمون و خطا می‌توان کشف کرد که برای اسپینورها به علامت منفی برای مؤلفه‌های سوم و چهارم نیاز داریم. همان‌طور که در فصل ۳ برای پیگیری علامتها چاربردارهای هموردا را وارد کردیم، اکنون اسپینور الحاقی را معرفی می‌کنیم:

$$\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0 = (\psi_1^* \psi_4^* - \psi_2^* - \psi_3^*) \quad (58-7)$$

ادعا می‌کنیم که کمیت

$$\bar{\psi}\psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 - |\psi_3|^2 - |\psi_4|^2 \quad (59-7)$$

یک ناورداى نسبیتی است. زیرا $S^\dagger \gamma^0 S = \gamma^0$ (مسئله ۷-۱۱) و بنابراین

$$(\bar{\psi}\psi)' = (\psi')^\dagger \gamma^0 \psi' = \psi^\dagger S^\dagger \gamma^0 S \psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi = \bar{\psi}\psi \quad (60-7)$$

در فصل ۴ دیدیم که نرده‌ایها و شبه نرده‌ایها را مطابق رفتارشان تحت تبدیل پارینه $P: (x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ از هم تمیز دهیم. شبه نرده‌ایها تغییر علامت می‌دهند و نرده‌ایها نمی‌دهند. طبیعی است که بیرسیم آیا $\bar{\psi}\psi$ از نوع نرده‌ای است یا شبه نرده‌ای. ابتدا، باید بدانیم اسپینورهای دیراک بر اثر P چگونه تبدیل می‌یابند. البته، آن را مجدداً به‌دست نمی‌آورم، اما نتیجه را ذکر می‌کنم [۳]:

$$\psi \rightarrow \psi' = \gamma^0 \psi \quad (61-7)$$

که نتیجه می‌دهد:

$$(\bar{\psi}\psi)' = (\psi')^\dagger \gamma^0 \psi' = \psi^\dagger (\gamma^0)^\dagger \gamma^0 \gamma^0 \psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi = \bar{\psi}\psi \quad (62-7)$$

پس $(\bar{\psi}\psi)$ تحت تأثیر P ناوردا و یک نرده‌ای «واقعی» است. اما می‌توان از ψ یک شبه نرده‌ای نیز ساخت:

$$\bar{\psi}\gamma^5\psi \quad (63-7)$$

که در آن

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (64-7)$$

می‌توانید تحقیق کنید که عبارت فوق یک ناوردای لورنتسی است (مسئله ۷-۱۲). رفتار آن تحت تأثیر پارите عبارت است از:

$$(\bar{\psi}\gamma^5\psi)' = (\psi')^\dagger\gamma^0\gamma^5\psi' = \psi'^\dagger\gamma^0\gamma^5\gamma^0\gamma^0\psi = \psi'^\dagger\gamma^5\gamma^0\psi \quad (65-7)$$

(درگام آخر از $1 = (\gamma^0)^2$ استفاده کرده‌ایم.) اما γ^0 در «محل نادرست» نسبت به γ^5 قرار گرفته است، اما می‌توان آن را با توجه به پاد جابه‌جایی‌اش با $\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$ و γ^0 [معادله (۷-۱۵)] و (البته) جابه‌جایی نسبت به خودش ($\gamma^3\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^3, \gamma^2\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^2, \gamma^1\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^1, \gamma^0\gamma^0 = \gamma^0\gamma^0$) «به‌جای خود» برد، پس داریم:

$$\gamma^5\gamma^0 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^0 = (-1)^3\gamma^0(i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3) = -\gamma^0\gamma^5$$

به همین ترتیب، γ^5 با همه ماتریسهای γ دیگر پاد جابه‌جا می‌شود:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \quad (66-7)$$

در هر حال داریم

$$(\bar{\psi}\gamma^5\psi)' = -\psi'^\dagger\gamma^0\gamma^5\psi = -(\bar{\psi}\gamma^5\psi) \quad (67-7)$$

پس این ترکیب یک شبه نرده‌ای است.

به‌طور کلی، ۱۶ حاصلضرب به شکل $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ (یک مؤلفه از ψ^* و یکی از ψ) که i و z از ۱ تا ۴ تغییر می‌کنند، وجود دارد. این ۱۶ حاصلضرب را می‌توان در ترکیبهای خطی مختلف به‌منظور ساختن کمیت‌های با رفتار تبدیلی مشخص، باهم جمع کرد که عبارت‌اند از:

$$\left\{ \begin{array}{ll} (1) \quad \bar{\psi}\psi = \text{نرده‌ای} & (\text{یک مؤلفه}) \\ (2) \quad \bar{\psi}\gamma^5\psi = \text{شبه‌نرده‌ای} & (\text{یک مؤلفه}) \\ (3) \quad \bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \text{بردار} & (\text{چهار مؤلفه}) \\ (4) \quad \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi = \text{شبه‌بردار} & (\text{چهار مؤلفه}) \\ (5) \quad \bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi = \text{تانسور پاد متقارن} & (\text{شش مؤلفه}) \end{array} \right\} \quad (68-7)$$

که در آن

$$\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \quad (۶۹-۷)$$

این ۱۶ جمله می‌دهد، پس همه چیز است که می‌توان به این ترتیب ساخت. مثلاً نمی‌توان، یک تانسور متقارن دو خطی در ψ^* و ψ ساخت، و اگر در پی یک بردار باشید، تنها نامزد $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ است.* (راه دیگر در نظر گرفتن آن بدین صورت است: $1, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^\mu\gamma^5$ و $\sigma^{\mu\nu}$ «پایه‌های» فضای تمام ماتریسهای 4×4 را تشکیل می‌دهند؛ هر ماتریس 4×4 را می‌توان به صورت یک ترکیب خطی از این ۱۶ ماتریس نوشت. به خصوص اگر با حاصلضرب از پنج ماتریس γ مواجه شدید، مطمئن باشید که می‌توان آن را به حاصلضربی نه بیش از دو تا از آنها تقلیل داد.) لحظه‌ای تأمل کنید تا از نمادگذاری در (۶۸-۷) لذت ببرید. ویژگی تانسوری هموردهای دوخطی، و حتی رفتار آنها تحت تأثیر پارите را می‌توان در یک نگاه دید: $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ شبیه یک چاربردار به نظر می‌رسد؛ و در واقع یک چاربردار است. اما خود γ^μ مسلماً یک چاربردار نیست و مجموعه‌ای از چهار ماتریس ثابت (۷-۱۷) است؛ هنگامی که به دستگاههای لخت مختلف می‌روید آنها تغییر نمی‌کنند — ولی ψ تغییر می‌کند.

۴-۷ فوتون

در الکتروپدینامیک کلاسیک میدانهای الکتریکی و مغناطیسی (**E** و **B**) با چگالی بار ρ و چگالی جریان **J** تولید و با معادله‌های ماکسول تعیین می‌شدند**:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{(i)} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho & \text{(iii)} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \text{(ii)} \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 & \text{(iv)} \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \end{array} \right\} \quad (۷۰-۷)$$

در نمادگذاری نسبیتی، **E** و **B** با هم تانسور رتبه دو پادمقارن «تانسور شدت میدان» $F^{\mu\nu}$ را

* توجه کنید که $\psi^\dagger\psi = \psi^\dagger\gamma^0\gamma^0\psi = \bar{\psi}\psi$ پس $\psi^\dagger\psi$ واقعاً مؤلفه صفرم یک چاربردار است. این دلیلی است که چرا قرارداد بهنجارش (۷-۴۴)، که در آن زمان بدون شک عجیب به نظر می‌رسید، در واقع بسیار معقول است. با بهنجارش $u^\dagger u$ به مؤلفه صفرم چاربردار p^μ به یک قرارداد «طبیعی» نسبیتی دست می‌یابیم (مسئله ۷-۱۴). در ضمن همانند مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی، ψ^* دارای بعد l^{-1} (حجم) است، پس ثابت a در معادله (۷-۳۱) دارای یکای $mc(\hbar^{-2})^{1/2}$ است.

** پیش‌فرض این بخش اندکی آشنایی با الکتروپدینامیک کلاسیک است؛ این بخش چنان طراحی شده است که توصیف فوتون در الکتروپدینامیک کوانتومی موجه‌تر به نظر آید، اما اگر آن را نمی‌فهمید مستقیماً به بخش ۷-۵ بروید. همچون همیشه از یکاهای cgs گاوسی استفاده کرده‌ایم.

تشکیل می دهند:

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (۷۱-۷)$$

(یعنی، $F^{12} = -B_z$, $F^{13} = E_x$ ، و غیره)، در حالی که ρ و \mathbf{J} یک چار بردار به وجود می آورند:

$$J^\mu = (c\rho, \mathbf{J}) \quad (۷۲-۷)$$

اکنون می توان معادله های ماکسول ناهمگن [(i) و (iv)] را به صورت مرتب تری نوشت:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J^\nu \quad (۷۳-۷)$$

از یاد متقارن بودن $F^{\mu\nu}$ (یعنی: $F^{\nu\mu} = -F^{\mu\nu}$) نتیجه می شود که J^μ بدون واگرایی است (مسئله ۷-۱۸):

$$\partial_\mu J^\mu = 0 \quad (۷۴-۷)$$

یا، در نمادگذاری سه بردار، $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial}{\partial t} \rho$ ؛ این «معادله پیوستگی» است که پایستگی موضعی بار را بیان می کند (مسئله ۷-۱۹).

برای معادله های ماکسول همگن، (iii) با این گزاره که \mathbf{B} را می توان به صورت تاو یک پتانسیل برداری \mathbf{A} نوشت، هم ارز است:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (۷۵-۷)$$

با استفاده از این، عبارت (ii) به شکل زیر درمی آید

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (۷۶-۷)$$

که معادل آن است که بگوییم $\mathbf{E} + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)$ را می توان به صورت گرادیان یک پتانسیل نرده ای V نوشت:

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (۷۷-۷)$$

در نمادگذاری نسبیتی، معادله‌های (۷۵-۷) و (۷۷-۷) به شکل

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (۷۸-۷)$$

درمی‌آیند که در آن

$$A^\mu = (V, \mathbf{A}) \quad (۷۹-۷)$$

برحسب این پتانسیل چاربردار، معادله‌های ماکسول ناهمگن (۷۳-۷) عبارت‌اند از:

$$\partial_\mu \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) = \frac{4\pi}{c} J^\nu \quad (۸۰-۷)$$

در الکترونیک کلاسیک میدانها موجودات فیزیکی‌اند؛ و پتانسیلها ساختارهای ریاضی مفید هستند. مزیت فرمولبندی پتانسیلی آن است که خود به خود معادله‌های ماکسول همگن را در نظر می‌گیرد: با معلوم بودن معادله‌های (۷۵-۷) و (۷۷-۷)، بلافاصله (ii) و (iii) به دست می‌آیند، و مهم نیست که \mathbf{A} و V چه باشند، تنها معادله‌ای که جای نگرانی دارد معادله ناهمگن (۷-۸۰) است. عیب فرمولبندی پتانسیلی آن است که \mathbf{A} و V به صورت یکتا تعیین نمی‌شوند. در واقع از معادله (۷۸-۷) روشن است که پتانسیل‌های جدید

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \lambda \quad (۸۱-۷)$$

(که در آن λ تابعی دلخواه از زمان و مکان است) به همان خوبی از عهده برمی‌آید، زیرا $\partial^\mu A'^\nu - \partial^\nu A'^\mu = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. پتانسیلها که تأثیری در میدانها ندارند، تبدیل پیمانه‌ای نامیده می‌شوند. از این آزادی پیمانه‌ای می‌توان استفاده و یک قید اضافی بر پتانسیلها تحمیل کرد [۴]:

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad (۸۲-۷)$$

این رابطه شرط لورنتس نامیده می‌شود؛ و به کمک آن معادله‌های ماکسول (۷-۸۰) باز هم ساده‌تر می‌شوند:

$$\square A^\mu = \frac{4\pi}{c} J^\mu \quad (۸۳-۷)$$

در اینجا $\square \equiv \partial^\mu \partial_\mu = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$ و عملگر دالامبری نامیده می‌شود.

با این حال، حتی شرط لورنتس A^μ را به طوریکتا مشخص نمی‌کند. به علاوه تبدیلهای پیمانه‌ای، بدون مختل کردن معادله (۷-۸۲) امکان‌پذیر است، به شرط آنکه تابع پیمانه‌ای در معادله موج زیر صدق کند:

$$\square \lambda = 0 \quad (۷-۸۴)$$

متأسفانه، هیچ راه روشنی برای حذف ابهام باقی مانده در A^μ وجود ندارد، و باید یا (۱) با این عدم قطعیت که به معنی وجود درجه آزادی اضافی است، ساخت یا (۲) قید اضافی دیگری را تحمیل کرد که هموردایی لورنتس نظریه را به هم می‌زند. هر دو رهیافت در فرمولبندی الکترودینامیک کوانتونی مورد استفاده قرار گرفته است، ما شق دوم را دنبال می‌کنیم. در فضایی تهی که در آن $J^\mu = 0$ ، می‌گیریم (نگاه کنید به مسئله ۷-۲۰)

$$A^\circ = 0 \quad (۷-۸۵)$$

آن‌گاه شرط لورنتس به صورت زیر درمی‌آید

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (۷-۸۶)$$

این انتخاب (پیمانه کولن) به طرز جذابی ساده است، اما انتخاب یک مؤلفه (A°) برای برخورد مخصوص ما را به یک دستگاه لخت خاصی مقید می‌کند (یا ما را مجبور می‌کند تبدیلی پیمانه‌ای را در ارتباط با هر تبدیل لورنتس انجام دهیم تا شرط پیمانه کولن برقرار شود). در عمل، این کار به ندرت مسئله‌ساز است، اما از دید زیبایی شناختی ناخوشایند است.

در الکترودینامیک کوانتومی A^μ تابع موج فوتون می‌شود. فوتون آزاد در معادله (۷-۸۳) با $J^\mu = 0$ صدق می‌کند:

$$\square A^\mu = 0 \quad (۷-۸۷)$$

که متوجه می‌شویم معادله کلاین-گوردون (۷-۹) برای ذره بدون جرم است. مانند مورد معادله دیراک، در پی جوابهای موج تخت با تکانه $p = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$ هستیم:

$$A^\mu(x) = a e^{-(i/\hbar)p \cdot x} \epsilon^\mu(p) \quad (۷-۸۸)$$

در اینجا ϵ^μ بردار قطبش — مشخص‌کننده اسپین فوتون — است و a ضریب بهنجارش است.

با جایگذاری معادله (۷-۸۸) در معادله (۷-۸۷) قیدی روی p^μ به دست می آوریم:

$$E = |\mathbf{p}|c \quad \text{که به طوری که} \quad p^\mu p_\mu = 0 \quad (۷-۸۹)$$

که برای ذره بدون جرم نیز چنین باید باشد.

در ضمن، ϵ^μ چهار مؤلفه دارد، اما همه آنها مستقل نیستند. شرط لورنتس (۷-۸۲) ایجاب می کند که

$$p^\mu \epsilon_\mu = 0 \quad (۷-۹۰)$$

به علاوه در پیمانه کولن داریم:

$$\epsilon^0 = 0, \quad \epsilon \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (۷-۹۱)$$

یعنی سه بردار قطبش (ϵ) بر جهت انتشار عمود است؛ می گوئیم فوتون آزاد دارای قطبش عرضی است. به همین دلیل پیمانه کولن به پیمانه عرضی نیز معروف است. اینک دو سه بردار مستقل خطی وجود دارد که بر \mathbf{p} عمودند؛ برای مثال اگر \mathbf{p} در راستای z ها باشد، می توان گرفت

$$\epsilon_{(1)} = (0, 1, 0), \quad \epsilon_{(2)} = (0, 0, 1) \quad (۷-۹۲)$$

پس به جای چهار جواب مستقل برای یک تکانه معین (که برای ذره ای با اسپین ۱ بسیار زیاد است)، فقط دو تا باقی می ماند. این خیلی کم به نظر می رسد: نباید فوتون سه حالت اسپینی داشته باشد؟ جواب منفی است: ذره جرم دار با اسپین s ، $2s + 1$ سمتگیری مختلف اسپینی دارد، اما ذره بدون جرم، بدون توجه به اسپین فقط دو حالت دارد (بجز $s = 0$ ، که فقط یک حالت دارد). این ذره در جهت حرکتش فقط می تواند $m_s = +s$ یا $m_s = -s$ داشته باشد. به بیان دیگر، هلیسیته آن فقط می تواند $+1$ یا -1 باشد.*

* حالت های فوتون با $m_s = \pm 1$ متناظر با قطبش دایره ای چپگرد و راستگرد است. بردارهای قطبش مربوطه $\epsilon_\pm = \mp (\epsilon_1 \pm i\epsilon_2)/\sqrt{2}$ هستند. توجه کنید که با مشخص کردن پیمانه خاصی است که جواب غیر فیزیکی ($m_s = 0$) را حذف می کنیم. اگر بخواهیم رهیافت «هموردا» را دنبال کنیم، که در آن از اعمال شرط پیمانه کولنی اجتناب می کنیم، فوتونهای آزاد طولی نیز در نظریه حضور خواهند داشت. اما این «ارواح» از هر چیز دیگر واجفته اند و اثری در نتایج نهایی ندارند.

۵-۷. قاعده‌های فاینمن برای الکتروپدینامیک کوانتومی

در بخش ۲-۷ دریافتیم که الکترون‌ها و پوزیترون‌های آزاد با تکانه $p = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$ و انرژی $E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$ ، با توابع موج نشان داده می‌شوند*:

$$\begin{array}{ll} \text{پوزیترون‌ها} & \psi(x) = ae^{(i/\hbar)p \cdot x} v^{(s)}(p) \\ \text{الکترون‌ها} & \psi(x) = ae^{-(i/\hbar)p \cdot x} u^{(s)}(p) \end{array} \quad (93-7)$$

که در آن $s = 1, 2$ برای دو حالت اسپینی است. اسپینورهای $u^{(s)}$ و $v^{(s)}$ در معادله‌های دیراک فضای تکانه صدق می‌کنند:

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (\gamma^\mu p_\mu + mc)v = 0 \quad (94-7)$$

و الحاقیهای آنها، $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$ و $\bar{v} = v^\dagger \gamma^0$ در

$$\bar{u}(\gamma^\mu p_\mu - mc) = 0 \quad \bar{v}(\gamma^\mu p_\mu + mc) = 0$$

صدق می‌کنند. آنها متعامدند،

$$\bar{u}^{(1)} u^{(2)} = 0 \quad \bar{v}^{(1)} v^{(2)} = 0 \quad (95-7)$$

به‌نجار

$$\bar{u}u = 2mc \quad \bar{v}v = -2mc \quad (96-7)$$

و کامل، یعنی

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + mc) \quad \sum_{s=1,2} v^{(s)} \bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - mc) \quad (97-7)$$

* برای خودکفا ساختن این بخش به‌عنوان مرجعی ساده‌تر و همچنین تأکید بر شباهت‌ها و تفاوت‌های نظریه الکترون‌ها، پروتون‌ها و فوتون‌ها، با خلاصه‌ای از نتایج اساسی بخش‌های اولیه شروع کرده‌ام. در این بحث من از «الکترون‌ها» و «پوزیترون‌ها» صحبت می‌کنم، اما آنها می‌توانند همان μ^- و μ^+ یا τ^- و τ^+ یا (با بار الکتریکی مناسب) کوارک‌ها و پادکوارک‌ها — به‌طور خلاصه هر ذره باردار با اسپین $\frac{1}{2}$ باشند.

(نگاه کنید به مسئله ۷-۲۲). یک مجموعه صریح مناسب $(u^{(1)}, u^{(2)}, v^{(1)}, v^{(2)})$ در معادله‌های (۷-۴۶) و (۷-۵۰) داده شده است. معمولاً روی اسپینهای پوزیترون و الکترون میانگین می‌گیریم، و در این مورد مهم نیست که آنها کاملاً اسپین بالا یا پایین نباشند؛ آنچه واقعاً نیاز داریم کامل بودن است. البته در مسائل خاصی که اسپینها مشخص شده‌اند، باید، از اسپینورهای مناسب هر حالت داده شده استفاده کرد.

در ضمن، فوتون آزاد با تکانه $p = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$ و $E = |\mathbf{p}|c$ با تابع موج

فوتونها

(۷-۹۸)

$$A^\mu(x) = a e^{-(i/\hbar)p \cdot x} \epsilon_{(s)}^\mu$$

که در آن $s = 1, 2$ است برای دو حالت اسپینی (یا «قطبش») فوتون به‌کار می‌رود. بردارهای قطبش $\epsilon_{(s)}^\mu$ در شرط لورنتس فضای تکانه:

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (7-99)$$

صدق می‌کنند. آنها متعامدند، به این معنی که

$$\epsilon_{(1)}^{\mu*} \epsilon_{\mu(2)} = 0 \quad (7-100)$$

و بهنجارند

$$\epsilon^{\mu*} \epsilon_\mu = 1 \quad (7-101)$$

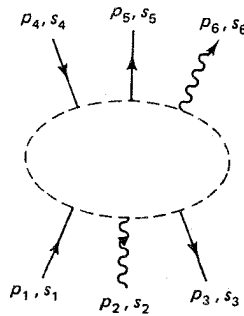
در پیمانه کولن

$$\epsilon^0 = 0, \quad \epsilon \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (7-102)$$

و سه بردار قطبش از رابطه کمال (مسئله ۷-۲۳) پیروی می‌کنند:

$$\sum_{s=1,2} (\epsilon_{(s)})_i (\epsilon_{(s)}^*)_j = \delta_{ij} - \hat{p}_i \hat{p}_j \quad (7-103)$$

یک زوج صریح مناسب $(\epsilon_{(1)}, \epsilon_{(2)})$ در معادله (۷-۹۲) داده شده است.



شکل ۱-۷ یک نمودار نوعی QED، که خطوط خارجی نشانه‌گذاری شده‌اند. (خطوط داخلی نشان داده نشده‌اند).

برای محاسبه دامنه \mathcal{M} ، متناظر با نمودار فاینمن خاص به صورت زیر عمل کنید:

۱. نمادگذاری. چار تکه‌های ورودی و خروجی را با p_1, p_2, \dots, p_n و اسپینهای متناظر را، s_1, s_2, \dots, s_n و چار تکه‌های داخلی را با q_1, q_2, \dots نشانه‌گذاری کنید. پیکانهایی روی خطوط به شرح زیر در نظر بگیرید: پیکانهای روی خطوط فرمیونی خارجی نشان می‌دهد که آنها الکترون‌اند یا پوزیترون؛ پیکانهای روی خطوط فرمیونی داخلی چنان در نظر گرفته می‌شوند که «جهت جریان» درون نمودار حفظ شود (یعنی، هر رأس باید یک پیکان ورودی و یک پیکان خروجی داشته باشد). پیکانهای روی خطوط خارجی فوتونی به طرف «جلو» هستند؛ برای خطوط فوتونی داخلی انتخاب دلخواه است (نگاه کنید به شکل ۱-۷).

۲. خطوط خارجی. خطوط خارجی عوامل را به صورت زیر وارد می‌کنند:

$$\left. \begin{array}{l} u : (\quad) \text{ ورودی} \\ \bar{u} : (\quad) \text{ خروجی} \end{array} \right\} \text{ الکترونها:}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{v} : (\quad) \text{ ورودی} \\ v : (\quad) \text{ ورودی} \end{array} \right\} \text{ پوزیترونها:}$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon^\mu : (\quad) \text{ ورودی} \\ \epsilon^{\mu*} : (\quad) \text{ خروجی} \end{array} \right\} \text{ فوتونها:}$$

۳. ضرایب رأس. سهم هر رأس ضربی به صورت زیر است

$$ig_e \gamma^\mu$$

رابطه ثابت جفت‌شدگی بدون بعد g_e با بار پوزیترون به صورت $g_e = e\sqrt{\frac{4\pi}{\hbar c}} = \sqrt{4\pi\alpha}$ است.*
۴. انتشارگرها. سهم هر خط داخلی ضریبی به صورت زیر است:

$$\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2 c^2} \quad \text{الکترون‌ها و پوزیترون‌ها:}$$

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \quad \text{فوتون‌ها:}$$

سهم دارد.

۵. پایستگی تکانه و انرژی. برای هر رأس، تابع دلتایی به شکل زیر بنویسید.

$$(\sqrt{2}\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$$

که در آن k ها سه چاربردار ورودی به هر رأس‌اند (اگر یک پیکان به طرف خارج باشد، k منفی چاربردار آن خط است، بجز خطوط خارجی پوزیترون‌ها**). این عامل پایستگی انرژی و تکانه را در هر رأس تحمیل می‌کند.

۶. انتگرال‌گیری روی تکانه‌های داخلی. برای هر تکانه داخلی q عامل

$$\frac{d^4 q}{(2\pi)^4}$$

را بنویسید و انتگرال بگیرید.

۷. حذف تابع دلتا. نتیجه شامل عامل زیر

$$(\sqrt{2}\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$$

متناظر با پایستگی کلی تکانه-انرژی است. این عامل را حذف کنید و آنچه می‌ماند $-i\mathcal{M}$ است.

* در یکاهای هوساید لورنتس، با \hbar و c برابر ۱، g_e بار پوزیترون است، و بنابراین در اغلب کتابها به صورت « e » نوشته می‌شود. در این کتاب از یکاهای گاوسی استفاده کرده‌ام، و عوامل \hbar و c را نگه داشته‌ام. ساده‌ترین راه برای اجتناب از آشفتگی در یکاها، بیان همهٔ نتایج برحسب کمیت بی‌بعد جهانی α است. در نوشتن قاعده‌های فاینمن برای QED فرض کرده‌ام که با الکترون‌ها و پوزیترون‌ها سروکار داریم. در حالت کلی، ثابت جفت‌شدگی QED، $-q\sqrt{\frac{4\pi}{\hbar c}}$ است که q بار ذره (برای یاد ذره منفی آن) است. برای الکترون‌ها $q = -e$ و مثلاً برای کوآرک «بالا» $q = \frac{2}{3}e$.
** در اینجا مسئله آن است که پیکانها دو کار را انجام می‌دهند: آنها علامت مناسب تکانه را معین می‌کنند، و در مورد خطوط فرمیونی خارجی، می‌گویند که آنها ذره‌اند یا پادذره (برای خطوط داخلی نیازی به بازشناسی نداریم).
نقش مورد اخیر تقدم دارد، پس برای پوزیترونهای خارجی جهت «مثبت» تکانه خلاف جهت پیکان است.

مانند قبل، روال کار آن اینکه همه نمودارهایی را که در فرایند مورد بررسی سهم دارند را (تا حد مرتبه مورد نظر) بنویسیم و دامنه (M) را برای هر یک حساب کنیم، و برای یافتن دامنه کل همه را با هم جمع کنیم و سپس آن را بر حسب مورد در فرمول مناسب سطح مقطع یا طول عمر قرار دهیم. یک مسئله جدید در اینجا وجود دارد: پاد متقارن سازی تابع موج فرمیونی ایجاب می کند که علامت منفی را در ترکیب دامنه ها که فقط در تعویض دو فرمیون خارجی یکسان تفاوت دارند وارد کنیم. مهم نیست که علامت منفی را به کدام نمودار نسبت دهیم، زیرا سرانجام کل آنها به توان او رسانده می شود؛ اما باید علامت منفی نسبی بین آنها وجود داشته باشد.

۸. پاد متقارن سازی. یک علامت منفی بین نمودارهایی که تفاوت آنها فقط در تعویض دو الکترون (یا پوزیترون) ورودی (یا خروجی) یا در تعویض یک الکترون ورودی با پوزیترون خروجی (و بر عکس) است، قرار دهیم.

در مورد کار با حلقه های فرمیونی در آخرین بخش این فصل بحث می کنیم.

۶-۷ مثالها

اکنون در موقعیتی هستیم که بسیاری از محاسبات کلاسیک را در الکترو دینامیک کوانتومی دوباره انجام دهیم. برای آنکه در جزئیات محاسبه سردرگم نشوید، ابتدا فهرستی از مهم ترین فرایندها ارائه می کنیم (جدول ۱-۷). ساده ترین مورد پراکندگی الکترون-موئون است، زیرا در آن فقط یک نمودار مرتبه دوم سهم است*.

مثال ۱-۷

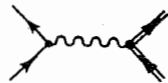
پراکندگی الکترون-موئون

در کاربرد قاعده های فاینمن، در امتداد هر خط فرمیونی «رد به عقب» می رویم (شکل ۲-۷):

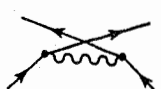
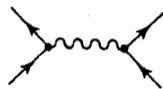
* البته این نمودار لزوماً برای یک e و یک μ نیست. مادامی که جرمها و بارهای صحیح را قرار دهید، هر بار نقطه ای اسپین $\frac{1}{2}$ می تواند در آن قرار گیرد (مثلاً e و τ یا μ و τ یا الکترون و کوآرک و غیره). در واقع، اغلب کتابها از پراکندگی الکترون-پروتون به عنوان مثالی بنیادی استفاده می کنند، اما در واقع این مورد انتخابی نامناسب است، زیرا پروتون یک ساختار مرکب است نه یک ذره نقطه ای. اما تا جایی که ساختار داخلی پروتون را بتوان نادیده گرفت این تقریب بدی نیست (درست مثل اینکه در نظریه منظومه شمسی با خورشید را جرم نقطه ای در نظر بگیریم). در رژی می که موئون بسیار سنگین تر از «الکترون» باشد، پراکندگی موت را داریم؛ که اگر «الکترون» غیرنسبیتی باشد پراکندگی رادفورد تحویل می باید و در واقع دقیقاً همان فرمول سطح مقطعی را به دست می آوریم که مکانیک کلاسیک به دست آورده بود.

کشسان

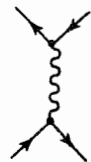
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{پراکندگی الکترون-موتون} \quad (e + \mu \rightarrow e + \mu) \\ \text{پراکندگی موت} \quad (M \gg m) \Leftrightarrow \text{پراکندگی رادرفورد} \quad (v \ll c) \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{پراکندگی الکترون-الکترون} \quad (e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-) \\ \text{پراکندگی مولر} \end{array} \right.$$

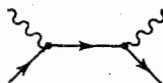


$$\left\{ \begin{array}{l} \text{پراکندگی الکترون-پوزیترون} \quad (e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+) \\ \text{پراکندگی بابا} \end{array} \right.$$

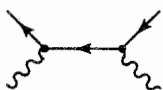


ناکشسان

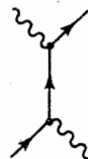
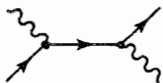
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نابودی زوج} \quad (e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma) \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{تولید زوج} \quad (\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+) \end{array} \right.$$

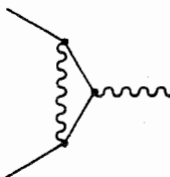


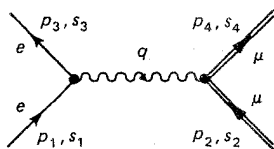
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{پراکندگی کامبتون} \quad (\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-) \end{array} \right.$$



مهمترین فرایندهای مرتبه سوم

$$\Rightarrow \text{گشاور مغناطیسی بی‌هنگار الکترون}$$





شکل ۲-۷ پراکندگی الکترون-موئون.

$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}^{(s_2)}(p_2)(ig_e\gamma^\mu)u^{(s_1)}(p_1)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{u}^{(s_4)}(p_4)(ig_e\gamma^\nu)u^{(s_3)}(p_3)] \\ \times \delta^4(p_1 - p_2 - q)\delta^4(p_3 + q - p_4) d^4q$$

توجه کنید که شاخصهای فضا-زمان انتشارگر پروتون در هر دو طرف خط فوتونی ادغام می‌شوند. با انتگرال‌گیری (بدیهی) q و حذف کلی تابع دلتا به دست می‌آوریم:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}^{(s_2)}(p_2)\gamma^\mu u^{(s_1)}(p_1)][\bar{u}^{(s_4)}(p_4)\gamma_\mu u^{(s_3)}(p_3)] \quad (۱۰۴-۷)$$

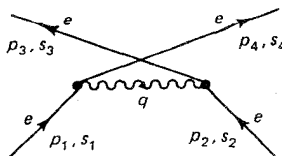
این رابطه بر خلاف ظاهر پیچیده‌اش، با چهار اسپینور و هشت ماتریس γ فقط یک عدد است، که به محض آنکه اسپینها مشخص شوند می‌توان آنرا به دست آورد (مسئله ۲۴-۷).

مثال ۲-۷

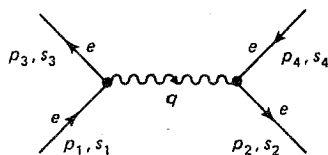
پراکندگی الکترون-الکترون

در این حالت نمودار دومی نیز وجود دارد که در آن الکترونی که با تکانه p_2 و اسپین s_2 خارج می‌شود به جای آنکه از الکترون p_2 و s_2 بیاید ناشی از الکترون p_1 و s_1 است (شکل ۳-۷). می‌توان دامنه را از معادله (۱۰۴-۷) با جایگزینی $p_2, s_2 \leftrightarrow p_3, s_3$ به دست آورد. طبق قاعده ۸، دو نمودار را باید از هم کم کرد، پس دامنه کل عبارت است از:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}^{(3)}\gamma^\mu u^{(1)}][\bar{u}^{(4)}\gamma_\mu u^{(2)}] \\ + \frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}^{(4)}\gamma^\mu u^{(1)}][\bar{u}^{(3)}\gamma_\mu u^{(2)}] \quad (۱۰۵-۷)$$



شکل ۳-۷ نمودار «پیچانده شده» برای پراکندگی الکترون-الکترون.



شکل ۴-۷. پراکندگی الکترون-پوزیترون.

مثال ۳-۷

پراکندگی الکترون-پوزیترون

مجدداً، در اینجا دو نمودار وجود دارد*. اولی شبیه نمودار الکترون-موئون (شکل ۴-۷) است:

$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}(3)(ig_e\gamma^\mu)u(1)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \\ \times [\bar{v}(2)(ig_e\gamma^\nu)v(4)] \delta^4(p_1 - p_3 - q) \delta^4(p_2 + q - p_4) d^4q$$

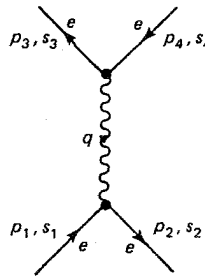
دقت کنید که «حرمت رو به عقب» در امتداد خط پادذره به معنی حرکت رو به جلو در زمان است؛ ترتیب همواره به صورت اسپینور الحاقی/ماتریس گاما/اسپینور است. پس دامنه برای این نمودار عبارت است از

$$\mathcal{M}_1 = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)] \quad (۱۰۶-۷)$$

نمودار دیگر نابودی مجازی الکترون و پوزیترون را نمایش می‌دهد که با تولید زوج همراه است (شکل ۵-۷):

$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}(3)(ig_e\gamma^\mu)v(4)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \\ \times [\bar{v}(2)(ig_e\gamma^\nu)u(1)] \delta^4(q - p_3 - p_4) \delta^4(p_1 + p_2 - q) d^4q$$

* واقعیت آن است که برای پراکندگی الکترون-الکترون و الکترون-پوزیترون دو نمودار وجود دارد، اما برای پراکندگی الکترون-موئون فقط یکی وجود دارد که بی‌تأمل دیده می‌شود که با حد کلاسیک ناسازگار است. سرانجام، قانون کولن می‌گوید که نیروی جاذبه یا دافعه بین دو ذره فقط به بارهای آنها بستگی دارد نه به یکسان بودن آنها (یا پادذره بودن یکدیگر). در حد غیرنسبیتی، هنگامی که فرمول الکترون-موئون یا فرمول الکترون-الکترون را به کار می‌بریم جواب مشابهی به دست می‌آوریم. اما مطمئناً دامنه‌ها یکسان نیستند، اما فرمول سطح مقطع (۳۴-۶) دارای ضریب S است که برای پراکندگی الکترون-الکترون $\frac{1}{4}$ و برای پراکندگی الکترون-موئون ۱ است. [برای پراکندگی الکترون-پوزیترون $S = 1$ ، اما دامنه دوم در (۱۰۷-۷) با ضریب $(\frac{v}{c})^2$ کوچکتر از اولی (۱۰۶-۷) است، پس در حد غیرنسبیتی فقط \mathcal{M}_1 سهم است].

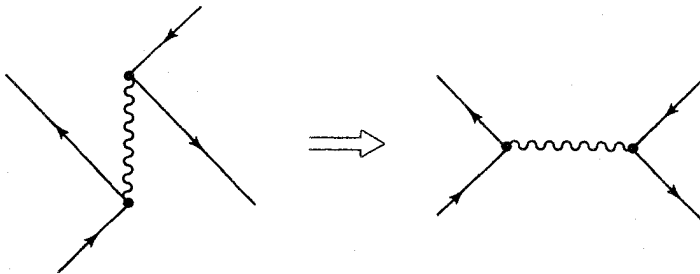


شکل ۵-۷. نمودار دومی که در پراکندگی الکترون-پوزیترون سهیم است.

بنابراین دامنه برای این نمودار عبارت است از

$$\mathcal{M}_2 = -\frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)][\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1)] \quad (10-7)$$

حال، باید این دو نمودار را با هم جمع کنیم یا از هم کم کنیم؟ با تعویض پوزیترون ورودی و الکترون خروجی در نمودار دوم (شکل ۵-۷) و رسم مجدد آن در بیکر بندی متداول تر نمودار اول (شکل ۴-۷) به دست می آید:



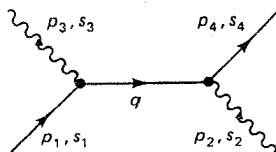
پس طبق قاعده ۸ به یک علامت منفی نیاز داریم:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)] \\ & + \frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)][\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1)] \end{aligned} \quad (10-8)$$

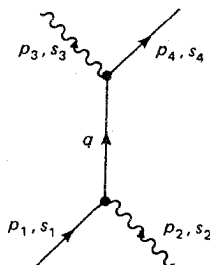
مثال ۴-۷

پراکندگی کامپتون

برای مثالی که شامل انتشارگر الکترون و قطبش فوتون باشد، پراکندگی کامپتون، $\gamma + e \rightarrow \gamma + e$ را در نظر بگیرید. دوباره دو نمودار وجود دارد، اما آنها با تعویض فرمیونها فرق نمی کنند، و دامنه ها جمع می شوند. از نمودار اول (شکل ۶-۷) داریم:



شکل ۶-۷ پراکندگی کامپتون.



شکل ۷-۷ نمودار دوم برای پراکندگی کامپتون.

$$\begin{aligned}
 & (2\pi)^4 \int \epsilon_\mu(2) \left[\bar{u}(4)(ig_e\gamma^\mu) \frac{i(\not{q} + mc)}{(q^2 - m^2c^2)} (ig_e\gamma^\nu) u(1) \right] \\
 & \times \epsilon_\nu(3)^* \delta^4(p_1 - p_3 - q) \delta^4(p_2 + q - p_4) d^4q
 \end{aligned}$$

توجه کنید که شاخصهای فضا-زمان هر بردار قطبش فوتون با شاخصهای ماتریس γ در رأسهایی که در آن فوتون خلق یا جذب می شود، ادغام می شود. همچنین دقت کنید که چگونه انتشارگر الکترون در حرکت روبه عقب در امتداد خط فرمیونی برازش می یابد. در اینجا از خلاصه نویسی مناسب «خط» را معرفی کرده ایم.

$$\not{a} \equiv a^\mu \gamma_\mu \quad (10-9-7)$$

به وضوح دامنه متناظر با این نمودار عبارت است از*:

$$\mathcal{M}_1 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2 - m^2c^2} [\bar{u}(4)\not{\epsilon}(2)(\not{p}_1 - \not{p}_3 + mc)\not{\epsilon}(3)^*u(1)] \quad (11-9-7)$$

در ضمن نمودار دوم (شکل ۷-۷) می دهد:

$$\mathcal{M}_2 = \frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2 - m^2c^2} [\bar{u}(4)\not{\epsilon}(3)^*(\not{p}_1 + \not{p}_2 + mc)\not{\epsilon}(2)u(1)] \quad (11-10-7)$$

و دامنه کل برابر است $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ است.

* در اینجا و از این به بعد $\not{\epsilon}^*$ به معنی $\epsilon_\mu^* \gamma^\mu$ است؛ ماتریس γ همیوچ نمی شود.

۷-۷ شگرد کازیمیر و قضیه‌های رد

در برخی آزمایش‌ها اسپین الکترون‌ها (یا پوزیترون‌ها) ورودی و خروجی مشخص است، و قطبش فوتون‌ها داده شده است. در این صورت، کاربردی که باید انجام داد وارد کردن اسپینورها و بردارهای قطبش مناسب در عبارات مربوط به \mathcal{M} و حساب کردن $|\mathcal{M}|^2$ ، کمیتی که برای تعیین سطح مقطع و طول عمر به آن نیاز داریم، است. با این حال، در بیشتر موارد به اسپین‌ها علاقه‌مند نیستیم. یک آزمایش نمونه با باریک‌های از ذرات که سم‌گیری اسپین آنها کاتوره‌ای است آغاز می‌شود، و تعداد ذرات پراکنده شده در جهت معین را می‌شمرد. در این حالت سطح مقطع مربوطه میانگین روی تمام پیکربندیهای اسپینی اولیه i و جمع روی آرایشهای اسپینی نهایی، f است. اصولاً، باید بتوان $|\mathcal{M}|^2 (i \rightarrow f)$ را برای هر ترکیب ممکن حساب کرد و سپس عمل جمع و میانگین‌گیری را انجام داد:

میانگین روی اسپینهای اولیه و جمع روی اسپینهای نهایی،

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \equiv |\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2 \quad (۷-۱۱۲)$$

در عمل محاسبه مستقیم $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ ، بدون محاسبه تک‌تک دامنه‌ها بسیار ساده‌تر است. مثلاً، دامنه پراکندگی الکترون-موتون (۷-۱۰۴) را در نظر بگیرید. با مربع کردن داریم

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu u(2)][\bar{u}(3)\gamma^\nu u(1)]^* [\bar{u}(4)\gamma_\nu u(2)]^* \quad (۷-۱۱۳)$$

برای اجتناب از سردرگمی، از ν به عنوان شاخص فضا-زمان دوم استفاده کرده‌ام). با نگاهی اجمالی به جمله‌های اول و سوم (یا دوم و چهارم) دیده می‌شود که باید کمیتها را به شکل کلی در نظر بگیریم

$$G \equiv [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^* \quad (۷-۱۱۴)$$

که در آن (a) و (b) بر اسپین‌ها و تکانه‌های مربوطه دلالت دارند و Γ_1 و Γ_2 دو ماتریس 4×4 هستند. تمام فرایندهایی که در بخش ۷-۶ توصیف شدند — مولر، بابا و پراکندگی کامپتون مانند تولید و نابودی زوج — به آزمایشهایی با ساختار مشابه می‌انجامند. برای شروع، همیوگ مختلط (که شبه همیوگ هرمیتی است، زیرا کمیت‌های درون گروه‌ها «ماتریس» 1×1 هستند) را حساب می‌کنیم:

$$[\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^* = [u(a)^\dagger \gamma^\dagger \Gamma_2^\dagger u(b)]^\dagger = u(b)^\dagger \Gamma_2^\dagger \gamma^\dagger u(a) \quad (۷-۱۱۵)$$

اما، $\gamma^{\circ\dagger} = \gamma^{\circ}$ و $(\gamma^{\circ})^2 = 1$ ، بنابراین

$$[\bar{u}(a)\Gamma_{\tau}u(b)]^* = u(b)^{\dagger}\gamma^{\circ}\gamma^{\circ}\Gamma_{\tau}^{\dagger}\gamma^{\circ}u(a) = \bar{u}(b)\bar{\Gamma}_{\tau}u(a) \quad (116-7)$$

که در آن *

$$\bar{\Gamma}_{\tau} \equiv \gamma^{\circ}\Gamma_{\tau}^{\dagger}\gamma^{\circ} \quad (117-7)$$

پس

$$G = [\bar{u}(a)\Gamma_{\tau}u(b)][\bar{u}(b)\bar{\Gamma}_{\tau}u(a)] \quad (118-7)$$

اکنون آماده‌ایم که روی سمت‌گیرهای اسپینی ذره (b) جمع بزنیم. با استفاده از رابطه کمال (۹۷-۷) داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{اسپینهای } b} G &= \bar{u}(a)\Gamma_{\tau} \left\{ \sum_{s_b=1,2} u^{(s_b)}(p_b) \bar{u}^{(s_b)}(p_b) \right\} \bar{\Gamma}_{\tau} u(a) \\ &= \bar{u}(a)\Gamma_{\tau}(\not{p}_b + m_b c)\bar{\Gamma}_{\tau}u(a) = \bar{u}(a)Qu(a) \end{aligned} \quad (119-7)$$

که در آن Q کوتاه‌نویسی موقتی برای ماتریس 4×4 است.

$$Q \equiv \Gamma_{\tau}(\not{p}_b + m_b c)\bar{\Gamma}_{\tau} \quad (120-7)$$

سپس همین کار را برای ذره (a) انجام می‌دهیم:

$$\sum_{\text{اسپین } a} \sum_{\text{اسپین } b} G = \sum_{s_a=1,2} \bar{u}^{(s_a)}(p_a) Q u^{(s_a)}(p_a)$$

یا، با نوشتن صریح ضرب ماتریسی (i) و z از ۱ تا ۴ تغییر می‌کنند) داریم:

* توجه کنید که اکنون خط تیره دو کار متفاوت انجام می‌دهد. برای اسپینورها نشان‌دهنده الحاقی بودن است: $\bar{\psi} \equiv \psi^{\dagger}\gamma^{\circ}$ ؛ [معادله ۵۸-۷]؛ برای ماتریس 4×4 یک ماتریس جدید: $\bar{\Gamma} \equiv \gamma^{\circ}\Gamma^{\dagger}\gamma^{\circ}$ را تعریف می‌کند.

$$\sum_{s_a=1,2} \bar{u}^{(s_a)}(p_a)_i Q_{ij} u^{(s_a)}(p_a)_j = Q_{ij} \left\{ \sum_{s_a=1,2} u^{(s_a)}(p_a) \bar{u}^{(s_a)}(p_a) \right\}_{ji}$$

$$= Q_{ij} (p_a + m_a c)_{ji} = Tr(Q(p_a + m_a c)) \quad (121-7)$$

که در آن Tr نشانه ردّ یک ماتریس (جمع اجزای قطری آن) است:

$$Tr(A) \equiv \sum_i A_{ii} \quad (122-7)$$

در نتیجه:

$$\sum_{\text{تمام اسپینها}} [\bar{u}(a) \Gamma u(b)] [\bar{u}(a) \Gamma u(b)]^* = Tr[\Gamma_1(p_b + m_b c) \bar{\Gamma}_1(p_a + m_a c)] \quad (123-7)$$

شاید این رابطه ساده سازی چندانی به نظر نرسد، اما توجه کنید که در آن هیچ اسپینوری باقی نمانده است، به محض آنکه روی اسپینها جمع زدیم، همه چیز به ضرب ماتریسی و گرفتن ردّ تقلیل می یابد. چون در پی نام بهتری هستیم، معادله (۱۲۳-۷) را «شگرد کازیمیر» می نامیم، زیرا ظاهراً کازیمیر اولین کسی بود که آن را به کار بست [۵] اگر هر u (در ۱۲۳-۷) با یک v جایگزین کنیم، جرم متناظر در طرف راست تغییر علامت می دهد (نگاه کنید به مسئله ۷-۲۶).

مثال ۷-۵

در مورد پراکندگی الکترون-موئون (۱۱۳-۷)، $\Gamma_2 = \gamma^\nu$ و بنابراین $\bar{\Gamma}_2 = \gamma^0 \gamma^{\nu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\nu$ (مسئله ۷-۲۷). با دوبار به کار بردن شگرد کازیمیر داریم:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^2}{4(p_1 - p_2)^2} Tr[\gamma^\mu(p_1 + mc) \gamma^\nu(p_2 + mc)]$$

$$\times Tr[\gamma_\mu(p_2 + Mc) \gamma_\nu(p_2 + Mc)] \quad (124-7)$$

که در آن m جرم الکترون و M جرم موئون است. چون می خواهیم روی اسپینهای اولیه میانگین بگیریم و دوزره وجود دارد که هر یک دو سستگیری اسپین دارند، میانگین، ربع مجموع است و ضریب $1/4$ وارد شده است.

شگرد کازیمیر همه چیز را به مسئله محاسبه ردّ حاصل ضربهای پیچیده ای از ماتریسهای γ تقلیل می دهد. این جبر را قصیه هایی، که در زیر می آید (اثبات به عهده شماست، نگاه کنید به

مسائل ۲۹-۷ تا ۳۲-۷) تسهیل می‌کند. اول از همه باید به سه واقعیت کلی در مورد ردّها اشاره کنیم: اگر A و B دو ماتریس دلخواه و α یک عدد باشد

$$Tr(A + B) = Tr(A) + Tr(B) \quad .1$$

$$Tr(\alpha A) = \alpha Tr(A) \quad .2$$

$$Tr(AB) = Tr(BA) \quad .3$$

از ۳ به دست می‌آوریم که $Tr(ABC) = Tr(CAB) = Tr(BCA)$ اما در حالت کلی، برای ردّ ماتریسهای با ترتیبهای دیگر، این تساوی برقرار نیست: $Tr(ACB) = Tr(BAC) = Tr(CBA)$. بدین طریق می‌توان ماتریسها را در یک ضرب از عقب به جلو آورد، اما باید ترتیب آن را حفظ کرد. توجه به

$$g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4 \quad .4$$

و رابطه پاد جابه‌جایی بنیادی ماتریسهای γ (به همراه قاعده متناظر برای حاصل ضربهای دارای «خط مورب»):

$$\not{a}\not{b} + \not{b}\not{a} = 2a \cdot b \quad .5' \quad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad .5$$

مفید است. از این سه مورد دنباله‌ای از «قضیه‌های انقباض» به دست می‌آید:

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4 \quad .6$$

$$\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2\not{a} \quad .7' \quad \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu \quad .7$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 2a \cdot b \quad .8' \quad \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda} \quad .8$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2\not{a} \not{b} \not{c} \quad .9' \quad \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\mu = -2\gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^\nu \quad .9$$

و سرانجام، مجموعه‌ای از «قضیه‌های ردّ» وجود دارد:

۱۰. رد حاصل ضرب تعداد فردی از ماتریسهای گاما صفر است.

$$Tr(1) = 4 \quad .11$$

$$Tr(\not{a}\not{b}) = 4a \cdot b \quad .12' \quad Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad .12$$

$$Tr(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4(a \cdot b \cdot c \cdot d) \quad .13' \quad Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) \quad .13$$

$$-a \cdot c \cdot b \cdot d + a \cdot d \cdot b \cdot c) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda})$$

چون $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ حاصل ضرب تعداد زوجی از ماتریسهای γ است، از قاعده ۱۰ نتیجه می شود که $Tr(\gamma^5\gamma^\mu) = Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda) = 0$ اگر γ^5 در تعداد زوجی از γ ها ضرب شود به دست می آوریم:

$$Tr(\gamma^5) = 0 \quad ۱۴$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0 \quad ۱۵$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \quad ۱۶$$

که

$$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \equiv \begin{cases} -1 & \text{جایگشت زوج } \mu\nu\lambda\sigma \\ +1 & \text{جایگشت فرد } \mu\nu\lambda\sigma \\ 0 & \text{اگر هر یک از دو شاخص برابر باشند} \end{cases}$$

مثال ۶-۷

ردها را در پراکندگی الکترون-موئون برآورد کنید [معادله (۷-۱۲۴)].

$$\begin{aligned} Tr[\gamma^\mu(p_1 + mc)\gamma^\nu(p_2 + mc)] \\ = Tr(\gamma^\mu p_1 \gamma^\nu p_2) + mc[Tr(\gamma^\mu p_1 \gamma^\nu) + Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu p_2)] + (mc)^2 Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) \end{aligned}$$

حل. طبق قاعده ۱۰، جمله های داخل کروشه ها صفرند. جمله آخر را می توان با استفاده از قاعده ۱۲ و جمله اول را با قاعده ۱۳ حساب کرد:

$$\begin{aligned} Tr(\gamma^\mu p_1 \gamma^\nu p_2) &= (p_1)_\lambda (p_2)_\sigma Tr(\gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^\sigma) \\ &= (p_1)_\lambda (p_2)_\sigma 4(g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\lambda\nu}) \\ &= 4(p_1^\mu p_2^\nu - g^{\mu\nu} (p_1 \cdot p_2) + p_1^\nu p_2^\mu) \end{aligned}$$

* منظور از «جایگشت زوج» تعداد زوجی از تعویض دو شاخص است. سپس $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -\epsilon^{\nu\mu\lambda\sigma} = \epsilon^{\nu\lambda\mu\sigma}$ و نظایر آن. به بیان دیگر، $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$ نسبت به هر زوج شاخص بالا یا د متقارن است. شاید منگی ۱ بودن $\epsilon^{۱۲۳۴}$ غریب به نظر آید؛ چرا نباید مثبت یک باشد؛ البته این کاملاً قراردادی است. معلوم است کسی که تعریف را تعیین کرده بود می خواسته $\epsilon^{۱۲۳۴}$ مثبت یک باشد و از آن نتیجه می شود $\epsilon^{۱۲۳۴} = -1$ ، زیرا سه شاخص فضایی بالا رفته اند. در ضمن اگر با نماد لوی-چی ویتای سه بعدی ϵ_{ijk} کار کرده باشید (مسئله ۴-۱۹) مواظب باشید که هر چند جایگشت زوج روی سه شاخص با ترتیب چرخه ای متناظر است ($\epsilon_{ijk} = \epsilon_{jki} = \epsilon_{kij}$)، در مورد چهار شاخص این طور نیست: $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -\epsilon^{\nu\lambda\sigma\mu} = \epsilon^{\lambda\sigma\mu\nu} = -\epsilon^{\sigma\mu\nu\lambda}$.

$$\begin{aligned} & Tr(\gamma^\mu(p_1 + mc)\gamma^\nu(p_2 + mc)) \\ &= 4[p_1^\mu p_2^\nu + p_2^\mu p_1^\nu + g^{\mu\nu}((mc)^2 - (p_1 \cdot p_2))] \end{aligned} \quad (۱۲۵-۷)$$

رد دوم (در ۱۲۴-۷) با $m \rightarrow M, 1 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4$ و پایین آوردن شاخصهای یونانی، یکسان است. پس:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{4g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [p_1^\mu p_2^\nu + p_2^\mu p_1^\nu + g^{\mu\nu}((mc)^2 - (p_1 \cdot p_2))] \\ &\quad \times [p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu} + g_{\mu\nu}((Mc)^2 - (p_2 \cdot p_2))] \\ &= \frac{4g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) \\ &\quad - (p_1 \cdot p_2)(Mc)^2 - (p_2 \cdot p_2)(mc)^2 + 2(mMc)^2] \end{aligned} \quad (۱۲۶-۷)$$

۸-۷ سطح مقطعها و طول عمرها

اکنون به قلمروی آشنایان باز می‌گردیم. با محاسبه $|\mathcal{M}|^2$ (یا در جای مناسب $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$) می‌توان آن را در فرمول سطح مقطع مربوطه از فصل ۶: در حالت کلی؛ معادله (۶-۳۴)، پراکندگی دو جسمی در CM ، معادله (۶-۴۲)، یا در چارچوب آزمایشگاه، معادله‌های حاصل از مسائل (۸-۶) و (۹-۶) یا (۱۰-۶) قرار داد.

مثال ۷-۷

پراکندگی موت و رادفورد

الکترونی (به جرم m) از «موتونی» بسیار سنگین‌تر (به جرم $M \gg m$) پراکنده می‌شود. با فرض اینکه پس‌زنی M را بتوان نادیده گرفت، سطح مقطع دیفرانسیلی را در چارچوب آزمایشگاه بیابید. (M در حال سکون).

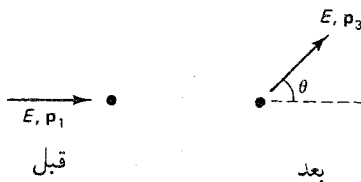
حل. طبق مسئله (۸-۶)، سطح مقطع از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{4\pi Mc} \right)^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$$

چون هدف ساکن است، داریم (شکل ۸-۷):

$$p_1 = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}_1 \right), \quad p_2 = (Mc, 0), \quad p_3 = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}_3 \right), \quad p_4 = (Mc, 0)$$

که در آن E انرژی الکترون فرودی (و پراکنده)، \mathbf{p}_1 تکانه الکترون فرودی و \mathbf{p}_3 تکانه الکترون پراکنده شده



شکل ۸-۷ پراکندگی الکترون از هدفی سنگین.

است (اندازه آنها برابر است $|p_1| = |p_2| \equiv |p|$ و زاویه بین آنها θ است: $p_1 \cdot p_2 = p^2 \cos \theta$). بنابراین

$$\begin{aligned}(p_1 - p_2)^2 &= -(p_1 - p_2)^2 = -p_1^2 - p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 \\ &= -2p^2(1 - \cos \theta) = -2p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

$$(p_1 \cdot p_2) = \frac{E^2}{c^2} - p_1 \cdot p_2 = p^2 + m^2 c^2 - p^2 \cos \theta = m^2 c^2 + 2p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) = (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) = (ME)^2$$

$$(p_2 \cdot p_2) = (Mc)^2$$

با قرار دادن در معادله (۱۲۶-۷) داریم

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{g_e^2 Mc}{p^2 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \left((mc)^2 + p^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (127-7)$$

و بنابراین (با $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{2p^2 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \left[(mc)^2 + p^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (128-7)$$

این رابطه فرمول موت است. این رابطه تقریب خوبی برای سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی الکترون-پروتون است. اگر الکترون فرودی غیرنسبیتی باشد، یعنی $p^2 \ll (mc)^2$ ، معادله (۱۲۸-۷) به فرمول رادرفورد تحویل می‌یابد (با مثال ۴-۶ مقایسه کنید):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{2mv^2 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \quad (129-7)$$

اما در مورد واپاشیها چه؟ در واقع، چنین چیزی در QED محض وجود ندارد، زیرا اگر یک فرمیون تنها وارد شود، سرانجام باید همان فرمیون خارج شود؛ یک خط فرمیونی نمی‌تواند در یک

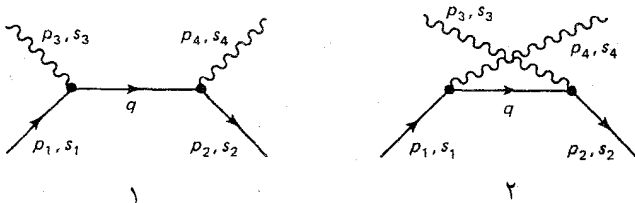
نمودار پایان یابد، در QED هیچ سازوکاری برای تبدیل یک فرمیون (مثلاً یک موئون) به فرمیون دیگر (نظیر یک الکترون) وجود ندارد. شک نیست که واپاشیهای الکترومغناطیسی برای ذرات مرکب وجود دارد، برای مثال $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ ؛ اما مؤلفه الکترومغناطیسی در این فرایند چیزی جز نابودی زوج کوآرک-پادکوآرک $q + \bar{q} \rightarrow \gamma + \gamma$ نیست. این فرایند در واقع یک رویداد پراکندگی است، که در آن دو ذره برخوردکننده در یک حالت مقید هستند. بهترین مثال این فرایند واپاشی پوزیترونیم $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ است که آن را در مثال زیر بررسی می‌کنیم. این تحلیل را در چارچوب سکون پوزیترونیم انجام می‌دهیم (که می‌توان گفت در چارچوب CM جفت الکترون-پوزیترون). آنها نوعاً آهسته حرکت می‌کنند؛ در واقع به منظور محاسبه دامنه فرض می‌کنیم آنها در حال سکون‌اند. از سوی دیگر، این یکی از مواردی است که نمی‌توان روی حالت اسپین اولیه میانگین‌گیری کرد، زیرا دستگاه مرکب یا در آرایش تک‌تایه — اسپینهای پاد موازی — است یا در آرایش سه‌تایه — اسپینهای موازی و فرمول سطح مقطع (و بنابراین طول عمر) در دو حالت کاملاً متفاوت است*.

مثال ۸-۷

نابودی زوج

برای $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ با فرض آرایش اسپینی تک‌تایه و اینکه الکترون و پوزیترون در حالت سکون‌اند، دامنه را حساب کنید.

حل. همان‌طور که شکل ۹-۷ نشان می‌دهد، دو نمودار در این فرایند سهیم‌اند. دامنه عبارت است از (برای سادگی علامت مزدوج مختلط را روی ϵ ‌ها حذف کرده‌ام):



شکل ۹-۷ نمودارهایی که در نابودی زوج سهیم‌اند.

* در واقع، به دلیل وضعیتی ویژه می‌توان این مسئله خاص را با شگرد کازیمیر انجام داد: حالت تک‌تایه فقط می‌تواند به تعداد زوجی از فوتونها وپاشد (عمدتاً دو تا) و حالت سه‌تایه به تعداد فردی وامی‌باشد (معمولاً سه‌تا). پس در محاسبه اجزای ماتریسی $e^+e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ خودبه‌خود آرایش تک‌تایه انتخاب می‌شود حتی اگر حالت سه‌تایه در جمع روی اسپینها موجود باشد.

$$\mathcal{M}_1 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_r)^2 - m^2 c^2} \bar{v}(2) \not{p}_r (\not{p}_1 - \not{p}_r + mc) \not{p}_r u(1) \quad (130-7)$$

$$\mathcal{M}_2 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_r)^2 - m^2 c^2} \bar{v}(2) \not{p}_r (\not{p}_1 - \not{p}_r + mc) \not{p}_r u(1) \quad (131-7)$$

و آنها با هم جمع می‌شوند:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 \quad (132-7)$$

اگر ذرات اولیه در حال سکون باشند فوتونها «بشت به پشت هم» خارج می‌شوند و محور z را منطبق بر راستای حرکت فوتونها انتخاب می‌کنیم؛ پس:

$$\begin{aligned} p_1 &= mc(1, 0, 0, 0), & p_r &= mc(1, 0, 0, 0) \\ p_2 &= mc(1, 0, 0, 1), & p_r &= mc(1, 0, 0, -1) \end{aligned} \quad (133-7)$$

و بنابراین

$$(p_1 - p_r)^2 - m^2 c^2 = (p_1 - p_r)^2 - m^2 c^2 = -2(mc)^2 \quad (134-7)$$

اگر قاعدهٔ ۵' بخش ۷-۷ را به‌کار ببریم، دامنه تا حدودی ساده می‌شود:

$$\not{p}_1 \not{p}_r = -\not{p}_r \not{p}_1 + 2(p_1 \cdot p_r)$$

اما $p_r \cdot p_1 = 0$ و بنابراین: اما p_r فقط مؤلفه‌های فضایی دارد (در پیمانهٔ کولن)، در صورتی که p_1 کاملاً زمانی است، پس

$$\not{p}_1 \not{p}_r = -\not{p}_r \not{p}_1 \quad (135-7)$$

$$\not{p}_r \not{p}_r = -\not{p}_r \not{p}_r + 2(p_r \cdot p_r) \quad \text{همچنین}$$

اما با توجه به شرط لورنتس (۷-۹) داریم $(p_r \cdot p_r) = 0$ ، به‌طوری که

$$\not{p}_r \not{p}_r = -\not{p}_r \not{p}_r \quad (136-7)$$

$$(\not{p}_1 - \not{p}_r + mc) \not{p}_r u(1) = \not{p}_r (-\not{p}_1 + \not{p}_r + mc) u(1) \quad \text{در نتیجه}$$

اما چون $u(1)$ در معادلهٔ دیراک (۷-۳۴) صدق می‌کند، $(p_1 - mc)u(1) = 0$ ، پس

$$(\not{p}_1 - \not{p}_r + mc) \not{p}_r u(1) = \not{p}_r \not{p}_r u(1) \quad (137-7)$$

به همین ترتیب داریم:

$$(\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc)\not{\epsilon}_2 u(1) = \not{\epsilon}_2 \not{p}_2 u(1) \quad (138-7)$$

با کنار هم قراردادن همه اینها داریم:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_e^2}{2(mc)^2} \bar{v}(2)[\not{\epsilon}_2 \not{p}_2 \not{p}_2 + \not{\epsilon}_2 \not{p}_2 \not{p}_2]u(1) \quad (139-7)$$

$$\not{p}_2 = mc(\gamma^0 + \gamma^3) \quad \not{p}_2 = mc(\gamma^0 - \gamma^3) \quad \text{اینک}$$

پس عبارت داخل کروشه را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$mc[(\not{\epsilon}_2 \not{p}_2 + \not{p}_2 \not{\epsilon}_2)\gamma^0 - (\not{\epsilon}_2 \not{p}_2 - \not{p}_2 \not{\epsilon}_2)\gamma^3] \quad (140-7)$$

اما

$$\not{\epsilon} = -\epsilon \cdot \gamma = -\begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \epsilon \\ -\sigma \cdot \epsilon & 0 \end{pmatrix} \quad (141-7)$$

و بنابراین

$$\begin{aligned} \not{\epsilon}_2 \not{\epsilon}_2 &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \epsilon_2 \\ -\sigma \cdot \epsilon_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \epsilon_2 \\ -\sigma \cdot \epsilon_2 & 0 \end{pmatrix} \\ &= -\begin{pmatrix} (\sigma \cdot \epsilon_2)(\sigma \cdot \epsilon_2) & 0 \\ 0 & (\sigma \cdot \epsilon_2)(\sigma \cdot \epsilon_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (142-7)$$

در فصل ۴ (مسئله ۴-۲) به قضیه مفید زیر برخوردیم

$$(\sigma \cdot a)(\sigma \cdot b) = a \cdot b + i\sigma \cdot (a \times b) \quad (143-7)$$

پس نتیجه می‌شود که:

$$(\not{\epsilon}_2 \not{p}_2 + \not{p}_2 \not{\epsilon}_2) = -2\epsilon_2 \cdot \epsilon_2 \quad (144-7)$$

(که می‌توان آن را مستقیماً از قاعده ۵' به دست آورد) و

$$(\not{\epsilon}_2 \not{p}_2 - \not{p}_2 \not{\epsilon}_2) = 2i(\epsilon_2 \times \epsilon_2) \cdot \Sigma \quad (145-7)$$

که در آن مانند قبل $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$ در نتیجه

$$\mathcal{M} = \frac{g_e^2}{(mc)} \bar{v}(2)[\epsilon_2 \cdot \epsilon_2 \gamma^0 + i(\epsilon_2 \times \epsilon_2) \cdot \Sigma \gamma^3]u(1) \quad (146-7)$$

تاکنون چیزی در مورد اسپین الکترون و پوزیترون بیان نشده است. به یاد آورید که ما فقط به حالت تک تابه علاقه مندیم:

$$(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$$

به طور نمادین داریم

$$\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} = (\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{M}_{\downarrow\uparrow})/\sqrt{2} \quad (۱۴۷-۷)$$

$\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow}$ از معادله (۱۴۶-۷) با «اسپین بالا» برای الکترون به دست می آید

$$u(1) = \sqrt{2mc} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۱۴۸-۷)$$

و «اسپین پایین» برای پوزیترون

$$\bar{v}(2) = \sqrt{2mc}(0010) \quad (۱۴۹-۷)$$

با استفاده از این اسپینورها به دست می آوریم

$$\bar{v}(2)\gamma^0 u(1) = 0 \quad (۱۵۰-۷)$$

$$\bar{v}(2)\Sigma\gamma^3 u(1) = -2mc\hat{z} \quad (۱۵۱-۷)$$

پس

$$\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} = -2ig_e^2(\epsilon_r \times \epsilon_r)_z \quad (۱۵۲-۷)$$

در ضمن، برای $\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow}$ داریم

$$u(1) = \sqrt{2mc} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{v}(2) = -\sqrt{2mc}(0001) \quad (۱۵۳-۷)$$

که از آنها نتیجه می شود:

$$\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow} = 2ig_e^2(\epsilon_r \times \epsilon_r)_z = -\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} \quad (۱۵۴-۷)$$

پس دامنه برای نابودی جفت ساکن e^+e^- به دو فوتونی که در راستاهای $\pm \hat{z}$ خارج می‌شوند، عبارت است از

$$\mathcal{M}_{\text{تایه}} = -2\sqrt{2} \, ig_e^2 (\epsilon_r \times \epsilon_r)_z \quad (155-7)$$

(طبق آنچه که گذشت چون $\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} = -\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow}$ ، پیکربندی سه‌تایه $(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$ نتیجه صفر می‌دهد، مشاهده قبلی مان مبنی بر اینکه در مورد سه‌تایه واپاشی دو فوتونی ممنوع است را تأیید می‌کند). سرانجام، باید بردارهای قطبش فوتونی مناسب را وارد کنیم. به یاد آورید که برای «اسپین بالا» $(m_s = +1)$ داریم:

$$\epsilon_{\uparrow} = -(1/\sqrt{2})(1, i, 0) \quad (156-7)$$

در صورتی که برای «اسپین پایین» $(m_s = -1)$ داریم:

$$\epsilon_{\downarrow} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1, -i, 0) \quad (157-7)$$

اگر فوتون در راستای z حرکت کند، اینها به ترتیب متناظر قطبش دایره‌ای راست و چپ هستند. چون مؤلفه z تکانه زاویه‌ای کل باید صفر باشد، اسپین فوتونها باید مختلف‌الجهت باشند: $\uparrow\downarrow$ یا $\downarrow\uparrow$. در مورد اول داریم

$$(\uparrow\downarrow): \epsilon_r = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1, i, 0), \epsilon_r = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1, -i, 0),$$

بنابراین

$$\epsilon_r \times \epsilon_r = i\hat{k} \quad (158-7)$$

در مورد دوم جای ۳ و ۴ عوض می‌شود، پس

$$(\downarrow\uparrow): \epsilon_r \times \epsilon_r = -i\hat{k} \quad (159-7)$$

بدیهی است که به ترکیب پاد متقارن $(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$ نیاز داریم، که جای تعجبی ندارد: این حالت متناظر اسپین کل صفر است، درست مانند وقتی که دو ذره با اسپین $1/2$ در ابتدا با هم ترکیب شده‌بودند. مجدداً، دامنه $(\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{M}_{\downarrow\uparrow})/\sqrt{2}$ است، با این تفاوت که در اینجا پیکانها بر قطبش فوتون دلالت دارند. پس، سرانجام

$$\mathcal{M}_{\text{تایه}} = -4g_e^2 \quad (160-7)$$

(مزدوج همیوگ بردارهای قطبش را که تاکنون حذف کرده بودم، بازگردانیده‌ام، این کار علامتها را $(158-7)$ و $(159-7)$ معکوس می‌کند).

برای این جواب به ظاهر ساده، کار زیادی بود. اما با آن چه می‌توانیم بکنیم؟ در اولین قدم می‌توان سطح مقطع کل نابودی الکترون پوزیترون را حساب کرد. در چارچوب مرکز جرم سطح مقطع پراکندگی (نگاه کنید به معادله (۴۲-۶)) عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{4\pi(E_1 + E_2)} \right)^2 \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} |\mathcal{M}|^2 \quad (۱۶۱-۷)$$

در اینجا

$$E_1 = E_2 = mc^2, \quad |\mathbf{p}_f| = mc \quad (۱۶۲-۷)$$

و چون برخورد غیرنسبیتی است:

$$|\mathbf{p}_i| = mv \quad (۱۶۳-۷)$$

که v سرعت الکترون (یا پوزیترون) فرودی است. (در محاسبه \mathcal{M} از $v = 0$ استفاده کردیم، اما بدیهی است که نمی‌توان از اینجا این کار را انجام داد. آیا یک ناسازگاری وجود دارد؟ در واقع خیر. این‌طور تصور کنید که \mathcal{M} (و همین‌طور E_1, E_2 را $|\mathbf{p}_f|$ و $|\mathbf{p}_i|$) را می‌توان بر حسب توانهای $\frac{v}{c}$ بسط داد. آنچه انجام دادیم، محاسبه جمله اول در هر بسط بوده است). با در نظر گرفتن همه اینها داریم:

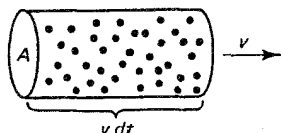
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{cv} \left(\frac{\hbar\alpha}{m} \right)^2 \quad (۱۶۴-۷)$$

چون در این رابطه وابستگی زاویه‌ای وجود ندارد، سطح مقطع کل 4π برابر آن است [۶]:

$$\sigma = \frac{4\pi}{cv} \left(\frac{\hbar\alpha}{m} \right)^2 \quad (۱۶۵-۷)$$

سرانجام، می‌خواهیم طول عمر پوزیترون در حالت تک‌تابه را تعیین کنیم، روشن است که این کمیت به سطح مقطع نابودی زوج (۱۶۵-۷) بستگی دارد، اما ارتباط دقیقی آن چگونه است؟ به معادله (۱۲-۶) برمی‌گردیم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega} \quad (۱۲-۶)$$



شکل ۷-۱۰ تعداد ذرات درون استوانه $\rho A v$ است، پس تابندگی (تعداد ذرات به ازای واحد سطح در واحد زمان)، ρv است.

دیده می شود که تعداد کل پراکندگیها در واحد زمان برابر است با تابندگی ضربدر سطح مقطع:

$$N = \mathcal{L} \sigma \quad (۷-۱۶۶)$$

اگر ρ تعداد ذرات فرودی به ازای واحد حجم و اگر سرعت حرکت v باشد، تابندگی (شکل ۷-۱۰) برابر است با

$$\mathcal{L} = \rho v \quad (۷-۱۶۷)$$

برای یک «اتم» تنها، چگالی الکترون $|\psi(0)|^2$ است و N احتمال فروپاشی در واحد زمان — یعنی آهنگ واپاشی را نشان می دهد. پس

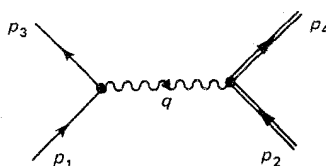
$$\Gamma = v \sigma |\psi(0)|^2 \quad (۷-۱۶۸)$$

معادله های (۷-۱۶۵) و (۷-۱۶۸) فرمولهایی هستند که در فصل ۵ برای تعیین طول عمر پوزیترونیم $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ ، به کار بردیم [معادله (۵-۸۴)]:

$$\Gamma = \frac{4\pi}{c} \left(\frac{\hbar \alpha}{m} \right)^2 |\psi(0)|^2 \quad (۷-۱۶۹)$$

۹-۷ باز بهنجارش

در بخش ۷-۶ پراکندگی «الکترون-موئون» را بررسی کردیم، که در پایین ترین مرتبه با نمودار زیر توصیف می شود



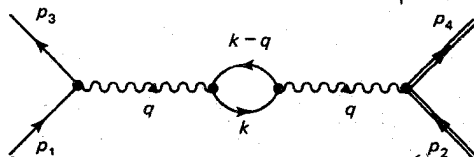
با دامنه متناظر

$$\mathcal{M} = -g_e^2 [\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)] \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{u}(p_4) \gamma^\nu u(p_3)] \quad (۱۷۰-۷)$$

با

$$q = p_1 - p_2 \quad (۱۷۱-۷)$$

تعدادی تصحیح مرتبه چهارم وجود دارد که شاید جالب توجه‌ترین آنها نمودار «قطبش خلاء» باشد



در اینجا فوتون مجازی فوراً به زوج الکترون-پوزیترون تبدیل می‌شود، که به تصحیحی در بار مؤثر الکترون می‌انجامد (همان‌طور که به‌طور کیفی در فصل ۲ دیدیم). حال می‌خواهیم این موضوع را به‌طور کمی نشان دهیم.

دامنه برای این نمودار عبارت است از (مسئله ۷-۸):

$$\mathcal{M} = \frac{-ig_e^2}{q^2} [\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)] \left\{ \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}[\gamma_\mu (\not{k} + mc) \gamma_\nu (\not{q} - \not{k} + mc)]}{(k^2 - m^2 c^2)((q-k)^2 - m^2 c^2)} \right\} [\bar{u}(p_4) \gamma^\nu u(p_3)] \quad (۱۷۲-۷)$$

وارد کردن آن برای تصحیح انتشارگر فوتون است:

$$\frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} - \frac{i}{q^2} \bar{I}_{\mu\nu} \quad (۱۷۳-۷)$$

که در آن [با مقایسه (۱۷۰-۷) و (۱۷۲-۷)]:

$$\bar{I}_{\mu\nu} = -g_e^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}[\gamma_\mu (\not{k} + mc) \gamma_\nu (\not{q} - \not{k} + mc)]}{(k^2 - m^2 c^2)((q-k)^2 - m^2 c^2)} \quad (۱۷۴-۷)$$

متأسفانه، این انتگرال واگراست. به‌صورت خام، این انتگرال باید به‌صورت زیر باشد.

$$\int |k|^2 d|k| \frac{|k|^2}{|k|^4} = \int |k| dk = |k|^2, \quad |k| \rightarrow \infty \quad \text{وقتی} \quad (۱۷۵-۷)$$

(یعنی باید به صورت «مربعی واگرا» باشد). در واقع، به دلیل حذف شدن‌ها در جبر، فقط شبیه $\ln|k|$ رفتار می‌کند (یعنی به صورت «لگاریتمی واگراست»). اما این مهم نیست به هر صورت بینهایت می‌شود. در فصل ۶ با مسئله مشابهی مواجه شدیم؛ به نظر می‌رسد که مشخصه نمودارهای حلقه بسته در حساب فاینمن باشد. یک بار دیگر، راهبرد ما جذب بینهایت‌ها در جرم‌ها و ثابت‌های جفت‌شدگی «باز بهنجار شده» است.

انتگرال (۷-۱۷۴) حاوی دو شاخص فضا-زمان است، ابتدا روی k انتگرال می‌گیریم، تنها چاربرداری که باقی می‌ماند q^μ است، بنابراین $I_{\mu\nu}$ باید به شکل کلی $(\) + q_\mu q_\nu$ باشد، $g_{\mu\nu}$ باشد، که در آن پراترها شامل توابعی از q^2 هستند. پس آن را به شکل زیر می‌نویسیم [۷]:

$$I_{\mu\nu} = -ig_{\mu\nu}q^2 I(q^2) + q_\mu q_\nu J(q^2) \quad (7-176)$$

جمله دوم سهمی در \mathcal{M} ندارد، زیرا q_μ در معادله (۷-۱۷۲) با γ^μ ادغام می‌شود و می‌دهد:

$$[\bar{u}(p_2)\not{q}u(p_1)] = \bar{u}(p_2)(\not{p}_1 - \not{p}_2)u(p_1)$$

در حالی که از معادله (۷-۹۴)

$$\not{p}_1 u(p_1) = mc, \quad \bar{u}(p_2)\not{p}_2 = \not{p}_2 u(p_2)mc$$

و بنابراین

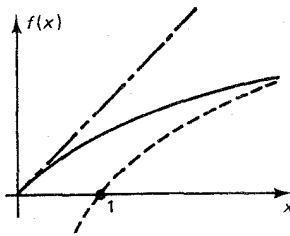
$$[\bar{u}(p_2)\not{q}u(p_1)] = 0 \quad (7-177)$$

پس جمله دوم در معادله (۷-۱۷۶) را فراموش می‌کنیم. برای جمله اول، عملیات مناسب روی انتگرال (۷-۱۷۴) آن را به شکل زیر درمی‌آورد (مسئله ۷-۳۹)

$$I(q^2) = \frac{g_e^2}{12\pi^2} \left\{ \int_{m^2}^{\infty} \frac{dx}{x} - 6 \int_0^1 z(1-z) \ln \left(1 - \frac{q^2}{m^2 c^2} z(1-z) \right) dz \right\} \quad (7-178)$$

بدیهی است که انتگرال اول دیورژانس لگاریتمی را جدا می‌کند. برای کار با آن، موقتاً یک M قطع را به آن تحمیل می‌کنیم (M را با جرم موئون اشتباه نکنید)، که در آخر محاسبات آن را به بینهایت می‌بریم:

$$\int_{m^2}^{\infty} \frac{dx}{x} \rightarrow \int_{m^2}^{M^2} \frac{dx}{x} = \ln \frac{M^2}{m^2} \quad (7-179)$$



شکل ۱۱-۷ نمودار $f(x)$ [معادله (۱۸۰-۷)]. خط پر نتیجه عددی است، خط چین پایین $\ln x$ [تقریب $f(x)$ در x بزرگ] است؛ خط-نقطه بالا $x/5$ [تقریب $f(x)$ در x کوچک] است.

انتگرال دوم:

$$f(x) \equiv 6 \int_0^1 z(1-z) \ln(1+xz(1-z)) dz \quad (180-7)$$

کاملاً متناهی است. ناراحت‌کننده است که باید آن را به این صورت رها کنیم و نمی‌توان آن را به توابع ابتدایی تقلیل داد. با این حال، ارزیابی آن به صورت عددی آسان است (شکل ۱۱-۷)، عبارتهای جدی برای x های کوچک و بزرگ ساده‌اند:

$$f(x) \cong \begin{cases} x/5 & (x \ll 1) \\ \ln x & (x \gg 1) \end{cases} \quad (181-7)$$

در هر حال داریم:

$$I(q^2) = \frac{g_e^2}{12\pi^2} \left\{ \ln \left(\frac{M^2}{m^2} \right) - f \left(\frac{-q^2}{m^2 c^2} \right) \right\} \quad (182-7)$$

توجه کنید که q^2 در اینجا منفی است. اگر سه تکانه الکترون فرودی در CM ، \mathbf{p} و زاویه پراکندگی θ باشد، آن‌گاه (مسئله ۷-۴۰)

$$q^2 = -4\mathbf{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (183-7)$$

پس $\frac{-q^2}{m^2 c^2} \sim \frac{v^2}{c^2}$ و حالتهای حدی در معادله (۱۸۱-۷) به ترتیب متناظر با پراکندگی غیر نسبیتی و فرا نسبیتی‌اند.

بنابراین دامنه برای پراکندگی الکترون-موتون شامل قطبش خلا عبارت است از:

$$\mathcal{M} = -g_e^\gamma [\bar{u}(p_\gamma) \gamma^\mu u(p_\gamma)] \frac{g_{\mu\nu}}{q^\gamma} \left\{ 1 - \frac{g_e^\gamma}{12\pi^\gamma} \left[\ln \left(\frac{M^\gamma}{m^\gamma} \right) - f \left(\frac{-q^\gamma}{m^\gamma c^\gamma} \right) \right] \right\} \\ \times [\bar{u}(p_\gamma) \gamma^\nu u(p_\gamma)] \quad (184-7)$$

اکنون نوبت گام بحرانی است، که در آن با معرفی ثابت جفت‌شدگی باز بهنجار شده

$$g_R \equiv g_e \sqrt{1 - \frac{g_e^\gamma}{12\pi^\gamma} \ln \left(\frac{M^\gamma}{m^\gamma} \right)} \quad (185-7)$$

بینهایت را (که اکنون در نقطه قطع M است) حذف می‌کنیم. با بازنویسی (۱۸۴-۷) برحسب g_R داریم

$$\mathcal{M} = -g_R^\gamma [\bar{u}(p_\gamma) \gamma^\mu u(p_\gamma)] \frac{g_{\mu\nu}}{g^\gamma} \left\{ 1 + \frac{g_R^\gamma}{12\pi^\gamma} f \left(\frac{-q^\gamma}{m^\gamma c^\gamma} \right) \right\} [\bar{u}(p_\gamma) \gamma^\nu u(p_\gamma)] \quad (186-7)$$

[معادله (۱۸۴-۷) فقط تا مرتبه g_e^γ معتبر است، بنابراین مهم نیست که در داخل آکولاد از g_e استفاده کنیم یا g_R]. به دو نکته مهم در مورد این نتیجه باید توجه داشت:

۱. بینهایتها از بین رفته‌اند: در معادله (۱۸۶-۷) هیچ M ی وجود ندارد. تمام مراجع برش M در ثابت جفت‌شدگی جذب شده‌اند. به طور قطع، همه چیز اکنون به جای g_e برحسب g_R نوشته شده است. اما نکته مهم آن است که آنچه واقعاً در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌کنیم g_R است نه g_e (در یکاهای هویساید-لورنتس، g بار الکترون - یا موئون - است و آن را همانند ثابت جاذبه یا دافعه بین دو ذره از این نوع به طور تجربی تعیین می‌کنیم). اگر، در تحلیل نظری فقط به نمودارهای «سطح درختی» (پایین‌ترین مرتبه) نگاه کنیم، به این نتیجه می‌رسیم که بار فیزیکی همان ثابت جفت‌شدگی «برهنه» g_e است. اما به محض آنکه اثرات مراتب بالاتر را وارد کنیم درمی‌یابیم که این کمیت واقعاً g_R است نه g_e ، که متناظر با بار الکتریکی اندازه‌گیری شده است. آیا این بدان معنی است که نتایج قبلی ما همه غلط است؟ خیر. معنی آن این است که با تعبیر ساده g_e به عنوان بار الکتریکی فیزیکی ندانسته بخش واگرای نمودارهای مرتبه بالاتر را به حساب آورده‌ایم.

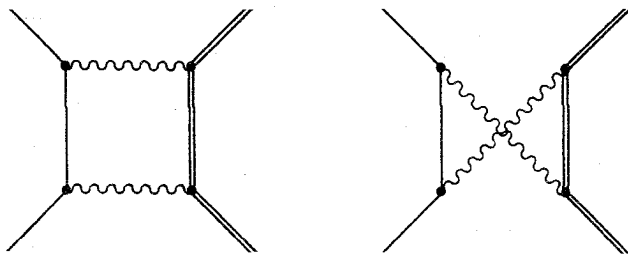
۲. می‌ماند جمله تصحیح متناهی، که در آن نکته مهمی که باید به آن توجه شود وابستگی آن به q^2 است. می‌توان آن را نیز در ثابت جفت‌شدگی ادغام کرد، اما اکنون «ثابت» تابعی از q^2 است و آن را ثابت جفت‌شدگی «متغیر» می‌نامیم:

$$g_R(q^2) = g_R(0) \sqrt{1 + \frac{g_R(0)^2}{12\pi^2} f \left(\frac{-q^2}{m^2 c^2} \right)} \quad (187-7)$$

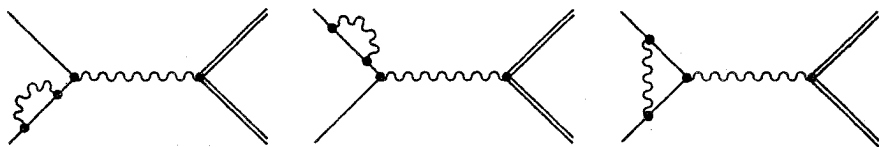
یا، برحسب «ثابت» ساختار ریز $(g_e = \sqrt{4\pi\alpha})$:

$$\alpha(q^2) = \alpha^{(0)} \left\{ 1 + \frac{\alpha^{(0)}}{3\pi} f \left(\frac{-q^2}{m^2 c^2} \right) \right\} \quad (۱۸۸-۷)$$

پس بار مؤثر الکترون (و موئون) سه تکانه انتقالی در برخورد بستگی دارد. انتقال تکانه بیشتر به معنی نزدیکی بیشتر است، پس به بیان دیگر، بار مؤثر هر ذره به فاصله آنها از یکدیگر بستگی دارد. این یک پیامد قطبش خلا است که هر بار را «استار می‌کند». اکنون فرمول صریحی برای آنچه در فصل ۲ توصیفی کاملاً کیفی بود داریم. چگونه میلیکان و رادفورد یا حتی کولن هرگز متوجه این اثر نشدند؟ اگر بار الکترون ثابت نیست، چرا همه چیز را از الکترونیک تا شیمی به هم نمی‌زند؟ پاسخ آن است که در حالت‌های غیرنسبیتی، تغییرات بینهایت جزئی است. حتی در برخورد رو در رو در $\frac{1}{137}$ ، جمله تصحیحی در معادله (۱۸۸-۷) فقط حدود $10^{-6} \times 6$ است (مسئله ۷-۴۱). بنابراین، برای بیشتر مقاصد مثلاً $\alpha^{(0)} = \frac{1}{137}$ به اندازه کافی خوب است. با وجود این، جمله دوم در (۱۸۸-۷) مثلاً در جابه‌جایی لمب سهمی قابل آشکارسازی دارد [۸] به علاوه، در کرومودینامیک کوانتومی با همین مسئله رو به رو می‌شویم که در آن (به واسطه محبوس بودن کوارکها) به محدوده نسبیتی و فاصله‌های کوتاه علاقه‌مندیم. توجه ما به فرایند مرتبه چهارم بخصوص (قطبش خلا) معطوف بوده است، اما البته فرایندهای دیگری نیز وجود دارد. مانند «نمودارهای نردبانی»:

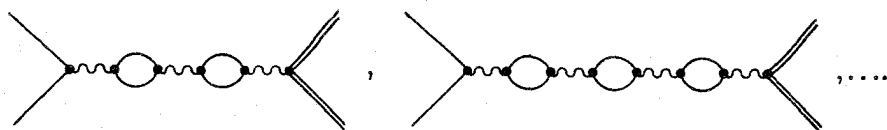


این نمودارها متناهی‌اند و مسئله خاصی را به وجود نمی‌آورند. اما سه نمودار و اگر نیز وجود دارد:



(و البته سه‌تای دیگر که در آنها فوتون مجازی خارجی با موئون جفت می‌شود). دوتای اول جرم الکترون را باز بهنجار می‌کنند؛ و سومی گشتاور مغناطیسی را اصلاح می‌کند. به علاوه، هر سه نمودار اگر جداگانه در نظر گرفته شوند، در باز بهنجارش بار الکترون سهیم‌اند. خوشبختانه، سهم‌های اخیر یکدیگر را حذف می‌کنند، پس معادله (۷-۱۸۵) معتبر باقی می‌ماند. (گفتم «خوشبختانه» زیرا

این تصحیحات به جرم ذره‌ای که خط فوتون مجازی به آن متصل شده بستگی دارد و اگر آنها یکدیگر را حذف نمی‌کردند، باز بهنجارش متفاوتی برای موئون و الکترون داشتیم. اتحاد وارد (نامی رسمی برای این حذف شدن) برابری بارهای الکتریکی، بدون توجه به جرم حالتهای آنها را تضمین می‌کند)*. و سپس، حتی نمودارهای مرتبه بالاتری نظیر:



نیز وجود دارند. اینها جمله‌های بیشتری از مرتبه α^2 ، α^3 و نظایر آن را در معادله (۷-۱۸۸) وارد می‌کنند، اما، در اینجا موضوع را دنبال نمی‌کنیم، زیرا اکنون ایده‌های اساسی را در اختیار داریم.

مراجع و یادداشتها

1. J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics and Relativistic Quantum Fields* (New York: McGraw-Hill, 1964).

۲. مثلاً نگاه کنید به فصل ۲ مرجع ۱.

۳. بخش ۲-۳ مرجع ۱. در واقع علامت در معادله (۷-۶۱) کاملاً قراردادی است؛ یعنی می‌توان $\psi' = -\gamma^0 \psi$ را نیز به‌کار برد.

۴. نگاه کنید به بخش (۶-۵) کتاب

J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1975).

5. A. Paris, *Inward Bound* (New York: Oxford, 1986) p. 375.

۶. برای به‌دست آوردن بهتر معادله (۷-۱۶۵) نگاه کنید به بخش ۶-۱۲ کتاب

J.M. Jauch and F. Rohrlich, *The Theory of photons and Electronics*, 2d Ed. (New York: Springer-Verlag, 1975).

۷. نمادگذاری من از

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons*, (New York: Wiley, 1984), chap 7,

* البته، نمی‌توان مانند الکترون در معادله (۷-۱۷۲)، حباب موئونی را روی خط فوتون قرار داد. اما این کار بار موئون و الکترون (و از این لحاظ تاو و کوآرکها) را به همین مقدار اصلاح می‌کند. وارد کردن الکترون تصحیح غالب است. زیرا سبک‌ترین ذره است.

و فصل ۸ مرجع ۱ (Bjorken and Drell) پیروی می‌کند. برای بحث بیشتر خواننده باید به این کتابها یا کتاب ساکورایی (مرجع ۶) رجوع کند.

۸. برای مثال نگاه کنید به بخش ۷-۳، مرجع ۷ (Halzen and Martin).

مسائل

۱-۷ نشان دهید که $\frac{\partial \phi}{\partial x^\mu}$ یک چاربردار همورداست (ϕ یک تابع نرده‌ای از x, y, z و t است). [راهنمایی: ابتدا از (۷-۳)] تعیین کنید که چگونه چاربردارهای هموردا تبدیل می‌شوند؛ سپس با استفاده از $(\partial \phi / \partial x^\mu) = (\partial \phi / \partial x^\nu)(\partial x^\nu / \partial x^\mu)$ چگونگی تبدیل $\partial \phi / \partial x^\mu$ را بیابید.

۲-۷ نشان دهید معادله (۱۷-۷) در معادله (۱۵-۷) صدق می‌کند.

۳-۷ با استفاده از معادله‌های (۴۴-۷)، (۴۶-۷) و (۴۷-۷) را به دست آورید.

۴-۷ نشان دهید $u^{(1)}$ و $u^{(2)}$ [در معادله (۴۶-۷)] متعامند، به این معنی که $u^{(1)\dagger} u^{(2)} = 0$. به همین ترتیب نشان دهید $u^{(2)}$ و $u^{(3)}$ نیز متعامند. آیا $u^{(1)}$ و $u^{(3)}$ متعامند؟

۵-۷ نشان دهید برای $u^{(1)}$ و $u^{(2)}$ [معادله (۴۶-۷)] در حد غیر نسبیتی مؤلفه‌های پایین (u_B) به اندازه عامل v/c از مؤلفه‌های بالای (u_A) کوچک‌ترند. [هنگامی که با تقریبهای غیرنسبیتی کار می‌کنیم، این مشاهده موضوعها را ساده می‌کند. u_A را مؤلفه‌های «بزرگ» و u_B را مؤلفه‌های «کوچک» در نظر می‌گیریم. برای $u^{(2)}$ و $u^{(3)}$ قاعده برعکس می‌شود.] به عکس در حد نسبیتی u_B و u_A اندازه‌های قابل مقایسه‌ای دارند.]

۶-۷ اگر محور z در راستای حرکت باشد، نشان دهید معادله (۴۶-۷) به

$$u^{(1)} = \begin{pmatrix} \sqrt{(E + mc^2)/c} \\ 0 \\ \sqrt{(E - mc^2)/c} \\ 0 \end{pmatrix}, \dots$$

تحویل می‌یابد. نشان دهید که اینها ویژه اسپینورهای S_z هستند و ویژه مقدارها را بیابید.

۷-۷ اسپینورهای بهنجار $u^{(+)}$ و $u^{(-)}$ را که نشانگر الکترونی با تکانه p و هلیسیت ± 1 را تدوین کنید. [یعنی u هایی را بیابید که در معادله (۳۴-۷) با E مثبت صدق کنند و ویژه اسپینورهای عملگر هلیسیت $(\hat{p} \cdot \Sigma)$ با ویژه مقدارهای ± 1 باشند.]

$$u^{(\pm)} = N \left(\begin{array}{c} u_A \\ \pm c|\mathbf{p}| \\ (E + mc^2)u_A \end{array} \right), \quad \text{حل:}$$

$$\left[u_A = \begin{pmatrix} p_z \pm |\mathbf{p}| \\ p_x + ip_y \end{pmatrix} \right] \quad \text{و} \quad N^2 = \frac{(E + mc^2)}{2|\mathbf{p}|c(|\mathbf{p}| \pm p_z)} \quad \text{که در آن}$$

۸-۷ [هدف از این مسئله آن است که نشان دهیم ذراتی که با معادلهٔ دیراک توصیف می‌شوند، علاوه بر تکانهٔ زاویه‌ای مداری (\mathbf{L})، حامل تکانهٔ زاویه‌ای ذاتی (\mathbf{S}) نیز هستند که هیچ یک از آنها به‌طور جداگانه پایسته نیستند ولی جمع آنها پایسته است.]

(الف) هامیلتونی H را برای معادلهٔ دیراک بنویسید. [راهنمایی: معادلهٔ (۷-۱۹) را برای p^0/c حل کنید. پاسخ: $H = c\gamma^0(\gamma \cdot \mathbf{p} + mc)$ ، که در آن $\mathbf{p} \equiv (\hbar/i)\nabla$ عملگر تکانه است.]

(ب) جابه‌جایی H را با تکانهٔ زاویه‌ای مداری $\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ بیابید. [پاسخ: $[H, \mathbf{L}] = -i\hbar c\gamma^0(\gamma \times \mathbf{p})$]

چون $[H, \mathbf{L}]$ صفر نیست، \mathbf{L} به تنهایی پایسته نیست. بدیهی است که شکل دیگری از تکانهٔ زاویه‌ای در اینجا پنهان مانده است. «تکانهٔ زاویه‌ای اسپینی» \mathbf{S} را که با معادلهٔ (۷-۴۸) تعریف می‌شود را وارد کنید.

(ج) جابه‌جاگر H را به تکانهٔ زاویه‌ای اسپینی، $\mathbf{S} \equiv (\hbar/2)\Sigma$ بیابید. [پاسخ: $[H, \mathbf{S}] = i\hbar c\gamma^0(\gamma \times \mathbf{p})$]

از این قسمت نتیجه می‌شود که تکانهٔ زاویه‌ای کل، $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ پایسته است.

(د) نشان دهید هر دواسپینوری ویژه حالت \mathbf{S}^2 با ویژه مقدار $\hbar^2 s(s+1)$ است و s را بیابید. اسپین ذره‌ای که با معادلهٔ دیراک توصیف می‌شود چقدر است؟

۹-۷ عملگر همیوگی بار (C) اسپینور دیراک ψ را به اسپینور «همیوگی بار» ψ_c که با $\psi_c = i\gamma^2\psi^*$ داده می‌شود تبدیل می‌کند. [نگاه کنید به بخش ۴-۵، مرجع ۷، هالزن و مارتین.] همیوگی بار $u^{(1)}$ و $u^{(2)}$ را بیابید و با $v^{(1)}$ و $v^{(2)}$ مقایسه نمایید.

۱۰-۷ در رفتن از معادلهٔ (۷-۱۸) به (۷-۱۹)، ما (به دلخواه) تصمیم گرفتیم که با عاملی که حاوی علامت منفی است کار کنیم. اگر $\gamma^\mu p_\mu + mc = 0$ را جایگزین (۷-۱۹) کنیم، چه تغییری در بخش ۲-۷ رخ می‌دهد؟

۱۱-۷ (الف) با شروع از معادلهٔ (۷-۵۳)، $S^\dagger S$ را محاسبه و معادلهٔ (۷-۵۷) را تأیید کنید. (ب) نشان دهید $S^\dagger \gamma^0 S = \gamma^0$.

۱۲-۷ نشان دهید $\bar{\psi}\psi^5$ [معادلهٔ (۷-۶۳)] تحت معادلهٔ (۷-۵۲) ناورد است.

۱۳-۷ نشان دهید اسپینورهای الحاقی $\bar{u}^{(1,2)}$ و $\bar{v}^{(1,2)}$ در معادله‌های

$$\bar{u}(\gamma^\mu p_\mu - mc) = 0, \quad \bar{v}(\gamma^\mu p_\mu + mc) = 0$$

صدق می‌کنند [راهنمایی: همیوغ ترانزاده معادله‌های (۷-۳۴) و (۷-۵۱) را بگیرید و از طرف راست

$$\text{در } \gamma^\nu \text{ ضرب کنید و نشان دهید } \gamma^\nu \gamma^\mu = (\gamma^\mu)^\dagger \gamma^\nu]$$

۱۴-۷ نشان دهید اگر شرط بهنجارش (۷-۴۴) برحسب اسپینورهای الحاقی نوشته شوند داریم:

$$\bar{u}u = -\bar{v}v = 2mc$$

۱۵-۷ نشان دهید $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ یک چاربردار است، این کار را با تأیید اینکه مؤلفه‌های آن طبق قاعده تبدیل لورنتس (۷-۳) تبدیل می‌یابند انجام دهید. بررسی کنید که تحت عملکرد پارته این کمیت همانند بردار (قطبی) تبدیل می‌یابد (یعنی مؤلفه «زمانی» ناورداست، در صورتی که مؤلفه‌های «فضایی» تغییر علامت می‌دهند).

۱۶-۷ نشان دهید اسپینورهای نشانگر الکترون در حال سکون [معادله (۷-۳۰)] ویژه حالت‌های عملگر پارته، P هستند. پارته ذاتی آنها چیست؟ در مورد پوزیترون چه؟ اگر قرارداد علامت را در معادله (۷-۶۱) تغییر دهید چه می‌شود (نگاه کنید به مرجع ۳)؟ [توجه کنید که هر چند پارته مطلق ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ از جهاتی دلخواه است، اما اینکه ذرات و پاد ذرات پارته مخالف داشته باشند، دلخواه نیست.]

۱۷-۷ (الف) $\gamma^\mu\gamma^\nu$ را به صورت ترکیبی خطی از 1 ، γ^μ ، $\gamma^\mu\gamma^\nu$ و $\sigma^{\mu\nu}$ بیان کنید.
(ب) ماتریسهای σ^{12} ، σ^{13} و σ^{23} [معادله (۷-۶۹)] را تشکیل دهید و آنها را به Σ^1 ، Σ^2 و Σ^3 [معادله (۷-۴۸)] ربط دهید.

۱۸-۷ (الف) معادله‌های (۷-۷۰) i و iv از معادله (۷-۷۳) به دست آورید.

(ب) از معادله (۷-۷۳) معادله (۷-۷۴) را ثابت کنید.

۱۹-۷ نشان دهید معادله پیوستگی (۷-۷۴) بایستگی بار را اعمال می‌کند. [اگر چگونگی کار را نمی‌دانید، به یک کتاب الکترو دینامیک مراجعه کنید.]

۲۰-۷ نشان دهید در فضای آزاد [معادله (۷-۱۸۵)] در انتخاب $A^0 = 0$ آزادیم. [یعنی برای پتانسیل A^μ مفروض که در این قید صدق نمی‌کند، تابع پیمانه‌ای λ را بیابید که با معادله (۷-۸۴) سازگار باشد، به طوری که A'_μ در معادله (۷-۸۱) صفر باشد.]

۲۱-۷ فرض کنید تبدیل پیمانه‌ای (۷-۸۱) را برای پتانسیل موج تخت (۷-۸۸) به کار ببریم. از تابع پیمانه‌ای

$$\lambda = i\hbar\kappa a e^{-(i/\hbar)p \cdot x}$$

که در آن κ ثابتی دلخواه و p چار تکه فوتون است.

(الف) نشان دهید این λ در معادله (۷-۸۴) صدق می‌کند.

(ب) نشان دهید اثر این تبدیل پیمانه‌ای اثر تعدیل $\epsilon^\mu \rightarrow \epsilon^\mu + \kappa p^\mu$: ϵ^μ را دارد. [به‌خصوص

اگر انتخاب کنیم $\kappa = -\epsilon^\circ/p^\circ$ بردار قطبش پیمانه کولن را به‌دست می‌آوریم (۷-۹۱).]

این مشاهده به آزمون ساده زیبایی برای نوردایی پیمانه‌ای نتایج QED می‌انجامد: با جایگزینی ϵ^μ با $\epsilon^\mu + \kappa p^\mu$ جواب نباید تغییر کند.

۲۲-۷ از $u^{(1)}, u^{(2)}$ و $v^{(1)}, v^{(2)}$ (۷-۴۶) استفاده کنید و رابطه‌های کمال (۷-۹۷) را ثابت کنید. [توجه کنید که ضرب ماتریسی «به‌طرف عقب» است: $u\bar{u}$ یک ماتریس 4×4 است که با $(u\bar{u})_{ij} \equiv u_i\bar{u}_j$ تعریف می‌شود.]

۲۳-۷ از $\epsilon_{(1)}$ و $\epsilon_{(2)}$ استفاده کنید و رابطه کمال (۷-۱۰۳) را تأیید کنید.

۲۴-۷ دامنه پراکندگی الکترون-موتون (۷-۱۰۴) را در دستگاه CM حساب کنید. فرض کنید e و μ در راستای z به یکدیگر نزدیک می‌شوند، یکدیگر را دفع می‌کنند و در راستای محور z به عقب برمی‌گردند. همچنین فرض کنید که ذرات اولیه و نهایی دارای هلیسیتی ± 1 هستند. [باسخ: $\mathcal{M} = -2g_e^2$].

۲۵-۷ دامنه کل [مشابه با معادله (۷-۱۰۴) یا (۷-۱۰۵) یا (۷-۱۰۸) یا (۷-۱۱۰) به‌علاوه (۷-۱۱۱) را برای نابودی زوج $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ تعیین کنید.

۲۶-۷ شگرد کازیمیر (۷-۱۲۳) را برای پاد ذرات:

$$\sum_{\text{تمام اسپینها}} [\bar{v}(a)\Gamma_\lambda v(b)][\bar{v}(a)\Gamma_\tau v(b)]^*$$

و برای موارد «آمیخته» به‌دست آورید

$$\sum_{\text{همه اسپینها}} [\bar{u}(a)\Gamma_\lambda v(b)][\bar{u}(a)\Gamma_\tau v(b)]^*,$$

$$\sum_{\text{همه اسپینها}} [\bar{v}(a)\Gamma_\lambda u(b)][\bar{v}(a)\Gamma_\tau u(b)]^*$$

۲۷-۷ (الف) نشان دهید $\gamma^\circ \gamma^{\nu\dagger} \gamma^\circ = \gamma^\nu$ برای $\nu = 0, 1, 2, 3$.

(ب) اگر Γ هر حاصلضربی از ماتریسهای γ باشد ($\Gamma = \gamma_a \gamma_b \dots \gamma_c$) نشان دهید که $\bar{\Gamma}$

[معادله (۷-۱۱۷)] همان حاصلضرب با ترتیب معکوس است، $\bar{\Gamma} = \gamma_c \dots \gamma_b \gamma_a$.

۲۸-۷ با به‌کار بردن شگرد کازیمیر عبارتی مشابه معادله (۷-۱۲۴) برای پراکندگی کامپتون بیابید.

دقت کنید که در اینجا چهار جمله وجود دارد:

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_1|^2 + |\mathcal{M}_2|^2 + |\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* + \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2|$$

۷-۲۹ (الف) قضیه‌های رد ۱، ۲ و ۳ بخش ۷-۷ را ثابت کنید.

(ب) معادله ۴ را ثابت کنید.

(ج) با استفاده از رابطه پاد جابه‌جایی ۵، ۵' و ثابت کنید.

۷-۳۰ (الف) از رابطه پاد جابه‌جایی ۵ استفاده کنید و قضیه‌های انقباض ۶، ۷، ۸ و ۹ را ثابت کنید.

(ب) از ۷، ۷'؛ ۸، ۸'؛ ۹، ۹' را ثابت کنید.

۷-۳۱ (الف) قضیه‌های رد ۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ را تأیید کنید.

(ب) از ۱۲، ۱۲' را و از ۱۳، ۱۳' را ثابت کنید.

۷-۳۲ (الف) قضیه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ را ثابت کنید.

(ب) از ۱۵، ۱۵' را و از ۱۶، ۱۶' را ثابت کنید.

۷-۳۳ (الف) نشان دهید که $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\lambda\tau} = -6\delta_\tau^\sigma$ (جمع روی μ ، ν و λ).

(ب) نشان دهید: $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\theta\tau} = -2(\delta_\theta^\lambda \delta_\tau^\sigma - \delta_\tau^\lambda \delta_\theta^\sigma)$

(ج) فرمول مشابهی برای $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\phi\theta\tau}$ بیابید.

(د) فرمول مشابهی برای $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\omega\phi\theta\tau}$ بیابید.

δ_ν^μ دلتای کرونکر است: اگر $\mu = \nu$ و اگر $\mu \neq \nu$ این دلتا را می‌توان برحسب تانسور متریک آمیخته (هموردا/پادوردا) نوشت: $[\delta_\nu^\mu = g^{\mu\nu} = g_{\nu}^\mu]$.

۷-۳۴ با شروع از معادله (۷-۱۰۵)، میانگین اسپین دانه را برای پراکندگی الکترون-الکترون تعیین کنید [مانند معادله (۷-۱۲۶)]. فرض کنید در انرژی‌های بالا کار می‌کنیم به قسمی که جرم الکترون را نتوان نادیده گرفت (یعنی $m = 0$). [راهنمایی: می‌توانید $\langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle$ و $\langle |\mathcal{M}_2|^2 \rangle$ را از معادله (۷-۱۲۶) بگیرید. برای $\langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle$ از طرحی مانند شگرد کازیمیر استفاده کنید تا به دست آورید:

$$\langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle = \frac{-g_e^2}{4(p_1 - p_2)^2(p_2 - p_4)^2} \text{Tr}(\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_2 \gamma_\mu \not{p}_3 \gamma_\nu \not{p}_4)$$

سپس برای محاسبه رد قضیه‌های انقباض را به کار گیرید. توجه کنید که برای ذرات بدون جرم بایستگی تکانه $(p_1 + p_2 = p_3 + p_4)$ حاکی از آن است که: $p_1 \cdot p_2 = p_3 \cdot p_4$ ، $p_1 \cdot p_3 = p_2 \cdot p_4$ و $[p_1 \cdot p_4 = p_2 \cdot p_3]$.

$$\left[\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{2g_e^2}{(p_1 \cdot p_2)^2(p_1 \cdot p_4)^2} [(p_1 \cdot p_2)^2 + (p_1 \cdot p_3)^2 + (p_1 \cdot p_4)^2] \right] \text{ پاسخ:}$$

۳۵-۷ (الف) با شروع از معادله (۷-۱۲۶) میانگین اسپینی دامنه را برای پراکندگی الکترون-موئون در چارچوب CM در محدوده انرژیهای بالا ($m, M \rightarrow 0$) بیابید.

(ب) سطح مقطع دیفرانسیل CM را برای پراکندگی الکترون-موئون در انرژی بالا بیابید. انرژی الکترون را E و زاویه پراکندگی را θ بگیرد.

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{g_e^2}{2E^2} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta/2}{\sin^2 \theta/2} \right) \right] \text{ پاسخ:}$$

۳۶-۷ (الف) با بهره‌گیری از نتیجه مسئله (۷-۳۴) دامنه میانگین‌گیری شده روی اسپین را برای پراکندگی الکترون-الکترون در CM در رژیم انرژی-بالا ($m \rightarrow 0$) تعیین کنید.

(ب) سطح مقطع دیفرانسیلی در CM را برای پراکندگی الکترون-الکترون در انرژی زیاد بیابید.

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{g_e^2}{2E^2} \left(1 - \frac{4}{\sin^2 \theta} \right) \right] \text{ پاسخ:}$$

پاسخها را با مسئله‌های ۳۵-۷ و ۳۶-۷ مقایسه کنید (نگاه کنید به پانوشت صفحه ۲۹۵).

۳۷-۷ با شروع از معادله (۷-۱۵۵) و $|\mathcal{M}|^2$ را حساب کنید، برای جمع روی قطبشهای فوتون از معادله (۷-۱۰۳) استفاده کنید. سازگاری جواب را با معادله (۷-۱۶۰) بررسی کنید و توضیح دهید چرا این روش به جواب صحیح می‌رسد. [توجه کنید که در اینجا روی تمام قطبشهای فوتونی جمع می‌زنیم، در صورتی که در واقع فوتون باید در پیکربندی تک‌تایه باشد].

۳۸-۷ معادله (۷-۱۷۲) را به دست آورید. برای این کار فقط به آخرین قاعده فاینمن نیاز داریم: برای یک حلقه بسته فرمیونی شامل ضریب ۱- را وارد کنید و رد بگیرید.

۳۹-۷ معادله (۷-۱۷۸) را به دست آورید. [راهنمایی: از قضایای انتگرال پیوست E کتاب ساکورایی (مرجع ۶) استفاده کنید].

۴۰-۷ معادله (۷-۱۸۳) را به دست آورید.

۴۱-۷ جمله تصحیحی در معادله (۷-۱۸۸) را برای حالت برخورد رو در رو در CM محاسبه کنید؛ فرض کنید الکترون با سرعت $\frac{1}{3}c$ حرکت می‌کند.

مسائل ۴۲ تا ۴۴ به مدل زیر مربوطند:

چه می‌شد اگر فوتونی به جای آنکه ذره برداری بی‌جرمی (اسپین ۱) باشد: ذره نرده‌ای سنگین (اسپین ۰) می‌بود؟ به‌خصوص فرض کنید که عامل رأس QED

می بود (که ۱ ماتریس واحد 4×4 است) و انتشارگر «فوتون»

$$\frac{-i}{q^2 - (m_\gamma c)^2}$$

بود. در اینجا هیچ بردار قطبش فوتونی وجود ندارد و بنابراین هیچ عاملی برای خط فوتون خارجی وجود ندارد. بجز این مورد، قواعد فاینمن برای QED بدون تغییر می مانند.

۴۲-۷ فرض کنید که این فوتون به قدری سنگین باشد که بتواند واپاشد.

(الف) آهنگ واپاشی را برای $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ حساب کنید.

(ب) اگر $m_\gamma = 30^\circ \text{MeV}/c^2$ ، طول عمر فوتون را برحسب ثانیه بیابید.

۴۳-۷ (الف) دامنه، \mathcal{M} را برای پراکندگی الکترون-موئون در این نظریه بیابید.

(ب) میانگین اسپینی کمیت $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ را حساب کنید.

(ج) سطح مقطع دیفرانسیلی را برای پراکندگی الکترون-موئون در چارچوب CM تعیین کنید.

فرض انرژی به اندازه ای زیاد است که بتوان جرم الکترون و موئون را نادیده گرفت: $m_e, m_\mu \rightarrow 0$. پاسخ را برحسب انرژی الکترون فرودی، E و زاویه پراکندگی θ بیان کنید.

(د) از نتیجه قسمت (ج) استفاده کنید و سطح مقطع کل را حساب کنید، فرض کنید «فوتون»

بسیار سنگین است، $m_\gamma c^2 \ll E$.

(ه) به قسمت (ب) برگردید؛ اکنون حالت پراکندگی انرژی-پایین از «موئون» بسیار سنگین

را در نظر بگیرید: $m_\mu \ll m_\gamma \ll m_e \ll |p_e|/c$. سطح مقطع دیفرانسیلی را در چارچوب

آزمایشگاه (موئون در حال سکون) پیدا کنید. فرض کنید موئون به صورت قابل ملاحظه ای پس زده نمی شود. با فرمول رادرفورد (مثال ۷-۷) مقایسه کنید و سطح مقطع کل را محاسبه کنید.

۴۴-۷ (الف) دامنه \mathcal{M} را برای نابودی زوج در این نظریه $(\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-)$ بیابید.

(ب) $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ را تعیین کنید، فرض کنید انرژی به قدری زیاد است که بتوان جرمهای الکترون

و «فوتون» را نادیده گرفت ($m_e, m_\gamma \rightarrow 0$).

(ج) پاسخ قسمت (ب) را در دستگاه CM حساب کنید. جواب خود را برحسب انرژی

الکترون فرودی، E و زاویه پراکندگی θ بیان کنید.

(د) سطح مقطع دیفرانسیلی برای نابودی زوج را در دستگاه CM بیابید. همچنان فرض کنید

$m_e = m_\gamma = 0$. آیا سطح مقطع کل متناهی است؟

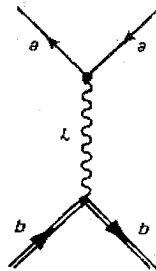


الکترودینامیک کوارکها و هادرونها

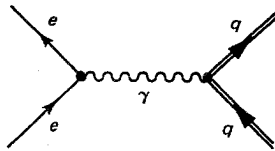
چون برهم کنشهای الکترومغناطیسی کاملاً شناخته شده‌اند، به‌عنوان کاوندهای مفید برای ساختار مزونها و باریونها به‌کار می‌روند. در این فصل دو تا از مهم‌ترین مثالها را بررسی می‌کنیم: تولید هادرونها در پراکندگی e^+e^- و «پراکندگی ناکشسان عمیق» الکترونها و پروتونها. این دو در تثبیت مدل رنگ/طعم کوارکها اهمیت دارند. از این اطلاعات در فصلهای بعد استفاده نمی‌شود، اما حداقل دو بخش اول باید به دقت مطالعه شوند.

۸-۱ برهم کنشهای الکترون-کوارک

آنچه که در فصل ۷ در مورد الکترودینامیک الکترونها و موئونها گفته شده، برای کوارکها نیز به‌کار می‌رود (البته با استفاده از بار مناسب $\frac{2}{3}e$ یا $-\frac{1}{3}e$). با این همه، با توجه به اینکه کوارکها هرگز به‌صورت آزاد دیده نمی‌شوند وضعیت تجربی پیچیده است، و ناچاریم از رفتار مشاهده شده مزونها و باریونها پی ببریم که از چه اجزائی ساخته شده‌اند. در این فصل به دو مثال مهم می‌پردازیم: تولید هادرونها در پراکندگی الکترون-پوزیترون، که فرایند الکترومغناطیسی زیربنایی آن عبارت است از:



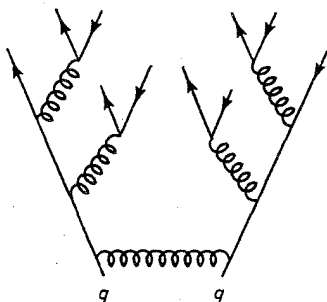
و پراکندگی الکترون-پروتون در انرژیهای بالا («پراکندگی ناکشسان عمیق») که نمودار اصلی آن عبارت است از



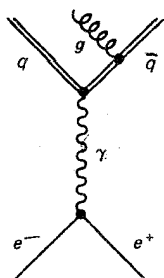
در مورد اول زوج کوارک-پاد کوارک سپس «هادرونیز» می شوند و مزونها و باریونهای را که مشاهده می کنیم تولید می کنند؛ در مورد اخیر کوارک همراه با کوارکهای «تماشاچی» پروتون را می سازد. ولی، این بخش از مسئله کرومودینامیک است نه الکتروپدینامیک؛ و فعلاً فقط به بخش الکتروپدینامیکی فرایند علاقه مندیم.

۲-۸ تولید هادرون در پراکندگی e^+e^-

الکترونها و پوزیترونها در برهم کنشهای قوی شرکت نمی کنند؛ در انرژیهای فعلی تنها راهی که یک برخورد e^+e^- می تواند ذراتی با برهم کنش قوی تولید کند، از طریق یک فوتون مجازی است: هادرون $e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow$ (تا سال ۱۹۸۷ که برخورددهنده خطی در SLAC در انرژیهای به اندازه کافی زیاد برای تولید Z^0 مجازی به کار افتاد، سازوکار غالب برهم کنش ضعیف بود: هارونها $e^+ + e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow q + \bar{q}$). برای یک لحظه کوارکها همانند ذرات آزاد حرکت می کنند، اما هنگامی که به فاصله حدود 10^{-15} متر از هم (قطر هادرون) می رسند، برهم کنش (قوی) آنها به اندازه ای شدید می شود که زوجهای کوارک — پاد کوارک جدیدی — این بار اساساً از لگوتونها، تولید می شوند:

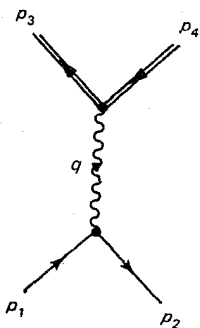


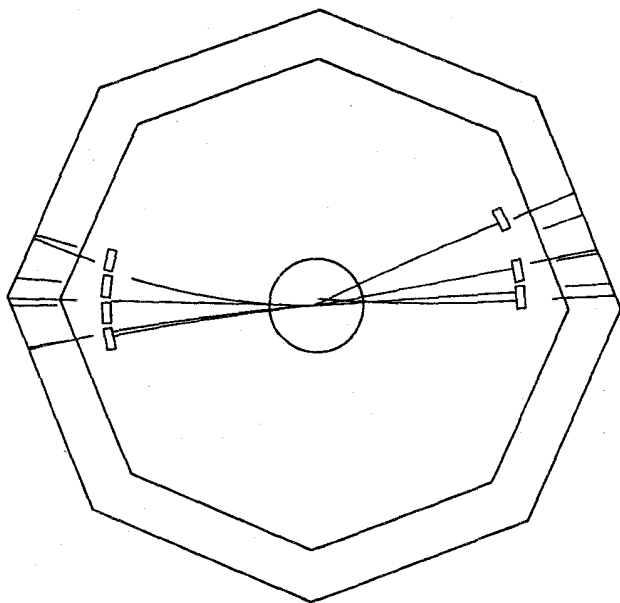
این کوارکها و پادکوارکها، در واقع دوجینهایی از آنها، در یک آزمایش جدید نوعی، در ترکیبهای بی‌شمار برای تشکیل مزونها و باریونهایی که واقعاً به آشکارساز می‌رسند با هم ترکیب می‌شوند. در تمام این بقایا، یک رد پای بی‌چون و چرا در کنار زوج کوارک-پادکوارک اولیه باقی می‌ماند: هادرونها به صورت «جتهای» پشت‌به‌پشت، یکی در راستای کوارک اولیه خارج می‌شود و دیگری راستای پاد کوارک را مشخص می‌کند (شکل ۸-۱). [گاهی یک رویداد سه‌جهتی دیده می‌شود (شکل ۸-۲) که نشان می‌دهد که گلوئون حامل کسر مهمی از انرژی کلی است که در تولید $q\bar{q}$ اولیه گسیل می‌شود:



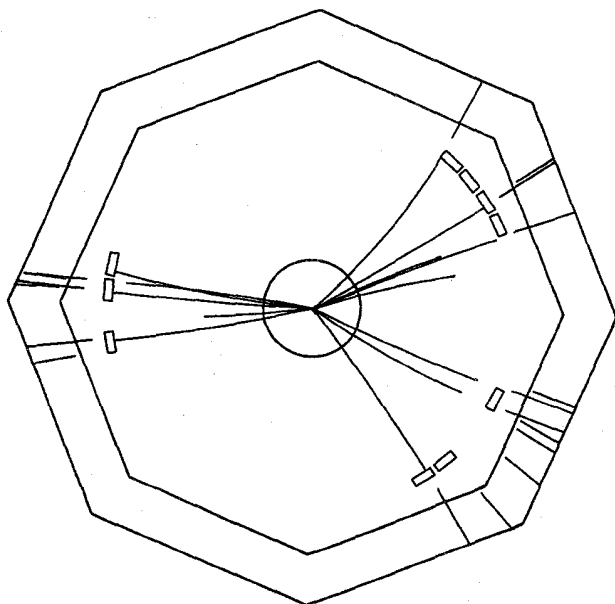
در واقع، مشاهده رویداد سه‌جهتی معمولاً به‌عنوان سراسرترین دلیل وجود گلوئونها در نظر گرفته می‌شود.

اکنون، اولین مرحله در این فرایند $(e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q + \bar{q})$ QED معمولی است: محاسبات درست مانند مورد مربوط به $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ است:





شکل ۸-۱ یک نمونه از رویداد دو جتی.



شکل ۸-۲ یک رویداد سه جتی.

دامنه عبارت است از:

$$\mathcal{M} = \frac{Qg_e^\gamma}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{v}(p_1)\gamma^\mu u(p_1)][\bar{u}(p_2)\gamma_\mu v(p_2)] \quad (1-8)$$

که در آن Q بار کوارک، برحسب یکای e است ($\frac{2}{3}$ ، برای u, c و $-\frac{1}{3}$ ، برای s, d و b). با به کار بردن شگرد کازیمیر به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left[\frac{Qg_e^\gamma}{(p_1 + p_2)^2} \right]^2 Tr[\gamma^\mu(p_1 + mc)\gamma^\nu(p_2 - mc)] \\ &\quad \times Tr[\gamma^\mu(p_2 - Mc)\gamma^\nu(p_1 + Mc)] \end{aligned} \quad (2-8)$$

که در آن m جرم الکترون و M جرم کوارک است. (مسئله ۱-۸) با استفاده از قضیه های رد فصل ۷، این رابطه را می توان به معادله زیر تقلیل داد:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= 8 \left[\frac{Qg_e^\gamma}{(p_1 + p_2)^2} \right]^2 [(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) \\ &\quad + (mc)^2(p_2 \cdot p_2) + (Mc)^2(p_1 \cdot p_1) + 2(mc)^2(Mc)^2] \end{aligned} \quad (3-8)$$

یا برحسب انرژی الکترون فرودی (در CM) E و زاویه θ بین الکترون ورودی و کوارک خروجی داریم:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= Q^2 g_e^2 \left\{ 1 + \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 + \left(\frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right] \cos^2 \theta \right\} \end{aligned} \quad (4-8)$$

سطح مقطع پراکندگی دیفرانسیلی با معادله (۴۲-۶) داده می شود؛ با انتگرال گیری روی θ و ϕ سطح مقطع کل را به دست می آوریم (مسئله ۲-۸):

$$\sigma = \frac{\pi Q^2}{3} \left(\frac{\hbar c \alpha}{E} \right)^2 \sqrt{\frac{1 - (Mc^2/E)^2}{1 - (mc^2/E)^2}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right] \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \right] \quad (5-8)$$

توجه کنید که آستانه در $E = Mc^2$ است؛ برای انرژیهای کمتر از این مقدار ریشه دوم موهومی می شود که بازتاب این حقیقت است که وقتی انرژی کافی برای خلق زوج $q\bar{q}$ وجود نداشته باشد فرایند از نظر سینماتیکی ممنوع است. اگر بسیار بالاتر از آستانه باشیم ($E > Mc^2 \gg mc^2$) معادله (۵-۸) به طور قابل ملاحظه ای ساده می شود*.

$$\sigma = \frac{\pi}{3} \left(\frac{\hbar Q c \alpha}{E} \right)^2 \quad (6-8)$$

با بالا رفتن انرژی باریکه، به طور متوالی با چنین آستانه هایی مواجه می شویم — ابتدا برای موئون و کوارکهای سبک، سپس (در حوالی 150° MeV) کوارک افسون، تاو (در 1784 MeV)، کوارک ته (در 470° MeV) و سرانجام (انتظار داریم) آستانه برای کوارک سر را ببینیم. روش زیبایی برای نمایش این ساختار وجود دارد: فرض کنید نسبت آهنگ تولید هادرونی را به زوج موئونی بررسی کنیم:

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{ها درون})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (7-8)$$

چون صورت شامل همه رویدادهای کوارک-پادکوارک است**، معادله (۶-۸) می دهد:

$$R(E) = 3 \sum Q_i^2 \quad (8-8)$$

که در آن جمع روی طعمهای کوارک با آستانه زیر E زده می شود. توجه کنید که عدد ۳ وجود سه رنگ برای هر طعم را یادآور می شود. برای $R(E)$ انتظار نموداری «پله ای» را داریم که یک پله در هر آستانه پدید کوارکی بالا می رود، ارتفاع صعود را بار کوارک تعیین کند. در انرژیهای کم که فقط کوارکهای u ، d و s سهمین اند، انتظار داریم که

* به دلیل حذف شدن جبری این تقریب واقعاً بهتر از آن است که به نظر می رسد: با بسط رادیکال داریم، $\sqrt{1 - (Mc^2/E)^2} [1 + \frac{1}{4}(Mc^2/E)^2] = 1 - \frac{1}{8}(Mc^2/E)^4 + \dots$ بنابراین خطا از مرتبه $(Mc^2/E)^4$ است نه $(Mc^2/E)^2$. برای جمله های مربوط به جرم الکترون این جمله ها کوچکتر از مقادیری هستند که با آنها شروع کردیم، پس تصور می شود که این جمله ها تصحیح مرتبه دوم باشند، با این حال این جمله ها در محاسبه R [معادله (۷-۸)] دقیقاً حذف می شوند].

** پتون τ بیشتر به هادرونها وامی باشد و این باید در بالای 1784 MeV مقداری (کمتر از ۱) به R اضافه کند. این موضوع احتمالاً توجیه می کند که چرا اعداد تجربی کمی بیشتر از خط « $u + d + s + c$ » در شکل ۳-۸ است. واقعیت آن است که آستانه (غیرمنتظره) τ پس از c آن قدر زود سر می رسد که در ابتدا باعث سردرگمی می شوند و به نظر می رسد نظریه به دردرس افتاده است، اما کشف τ ، و هموار بودن نمودار در بالای τ ، در تصویری ساده اعتماد را باز می گرداند.

$$R = 3\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right] = 2 \quad (9-8)$$

بین آستانه کوارک c و b باید داشته باشیم:

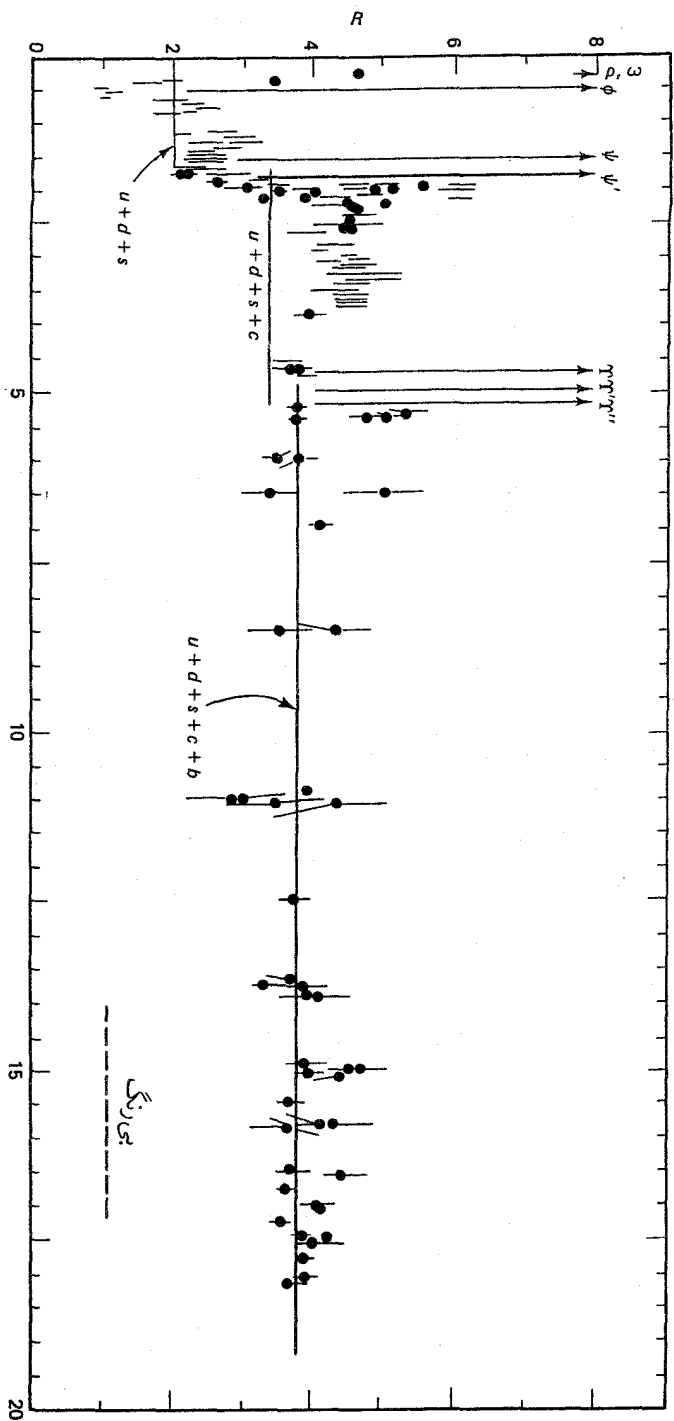
$$R = 2 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{3} \quad (10-8)$$

و بالای آستانه کوارک b داریم:

$$R = \frac{10}{3} + 3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{11}{3} \quad (11-8)$$

نتایج تجربی در شکل ۳-۸ نشان داده شده است. (کوارک سر باید پرشی در $R = 5$ تولید کند؛ ظاهراً جرم آن از $18 \text{ GeV}/c^2$ تجاوز می‌کند، زیرا چنین افزایشی در این داده‌ها ظاهر نشده است.) سازگاری بین نظریه و تجربه، به‌ویژه در انرژی‌های بالا بسیار خوب است. ولی شاید بخواهید بدانید چرا این سازگاری کامل نیست. بجز برای تقریبی که در رسیدن از معادله (۵-۸) به معادله (۶-۸) انجام شد (که به‌طور مصنوعی گوشه‌های هر آستانه را تیز می‌کند)، و نادیده گرفتن تاو (که به برآورد کمتر از حد در ناحیه بالای 1784 GeV می‌انجامد)، ما با این فرض که فرایند زنجیره‌ای از دو عملکرد متوالی مستقل $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (QED) و سپس هادرونها $q\bar{q} \rightarrow \text{hadrons}$ (QCD) است مسئله را بسیار ساده کرده‌ایم. در واقع، کوارکهایی که در مرحله اول تولید شده‌اند ذرات آزادی که از معادله دیراک پیروی کنند نیستند، بلکه ذراتی مجازی، در مسیر برهم‌کنش دوم‌اند. به‌ویژه، وضعیت وقتی بحرانی است که انرژی درست برابر انرژی تشکیل حالت مقید ($\phi = s\bar{s}, \psi = c\bar{c}, \Upsilon = b\bar{b}$) باشد، در حوالی چنین «تشدید» به سختی می‌توان از برهم‌کنش دو کوارک چشم پوشید. بنابراین قله‌های تیز در نمودار وجود دارد که نوعاً در زیر هر آستانه رخ می‌دهند. با این حال، در نواحی تخت وسیع، همواری نمودار نشانگر آن است که تصویر ساده ما چندان بد نیست. همانند ساختار حتی، این موضوع تجلی آزادی مجانبی است، و تعجب‌آور نیست که در انرژی‌های بالا بهتر کار کند.

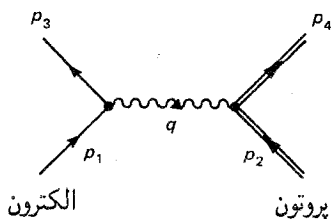
اما، واقعاً اینها نوعی طفره رفتن است، زیرا اهمیت شکل ۳-۸ در تضادهای آشکار و نهان کوچک نیست، بلکه در توافق کلی آن است: ضریب ۳ در معادله (۸-۸) به‌روشنی متعلق به این موضوع است. بدون این ضریب نظریه (نگاه کنید به خط چین شکل ۳-۸)، نه فقط در تشدیدهای مجزا بلکه در همه جا، به شدت به هم می‌خورد. به یاد داشته باشید که این ضریب ۳ دلیل تجربی قانع‌کننده‌ای برای فرضیه رنگ است، فرضیه‌ای که در ابتدا به دلایل اسرارآمیز نظری معرفی شده بود، اما اکنون جزء اجتناب‌ناپذیر داستان برهم‌کنشهای قوی است.



شکل ۸-۳ R بر حسب انرژی الکترون (بر حسب GeV) رسم شده است.

۳-۸ پراکندگی کشسان الکترون-پروتون

اکنون به پراکندگی الکترون-پروتون، که بهترین کاوند برای بررسی ساختار داخلی پروتون است، می‌پردازیم. اگر پروتون بار نقطه‌ای ساده‌ای بود که از معادله دیراک پیروی می‌آرد، باید تحلیل‌مان در مورد پراکندگی الکترون-موتون را با M برای جرم پروتون دقیقاً تکرار کنیم. نمودار فاینمن با پایین‌ترین مرتبه به صورت زیر است



و دامنه (میانگین-اسپین) برابر است با [معادله (۷-۱۲۴)]

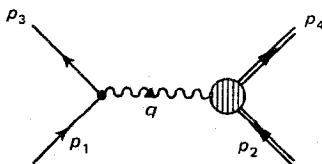
$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^2}{q^4} L_{\text{الکترون}}^{\mu\nu} L_{\text{پروتون}}^{\mu\nu} \quad (۱۲-۸)$$

که در آن $q = p_1 - p_3$ و [معادله (۷-۱۲۵)]

$$L_{\text{الکترون}}^{\mu\nu} = 2 \left\{ p_1^\mu p_3^\nu + p_1^\nu p_3^\mu + g^{\mu\nu} [(mc)^2 - (p_1 \cdot p_3)] \right\} \quad (۱۳-۸)$$

(و عبارت مشابهی برای $L_{\text{پروتون}}^{\mu\nu}$ ، فقط با تغییر $m \rightarrow M$ و $1, 3 \rightarrow 2, 4$). از این نتایج در مثال ۷-۷ برای به‌دست آوردن فرمولهای پراکندگی موت و رادفورد استفاده کرده بودیم.

اما پروتون یک بار نقطه‌ای ساده نیست، و خیلی قبل از پیدایش مدل کواری، صورتگرایی انعطاف‌پذیرتری برای توصیف پراکندگی الکترون-پروتون ابداع شده بود. می‌توان در پایین‌ترین مرتبه QED، فرایند را با نمودار زیر نمایش داد:



که قطره سمت راست نشان می‌دهد که واقعاً نمی‌دانیم چگونه فوتون (مجازی) با پروتون برهم‌کنش می‌کند. (با این حال فرض می‌کنیم که پراکندگی کشسان است: $e + p \rightarrow e + p$; ما فرایندهای ناکشسان را نیز در بخش بعد در نظر خواهیم گرفت: $e + p \rightarrow e + X$. حال، نکته اساسی آن

است که رأس الکترون و انتشارگر فوتون تغییر نمی کنند، و بنابراین همچنان $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ [معادله (۸-۱۲)] شکل مرتبی دارد،

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^2}{q^2} L^{\mu\nu}_{\text{الکترون}} K_{\mu\nu}^{\text{پروتون}} \quad (۱۴-۸)$$

که $K_{\mu\nu}$ کمیت ناشناخته ای است که رأس فوتون-پروتون را توصیف می کند. اما کاملاً ناشناخته نیست، زیرا چیزهایی را می توان در مورد آن گفت: این موجود مطمئناً تانسوری از رتبه دو است، و تنها متغیرهایی که می تواند به آن وابسته باشند عبارت اند از: p_1, p_2, q و چون $q = p_1 - p_2$ ، این سه مستقل از هم نیستند، و در استفاده از هر دوتای از آنها آزادیم؛ انتخاب مرسوم q و p_2 است (از اینجا به بعد شاخص پایین را حذف می کنیم: $p \equiv p_2$ تکانه پروتون اولیه). اما، تانسورهای زیادی را می توان فقط با دو چاربردار ساخت؛ عمومی ترین شکل ممکن عبارت است از

$$K_{\mu\nu}^{\text{پروتون}} = -K_1 g^{\mu\nu} + \frac{K_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{K_2}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{K_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) \quad (۱۵-۸)$$

که K_i توابعی (نامعلوم) از تنها متغیر نرده ای مسئله، q^2 ، است. [توجه داشته باشید که $p^2 = (Mc)^2$ یک ثابت است و $q \cdot p = -\frac{q^2}{2}$]. در تعریف K_1, K_2, K_5 و ضرایب $(Mc)^{-2}$ خارج شده اند و تمام K ها دارای ابعاد یکسانی هستند*. در اصل، می توان ترکیب پادمتقارن $(p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu)$ را نیز اضافه کرد، اما چون $L^{\mu\nu}$ متقارن است (۸-۱۳)، چنین جمله ای هیچ سهمی در $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ ندارد. اما، این چهار تابع مستقل از هم نیستند، می توان نشان داد (مسئله ۸-۴) که:

$$q_\mu K^{\mu\nu} = 0 \quad (۱۶-۸)$$

که از آن به دست می آید (مسئله ۸-۵)

$$K_2 = \frac{(Mc)^2}{q^2} K_1 + \frac{1}{4} K_2 \quad \text{و} \quad K_5 = \frac{1}{4} K_2 \quad (۱۷-۸)$$

پس $K^{\mu\nu}$ می تواند برحسب دو تابع (نامعلوم) $K_1(q)$ و $K_2(q)$ بیان شود:

$$K_{\mu\nu}^{\text{پروتون}} = K_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{K_2}{(Mc)^2} \left(p^\mu + \frac{1}{4} q^\mu \right) \left(p^\nu + \frac{1}{4} q^\nu \right) \quad (۱۸-۸)$$

* شاخص پایین ۳ را به طور سنتی برای جمله ای که در تحلیل متناظر پراکندگی پروتون-نوترینو وارد می شود، نگه می داریم، اما در اینجا چنین چیزی رخ نمی دهد.

مسئله‌ای اساسی در هر نظریهٔ مربوط به ساختار پروتون تعیین این دو تابع است. آنها را می‌توان به سادگی به صورت تجربی اندازه گرفت، زیرا آنها مستقیماً به سطح مقطع پراکندگی کشسان الکترون-پروتون مربوط‌اند. بنابر معادله‌های (۱۳-۸) و (۱۸-۸) داریم (مسئله ۷-۸):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{2g_e^2}{q^2} \right)^2 \left\{ K_1 [(p_1 \cdot p_2) - 2(mc)^2] + K_2 \left[\frac{(p_1 \cdot p)(p_2 \cdot p)}{(Mc)^2} + \frac{q^2}{4} \right] \right\} \quad (۱۹-۸)$$

می‌توان در چارچوب آزمایشگاه، با هدف پروتون در حال سکون $p = (Mc, 0, 0, 0)$ کار کرد. الکترونی با انرژی فرودی E در زاویهٔ θ پراکنده و با انرژی E' خارج می‌شود. اجازه دهید فرض کنیم این فرایند برخوردی با انرژی متوسط باشد $(E, E') \gg mc^2$ ، به قسمی که بتوان با اطمینان جرم الکترون را نادیده گرفت (قرار دهیم $m = 0$)*؛ در آن صورت $p_1 = E/c(1, \hat{p}_i)$ و $p_2 = E'/c(1, \hat{p}_f)$ (مسئله ۸-۸)

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^2 c^2}{4EE' \sin^2(\theta/2)} \left(2K_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + K_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (۲۰-۸)$$

انرژی الکترون خروجی، E' ، متغیر مستقلی نیست؛ این کمیت به صورت سینماتیکی با E و θ تعیین می‌شود (مسئله ۸-۹):

$$E' = \frac{E}{1 + (2E/Mc^2) \sin^2(\theta/2)} \quad (۲۱-۸)$$

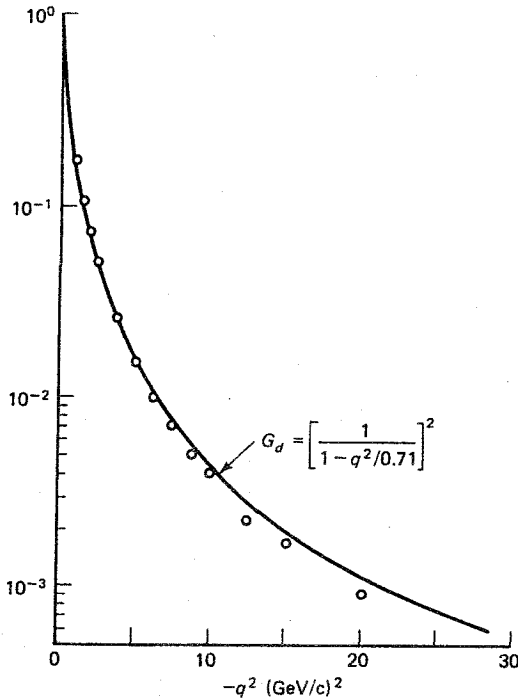
برای ذرهٔ فرودی بدون جرم داریم (مسئله ۶-۱۰):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar E'}{4\pi McE} \right)^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \quad (۲۲-۸)$$

و بنابراین، برای پراکندگی کشسان الکترون-پروتون داریم

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{4ME \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \frac{E'}{E} [2K_1 \sin^2(\theta/2) + K_2 \cos^2(\theta/2)] \quad (۲۳-۸)$$

* فرمول موت (۱۲۷-۷) ساختار و پس‌زنی پروتون را نادیده می‌گیرد؛ این فرمول در ناحیهٔ $E \ll Mc^2$ به کار می‌رود، ولی فرض نمی‌کند $E \gg mc^2$. در اینجا ما در محدودهٔ $E \gg mc^2$ کار می‌کنیم، اما ساختار و پس‌زنی پروتون را نادیده نمی‌گیریم (یعنی فرض نمی‌کنیم $E \ll Mc^2$). در گسترهٔ میانی. $mc^2 \ll E \ll Mc^2$ ، دو نتیجه سازگارند (نگاه کنید به مسئله ۸-۱۰).

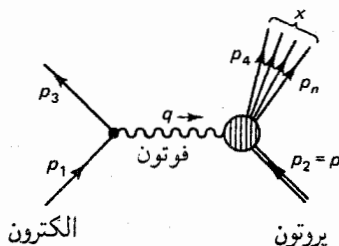


شکل ۴-۸ عامل شکل کشسان پروتون. بجز یک ثابت کلی $(1+K)$ ، عاملهای شکل الکتریکی و مغناطیسی G_M و G_E (مرجع ۲) عملاً یکسان اند و [حداقل تا حد $10^2 (\text{GeV}/c)^2$] به خوبی بر تابع «دوقطبی» پدیده شناختی G_d (خط پر) منطبق اند. دایره ها مقادیر تجربی $G_E (\approx G_M/(1+K))$ هستند.

که E' از معادله (۲۱-۸) به دست می آید. این رابطه به فرمول روزنبلوت معروف است و اولین بار در سال ۱۹۵۰ به دست آمد [۱]. با شمارش تعداد الکترونها پراکنده شده در جهتی معین برای ناحیه ای از انرژیهای فرودی، می توان «عاملهای شکل» $K_1(q^2)$ و $K_2(q^2)$ را تعیین و نتایج را با پیشگوییهای نظری مقایسه کرد [۲] (شکل ۴-۸).

۴-۸ پراکندگی ناکشسان الکترون-پروتون

در انرژیهای نسبتاً کم پراکندگی الکترون-پروتون ناگزیر کشسان است $(e + p \rightarrow e + p)$ ؛ پروتون پس زده می شود، اما همچنان یک پروتون است. اما اگر الکترون فرودی انرژی کافی داشته باشد، هر چیز دیگری چون پیونها، کائونها، دلتاها و غیره نیز می توانند تولید شوند. چنین فرایندهای ناکشسانی $(e + p \rightarrow e + X)$ را با نموداری به شکل زیر نشان می دهیم



مجدداً، قطره حاکی از ناآگاهی ما در مورد رأس پروتون-فوتون است؛ خطوط خروجی اضافی ترکشهای هادرونی ناشی از پروتون منفجر شده را نشان می‌دهد. مانند قبل، رأس الکترونی از برانگیختگیهای انتهای پروتونی تأثیر نمی‌پذیرد، پس دامنه (میانگین-اسپین) برای حالت نهایی مفروض X به شکل زیر است

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{q^4} L_{\text{الکترون}}^{\mu\nu} K_{\mu\nu}(X) \quad (24-8)$$

که $K_{\mu\nu}$ کمیت (نامعلومی) است که زیر فرایند $\gamma + p \rightarrow X$ را توصیف می‌کند و به $q \equiv (p_1 - p_2)$ ، $p \equiv p_2$ و تکانه‌های خروجی مختلف p_n, \dots, p_5, p_4 بستگی دارد. سطح مقطع پراکندگی را «قاعده طلایی» [معادله (۳۴-۶)] تعیین می‌کند:

$$d\sigma = \frac{\hbar^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) \dots \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \dots - p_n) \quad (25-8)$$

با این حال، در یک آزمایش نوعی فقط تکانه الکترون پراکنده شده (\mathbf{p}_3) ثبت می‌شود. آنچه ما اندازه می‌گیریم سطح مقطع به اصطلاح «فراگیر» است، که شامل تمام حالت‌های نهایی دست یافتنی X ، و تمام تکانه‌های خروجی ممکن می‌شود. برای به دست آوردن سطح مقطع فراگیر از معادله (۲۵-۸) روی X ها جمع می‌زنیم و روی $\mathbf{p}_5, \dots, \mathbf{p}_4$ انتگرال می‌گیریم:

$$d\sigma = \frac{\hbar^2 g_e^4 L^{\mu\nu}}{4 q^4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) 4\pi M W_{\mu\nu} \quad (26-8)$$

$$W_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{4\pi M} \sum_X \int \cdots \int K_{\mu\nu}(X) \left(\frac{c d^r \mathbf{p}_r}{(2\pi)^3 2E_r} \right) \cdots \left(\frac{c d^r \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(q + p - p_r - \cdots - p_n) \quad (27-8)$$

برای یک الکترون بدون جرم با انرژی E که به پروتون ساکنی به جرم برخورد می‌کند، ریشه دوم دقیقاً ME است. در ضمن، $d^r \mathbf{p}_r = |\mathbf{p}_r|^2 d|\mathbf{p}_r| d\Omega$ و (دوباره قرار دهید $m = 0$) $|\mathbf{p}_r| = E'/c$ که $E' (= E_r)$ انرژی الکترون خروجی است. پس

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{c q^2} \right)^2 \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (28-8)$$

توجه کنید که E' را در حالت ناکشسان E و θ تعیین نمی‌کند، زیرا در این حالت هادرونهای خروجی می‌توانند دارای گستره‌ای از انرژی E' باشند. [به عبارت دقیق‌تر، تکانه هادرونی کل، $p_{\text{کل}} = p_r + p_\delta + \cdots + p_n$ دیگر مانند یک تک پروتون با شرط $p_{\text{کل}}^2 = M^2 c^2$ ، مقید نمی‌شود. بنابراین، $p_r = p_1 + p_2 - p_{\text{کل}}$ نیز قیدی ندارد و معادله (۲۱-۸) دیگر به دست نمی‌آید.] از این رو آنچه به آن علاقه‌مندیم سطح مقطع دیفرانسیلی برای پراکندگی در محدوده انرژی خاص dE' است و این چیزی است که معادله (۲۸-۸) به ما می‌دهد.

از اینجا به بعد داستان را می‌دانیم: $W_{\mu\nu}$ تانسور رتبه دویی است که می‌تواند فقط تابع q و p باشد، روی تمام تکانه‌های دیگر انتگرال گرفته شده است. مانند قبل، می‌توان آن را به شکل زیر نوشت:

$$W^{\mu\nu} = W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_3}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_4}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) \quad (29-8)$$

به هر حال، در اینجا W_i ها توابعی از دو نرده‌ای مستقل q^2 و $q \cdot p$ هستند (زیرا $p_{\text{کل}}$ دیگر قیدی ندارد، $q \cdot p$ نیز دیگر به q^2 وابسته نیست). باز دیگر داریم (مسئله ۴-۸)

$$q_\mu W^{\mu\nu} = 0 \quad (30-8)$$

که از آن به دست می‌آید (مسئله ۱۱-۸)

$$W_2 = \frac{(Mc)^2}{q^2} W_1 + \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right)^2 W_3 \quad \text{و} \quad W_4 = - \frac{(q \cdot p)}{q^2} W_3 \quad (31-8)$$

و بنابراین $W^{\mu\nu}$ را می‌توان برحسب فقط «دو» تابع «ساختار» بیان کرد:

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{(Mc)^2} \left[p^\mu - \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right) q^\mu \right] \left[p^\nu - \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right) q^\nu \right] \quad (۳۲-۸)$$

با قرار دادن معادله‌های (۳۱-۸) و (۳۲-۸) در معادله (۲۸-۸) (و مجدداً قرار دادن $m = 0$) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{2E \sin^2(\theta/2)} \right)^2 [2W_1 \sin^2(\theta/2) + W_2 \cos^2(\theta/2)] \quad (۳۳-۸)$$

معادله (۳۳-۸) نتیجه‌ی اساسی برای پراکندگی ناکشسان الکترون-پروتون فراگیر است؛ این فرمول مشابه فرمول روزنبلوت (۲۳-۸) است:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{4ME \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \frac{E'}{E} [2K_1 \sin^2(\theta/2) + K_2 \cos^2(\theta/2)] \quad (۲۳-۸)$$

که پراکندگی کشسان را توصیف می‌کند. به خاطر داشته باشید که توابع ساختار (W_1 و W_2) برای انرژی فرودی معین (E) به دو متغیر مستقل بستگی دارد. آزمایشگر باید از E' و θ استفاده کنند، در صورتی که نظریه‌پرداز عموماً کمیت‌های ناوردای لورنتسی q^2 و $q \cdot p$ — یا کمیت‌های بهتر (برای مقاصدی که در بخش بعد خواهید دید) — q^2 و

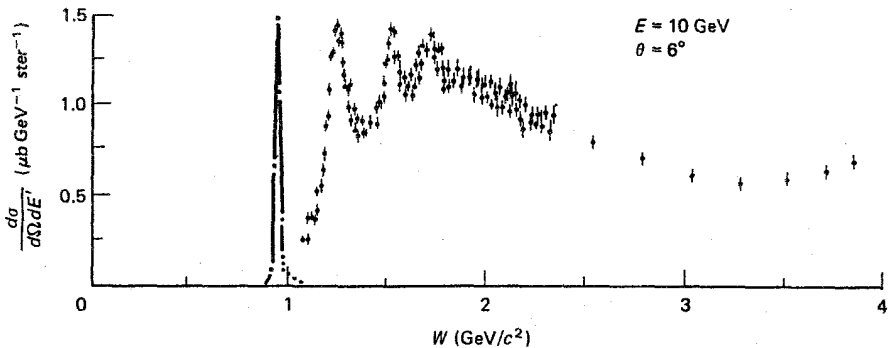
$$x \equiv -\frac{q^2}{2q \cdot p} \quad (۳۴-۸)$$

را ترجیح می‌دهد. برعکس عامل‌های شکل کشسان (K_1 و K_2) فقط تابع یک متغیرند (برای آزمایشگر θ و برای نظریه‌پرداز q^2) — در این حالت E' را معادله (۲۱-۸) تعیین می‌کند و x ثابت است ($x = 1$). به بیان رسمی، پراکندگی کشسان حالت خاصی از پراکندگی ناکشسان است که در آن یک قید اضافی ($p_{\text{el}}^2 = M^2 c^2$) به تکانه‌های خروجی تحمیل شده است. بنابراین باید بشود با انتخاب مناسبی برای W ها فرمول روزنبلوت را از معادله (۳۳-۸) به دست آورد. می‌توانید خودتان بررسی کنید که

$$W_{1,2}(q^2, x) = -\frac{K_{1,2}(q^2)}{2Mq^2} \delta(x - 1) \quad (۳۵-۸)$$

این کار را انجام می‌دهد (مسئله ۸-۱۲).

باید خاطر نشان کرد که فیزیک با ارزش کمی در تمام اینها وجود دارد؛ آنچه ما انجام داده‌ایم



شکل ۵-۸ سطح مقطع برای پراکندگی ناکشسان فراگیر الکترون-پروتون برحسب «جرم گمشده» $(W = \sqrt{p_{\text{js}}^2}/c)$. قله کشسان در $W = M$ برای برآزش در نمودار با ضریب ۸٫۵ کاهش یافته است.

تعیین دستور جلسه‌ای برای نظریه ساختار پروتون بود. یک نظریه موفق باید ما را قادر سازد تا توابع ساختار و عامل‌های شکل را، که در این مقطع کاملاً دلخواه‌اند، محاسبه کنیم. ساده‌ترین مدل با پروتون را یک بار نقطه‌ای ساده در نظر می‌گیریم؛ در این حالت (مسئله ۵-۸):

$$K_1 = -q^2 \quad \text{و} \quad K_2 = (2Mc)^2 \quad (36-8)$$

این مدل، در انرژی‌های کم، که فقط پراکندگی کشسان رخ می‌دهد، و الکترون هرگز به قدر کافی به پروتون نزدیک نمی‌شود تا ساختار آن را ببیند، مدل بدی نیست. اما این مدل در انرژی‌های بالا به شدت ناتوان است (نگاه کنید به شکل ۵-۸). در دو بخش بعد خواهیم دید که مدل کوارکی در محدوده انرژی‌های بالا چه چیزی برای گفتن دارد.

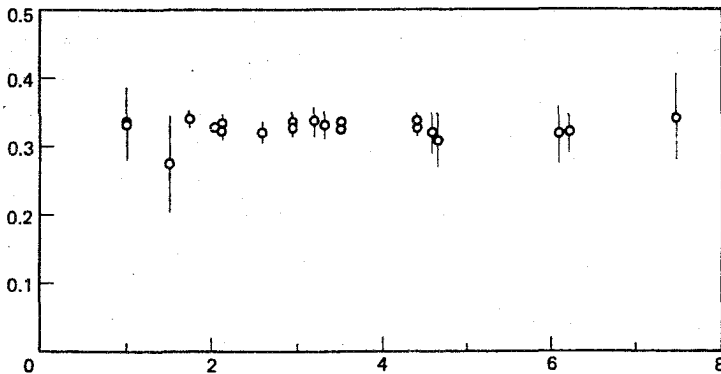
۵-۸ الگوی پارتون و مقیاس‌بندی بیورکن

در اواخر دهه شصت، بیورکن پیش‌بینی کرد که در انرژی‌های خیلی زیاد بستگی توابع ساختار ناکشسان به q^2 کم‌رنگ و فقط تابعی از x تنها می‌شوند. به عبارت دقیق‌تر، او پیشنهاد کرد که [۳]

$$MW_1(q^2, x) \rightarrow F_1(x) \quad (37-8)$$

$$\frac{-q^2}{2Mc^2 x} W_2(q^2, x) \rightarrow F_2(x) \quad (38-8)$$

در محدوده به اصطلاح «پراکندگی ناکشسان عمیق» که $-q^2 = (4EE'/c^2) \times \sin^2(\theta/2)$ و



شکل ۸-۶ رفتار مقیاس‌بندی تابع ساختار W_2 در پراکندگی ناکشسان عمیق. در اینجا کمیت $-(q^2/2Mc^2x)W_2(q^2, x)$ نسبت به $-q^2$ (GeV/c²) برای $x = 0.25$ رسم شده است.

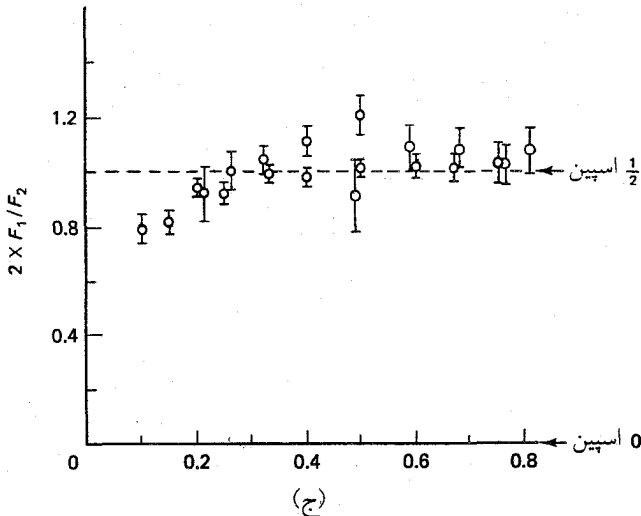
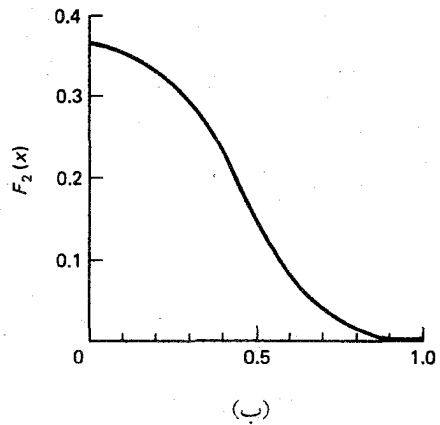
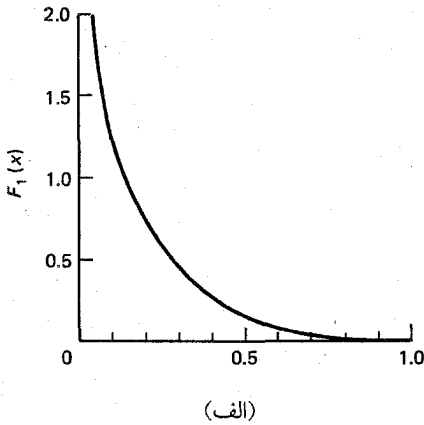
$[q \cdot p = M(E - E')]$ هر دو بزرگ‌اند، ولی نسبت آنها $(2x = -q^2/q \cdot p)$ چنین نیست*. این رفتار به «مقیاس‌بندی» معروف است، و به‌طور مهیجی توسط آزمایش‌هایی در SLAC در اوایل دههٔ هفتاد تأیید شد (شکل ۸-۶). چنانکه خواهیم دید، مقیاس‌بندی پیامد این واقعیت است که پروتون از اجزائی نقطه‌گونه («پارتونها» — اصطلاحی زشت — نامی بود که در آن روزها که باب نبود کوارکها و گلوئونها را خیلی جدی بگیرند روی آنها گذاشته شد) ساخته شده است. در سال ۱۹۶۹ کالان و گروس [۴] پیشنهاد کردند که توابع مقیاس‌بندی بیورکن به‌هم مربوط هستند:

$$2xF_2(x) = F_2(x) \quad (8-39)$$

این رابطه نیز به‌صورت تجربی تأیید شده است (شکل ۸-۷). رابطهٔ کالان-گروس بازتاب این واقعیت است که اجزای باردار پروتون دارای اسپین ۱/۲ هستند (برای اسپین صفر $2xF_2/F_2$ به‌جای ۱ صفر می‌شود و به‌وضوح با داده‌ها ناسازگار است). تأیید تجربی مقیاس‌بندی بیورکن و رابطهٔ کالان-گروس در پراکندگی ناکشسان عمیق، اولین مدرک قانع‌کننده را برای وجود کوارکها فراهم آوردند. روشهای متعددی برای به‌دست آوردن معادله‌های (۸-۳۷)، (۸-۳۸) و (۸-۳۹) وجود دارد، اما نکتهٔ حیاتی آن است که در انرژیهای بالا فوتون مجازی با یک تک کوارک اساساً آزاد برهم‌کنش می‌کند. ** بنابراین، می‌توان این پراکندگی را با استفاده از نتایج پراکندگی الکترون-موئون بررسی کرد.

* به صورت تجربی مقیاس‌بندی بیورکن برای $-q^2 > 1$ (GeV/c²) و $(q \cdot p) > 3.5$ (GeV/c) برقرار است. توجه کنید که x محدود به بازهٔ $0 \leq x \leq 1$ است (مسئله ۸-۱۳).

** در انرژیهای کم (طول موجهای بلند) فوتون کل پروتون را مانند یک بار نقطه‌ای ساده «می‌بیند» — که پراکندگی موت را می‌دهد. در انرژیهای زیاد (طول موجهای کوتاه) فوتون یک تک کوارک را «می‌بیند» — که مقیاس‌بندی بیورکن



شکل ۸-۷ توابع مقیاس و رابطه کالان-گروس. در (الف) و (ب) اندازه‌گیریهای تجربی $F_1(x)$ و $F_2(x)$ رسم شده است. در (ج) نسبت $2F_1(x)/F_2(x)$ نسبت به x برای آزمودن رابطه کالان-گروس رسم شده است که به وضوح برای $x > 0.2$ به خوبی برقرار است.

بنابر معادله‌های (۸-۳۵) و (۸-۳۶)، توابع ساختار برای پراکندگی از کوارکی با طعم i عبارت است از:

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2m_i} \delta(x_i - 1), \quad W_2^i = -\frac{2m_i c^2 Q_i^2}{q^2} \delta(x_i - 1) \quad (۸-۴۰)$$

و رابطه کالان-گروس را می‌دهد. در انرژیهای میانی فوتون پروتون را با ساختار پیچیده‌اش می‌بیند — روشن است که این مورد برای تحلیل سخت‌ترین مورد است.

در اینجا m_i جرم کوارک است و

$$x_i = -\frac{q^2}{2q \cdot p_i} \quad (41-8)$$

که p_i تکانه کوارک است. همانند قبل، Q_i^2 بارکوارک برحسب e است ($\frac{2}{3}$ برای u ، $-\frac{1}{3}$ برای d و s)؛ عامل Q_i^2 را در W^i قرار داده‌ایم تا مجبور شویم به بقیه فرمول سطح مقطع (۳۳-۸) دست بزنیم. مشکل آنجاست که هر چند تکانه پروتون p است اما تکانه هر یک از کوارکها را نمی‌دانیم. اجازه دهید فرض کنیم z_i کسری از تکانه کلی است که کوارک i ام حمل می‌کند، به طوری که

$$p_i = z_i p \quad (42-8)$$

[شاید این معقول به نظر آید، اما طرح غیرقابل اعتمادی است، زیرا فرض می‌کند که هر مولفه p_i^μ کسریکسانی از p^μ را می‌گیرد. در اینجا جایی برای کوارک وجود ندارد تا درون پروتون حرکت کنند؛ اگر پروتون در حال سکون باشد، تمام کوارکها نیز باید ساکن باشند. به خصوص نتیجه می‌شود که (زیرا $p_i^2 = m_i^2 c^2$ و $p^2 = M^2 c^2$) که

$$m_i = z_i M \quad (43-8)$$

حاکمی از آن است که اگر z_i متغیر باشد، جرم کوارکها نیز چنین است!]* معادله (۴۲-۸) حاکمی از آن است که

$$x_i = \frac{x}{z_i} \quad (44-8)$$

و بنابراین

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i), \quad W_2^i = -\frac{2x^2 M c^2}{q^2} Q_i^2 \delta(x - z_i) \quad (45-8)$$

سرانجام، فرض کنید $f_i(z_i)$ احتمال آن باشد که i امین کوارک حامل کسری تکانه z_i باشد. با انتگرال‌گیری روی z_i و جمع روی تمام کوارکهای داخل پروتون، نتیجه می‌گیریم که:

* روشهای دقیق‌تر به دست آوردن معادله‌های مقیاس‌بندی با کار در «چارچوب تکانه نامتناهی» که در آن انرژی پروتون بسیار بزرگتر از جرم آن است از این مسئله اجتناب می‌کند. در این چارچوب با پروتون و کوارکها را می‌توان ذرات بدون جرم در نظر گرفت و (۴۳-۸) به صورت بدیهی برقرار می‌شود.

$$W_1 = \sum_i \int_0^1 \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = \frac{1}{2M} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (46-8)$$

$$W_2 = \sum_i \int_0^1 \left(-\frac{2x^2 M c^2}{q^2} \right) Q_i^2 \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = -\frac{2M c^2}{q^2} x^2 \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (47-8)$$

پس:

$$MW_1 = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_1(x) \quad (48-8)$$

$$-\frac{q^2}{2M c^2 x} W_2 = x \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_2(x) \quad (49-8)$$

که قانون مقیاس بندی بیورکن را تأیید می کند. با مقایسه دو عبارت به دست می آوریم:

$$F_2(x) = 2x F_1(x) \quad (50-8)$$

که رابطه کلان-گروس است.

اهمیت مقیاس بندی بیورکن و فرمول کلان-گروس بر این حقیقت استوار است که آزمون تجربی روشنی را برای مدل کوارک-پارتون، فراهم می آورند، آزمونی که آزمایشهای پراکندگی ناکشسان عمیق SLAC را با موفقیت پشت سر گذاشته است. پروتونها در واقع از اجزای باردار تشکیل شده اند و اجزای آن واقعاً مانند ذرات نقطه گونه دیراکی دارای اسپین $\frac{1}{2}$ رفتار می کنند. یکی از امتیازهای آن ساده سازی تحلیل پراکندگی الکترون-پروتون در انرژیهای زیاد است. زیرا اکنون به جای دو تابع نامعلوم از دو متغیر $[W_1(q^2, x)$ و $W_2(q^2, x)]$ ، فقط باید با یک تابع نامعلوم با یک متغیر $[F_1(x)]$ دست و پنجه نرم کنیم. اگر معادله های (47-8)، (48-8) و (49-8) را در (33-8) قرار دهیم خواهیم داشت

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{F_1(x)}{2M} \left(\frac{\alpha \hbar}{E \sin(\theta/2)} \right)^2 \left[1 + \frac{2EE'}{(E - E')^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (51-8)$$

به علاوه، معادله (48-8) نشان می دهد که برای اتمام کار باید توابع احتمال $f_i(x)$ را بدانیم.

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (52-8)$$

این مسئله را در بخش بعد در نظر می گیریم.

۸-۶ توابع توزیع کوآرک

اگر صورت ظاهر معادله (۴۳-۸) را در نظر بگیریم، کسری از تکانه را که i امین کوآرک حمل می‌کند با جرمش متناسب است، و بنابراین چگالی احتمال f_i باید یک تابع دلتا باشد*:

$$f_i(z_i) = \delta\left(\frac{m_i}{M} - z_i\right) \quad (53-8)$$

به علاوه، اگر پروتون از دو کوآرک بالا و یک کوآرک پایین تشکیل شده باشد، بنابه معادله (۴۸-۸) داریم:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_d}{M} - x\right) \right\} \quad (54-8)$$

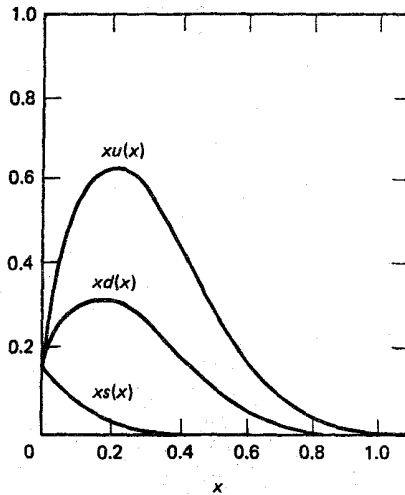
و اگر $m_u = m_d$ باشد، نتیجه ساده زیر به دست می‌آید**:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right), \quad F_2(x) = x \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) \quad (55-8)$$

در این مدل سطح مقطع به شکل الکترون-موئون درمی‌آید، که در آن جرم کوآرک به جای جرم موئون قرار گرفته است. چنین پروتونی در مسئله ظاهر نمی‌شود و ما به سادگی پراکندگی کشسانی الکترونها از کوآرکهای آزاد را داریم.

این تصویر ساده (که مطابق شکل ۸-۷ کاملاً با داده‌های تجربی ناسازگار است) چه عیبی دارد؟ اساساً این ایده را که کوآرکها در داخل پروتون آزادند دقیقاً در نظر گرفته‌ایم. درست است که آنها در برهم‌کنش با فوتون مجازی همانند ذرات آزاد رفتار می‌کنند، اما در مقیاس زمانی طولانی‌تر به وضوح آزاد نیستند؛ گذشته از همه چیز، آنها به وسیله نیروهای محبوس کننده QCD به یکدیگر وابسته‌اند. به ویژه، «جرم» کوآرک داخل یک هادرون مفهوم چندان خوش تعریفی نیست (همان‌طور که در چند مورد متوجه شده‌ایم — نگاه کنید به فصل ۴ بخش ۴-۵ و فصل ۵ بخشهای ۵-۵ و ۵-۱۰). از آنجا که آنها دائماً باهم برکنش می‌کنند، کوآرکها در واقع ذراتی مجازی‌اند و نمی‌توانند روی پوسته جرمی‌شان قرار گیرند. از این جهت بهتر است که در معادله (۴۳-۸) m_i را متغیر پیوسته‌ای در

* فرض کرده‌ام $\int_0^1 f_i(x) dx = 1$ ، زیرا این رابطه احتمال کل یافتن کوآرک نام با کسری از تکانه پروتون است.
 ** سازگاری ایجاب می‌کند که $m_u = \frac{1}{2}M$ ، زیرا اگر اینها تنها اجزای پروتون باشند باید داشته باشیم: $\sum_i \int_0^1 x f_i(x) dx = 1$. با این حال این تصویر ساده سهم گلوئونها و کوآرکهای «دریا» را، همان‌طور که خواهیم دید، نادیده می‌گیرد.



شکل ۸-۸ توابع توزیع کوارک.

نظر بگیریم و سپس تابع دلتا در (۵۳-۸) با توجه به آن پخش شود. اینکه شکل دقیقی آن چیست مسئله‌ای در کرومودینامیک کوانتومی است که در حال حاضر در موقعیتی نیستیم که به آن پردازیم. به علاوه، اینکه گفته شود پروتون فقط از کوارکها تشکیل شده است ساده‌انگاری بیش از اندازه است. فرض کنید که $u(x)$ (چگالی) احتمال آن باشد که کوارک u حامل کسر تکانه x و $d(x)$ احتمال متناظر برای کوارک d باشد*، پس

$$F_2(x) = x \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 u(x) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 d(x) \right\} \quad (۵۶-۸)$$

[در یک مدل ساده $u(x) = 2\delta(m_u/M - x)$ و $d(x) = \delta(m_d/M - x)$ شاید وسوسه شویم که بگذاریم $u(x) = 2d(x)$ ، اما این فرض را داده‌ها (شکل ۸-۸)، حداقل در حوالی $x = 0$ و $x = 1$ ، تأیید نمی‌کند. (کوارکی که حامل ۹۰٪ تکانه پروتون است به احتمال قریب به یقین باید u باشد، در صورتی که در تراز ۱۰٪ فقط احتمال کمی وجود دارد که u باشد.) با وجود است، تکانه میانگین که کوارکهای بالا حمل می‌کنند $(\int_0^1 x u(x) dx)$ حتماً دو برابر میانگین است که کوارک پایین حمل می‌کند، زیرا تعداد آنها دو برابر و وزن همه آنها تقریباً یکی است:

* به عبارت دقیق‌تر، اگر نمونه بزرگی از پروتونها داشته باشد، $u(x)dx$ تعداد میانگین کوارکهای بالایی است (بر پروتون) که حامل کسری از تکانه بین x و $(x + dx)$ هستند.

$$\int_0^1 xu(x)dx = 2 \int_0^1 x d(x)dx \quad (57-8)$$

او این امر توسط داده‌های پراکندگی الکترون-نوترون تأیید شده است (مسئله ۸-۱۵). با ترکیب معادله‌های (۵۶-۸) و (۵۷-۸) در می‌یابیم که:

$$\int_0^1 x d(x)dx = \int_0^1 F_V(x)dx \quad (58-8)$$

اگر سطح زیر منحنی تجربی (شکل ۷-۸ ب) را اندازه بگیرید، می‌بینید که مقدار انتگرال حدود ۰٫۱۸ است، پس

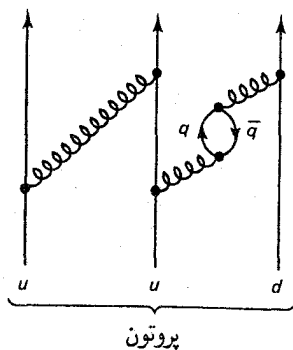
$$\int_0^1 x d(x)dx = 0.18, \quad \int_0^1 xu(x)dx = 0.36 \quad (59-8)$$

این اعداد معنی تلویحی قابل ملاحظه‌ای دارند: میانگین تکانه کل که کوآرکها حمل می‌کنند برابر است با:

$$\int_0^1 xpu(x)dx + \int_0^1 xpd(x)dx = p(0.18 + 0.36) = 0.54p \quad (60-8)$$

پس به‌طور متوسط، فقط ۵۴٪ تکانه پروتون به حساب کوآرکها گذاشته می‌شود. پس چه چیزی بقیه را حمل می‌کند؟ پاسخ: گلوئونها. زیرا آنها بدون بارند، پس در پراکندگی الکترون-پروتون سهمی ندارند، اما قسمتی از تکانه پروتونها را حمل می‌کنند. توابع ساختار به ما اجازه می‌دهد تا تکانه حمل شده توسط پارتونهای باردار را تعیین کنیم؛ و آنچه باقی می‌ماند باید مربوط به پارتونهای بدون بار باشد. پس، به‌طور غیرمستقیم آزمایشهای پراکندگی ناکشسان عمیق مدرک قابل ملاحظه‌ای را برای وجود گلوئونها و کوآرکها، فراهم می‌آورد.

سرانجام، حتی محتوای کوآرکی پروتون نیز پیچیده‌تر از آن است که مطرح کرده‌ام. زیرا گلوئونها می‌توانند زوجهای کوآرک-پاد کوآرک تولید کنند:



در هر لحظه معین شاید پروتون واقعاً شامل جفتهای $u\bar{u}$ یا $d\bar{d}$ یا $s\bar{s}$ اضافی یا حتی جفتهای بیشتری از آنها باشد. (اصولاً، پروتون می تواند حتی جفتهای کوارک سنگین — $t\bar{t}$, $b\bar{b}$, $c\bar{c}$ — نیز داشته باشد، اما این به دلیل جرم زیاد آنها در مخرج انتشارگر کوارک، این امر احتمال کمتری دارد) کوارکهای «اصلی» (برای پروتون u, u, d) را کوارکهای «ظرفیت» و کوارکهای «اضافی» را کوارکهای «دریا» می نامیم. در پراکندگی الکترون-پروتون، برای فوتون مجازی این امکان وجود دارد که با یکی از کوارکهای دریا جفت شود، پی در واقع باید آنها در فرمول F_1 و F_2 نیز وارد شوند:

$$F_1(x) = \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left(\frac{1}{3} \right)^2 [d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \right\} \quad (۶۱-۸)$$

در اینجا چنین پیشرفتی حاصل نشد: به نظر می رسد که یک تابع نامعلوم را با شش تابع نامعلوم عوض کرده ایم! خوشبختانه «توابع ساختار کوارکی»* مشابهی (با ضرایب متفاوت) در پراکندگی الکترون-نوترون و در پراکندگی نوترینو-پروتون به وجود می آید، پس مقداری اطلاعات از آزمایشهای مستقل در مورد آنها داریم. به علاوه، چند «قاعده جمع» آنها را مقید می کند (مسئله ۸-۱۶). چون کوارکهای دریا با سازوکار یکسانی تولید می شوند و تقریباً جرم مشابهی دارند، معقول است که فرض کنیم

$$\bar{u}(x) \cong \bar{d}(x) \cong \bar{s}(x) \cong s(x) \quad (۶۲-۸)$$

در حالی که توزیعهای کوارک بالا و پایین را می توان به بخش ظرفیت و بخش دریا تقسیم کرد [احتمالاً مورد دوم برابر $s(x)$ است] داریم

$$u(x) = u_v(x) + s(x), \quad d(x) = d_v(x) + s(x) \quad (۶۳-۸)$$

این رابطه ها مسئله را به سه تابع نامعلوم تقلیل می دهد:

$$F_1(x) = \frac{1}{18} \{ 4u_v(x) + d_v(x) + 12s(x) \} \quad (۶۴-۸)$$

شکل این توابع، آن طور که از آزمایشها برمی آید، در شکل ۸-۸ نشان داده شده است. توجه کنید که دریا فقط در x های نسبتاً کم سهم است (یعنی، کوارکهای دریا نوعاً فقط حامل کسر کوچکی از

* در این مبادله هر چیزی «تابع ساختار» نامیده می شود: F_1, W_1, F_2, W_2 «توابع ساختار پروتون» هستند؛ f_1 ها و $d_v(x), u_v(x), \bar{s}(x), s(x), \bar{d}(x), d(x), \bar{u}(x), u(x)$ «توابع ساختار کوارک» هستند. برای مورد دوم عبارت «توابع توزیع» را ترجیح می دهیم.

تکانه پروتون هستند — به این دلیل است که می‌توان با اطمینان آنها را در محاسبه سهم گلوئون نادیده گرفت). حال تعداد کوآرکهای ظرفیت u بدون تردید ۲ و برای کوآرکهای ظرفیت d ، ۱ است، پس

$$\int_0^1 u_v(x) dx = 2, \quad \int_0^1 d_v(x) dx = 1 \quad (۶۵-۸)$$

پس نتیجه می‌شود

$$\int_0^1 s(x) dx = \frac{3}{4} \left(2 \int_0^1 F_1(x) dx - 1 \right) \quad (۶۶-۸)$$

و بنابراین، اصولاً می‌توان تعداد میانگین کوآرکهای دریا از هر نوع را با اندازه‌گیری سطح زیر نمودار $F_1(x)$ (شکل ۸-۷ الف) تعیین کرد. متأسفانه، این سطح زیر منحنی به رفتار تابع در حد $x \rightarrow 0$ بسیار حساس است، و تابع آن است که چگونه منحنی تجربی را برونیایی کنید، و ممکن است هر عددی بین ۵٫۰ تا بی‌نهایت باشد. (در واقع، برخی نظریه‌ها پیش‌بینی می‌کنند که پروتون شامل تعداد بسیار زیادی از کوآرکهای دریای بسیار کم انرژی است؛ و نام «دریا» از این بابت است).

مراجع و یادداشتها

1. M. N. Rosenbluth, Phys.Rev. **79**, 615 (1950)

۲. برای مثال، نگاه کنید به فصل ۶ کتاب

H. Frauenfelder and E. M. Henley, *Subatomic Physics*, (Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1974)

باید به شما هشدار دهم که این موضوع یک کابوس نمادگذاری در متون علمی است. فقط دو متغیر — انرژی الکترون فرودی (E) و زاویه پراکندگی (θ) در مسئله وجود دارد — اما برخورد با ترکیبات کم و بیش کاتوره‌ای از $\nu \equiv p \cdot q / Mc$, $\tau \equiv -q^2 / 4M^2 c^2$, $Q^2 \equiv -q^2$, q^2 , θ , E' , E , $y \equiv p \cdot q / p \cdot p_1$ و $x \equiv -q^2 / 2p \cdot q$, $W \equiv \sqrt{(q+p)^2}$, $\omega \equiv -2p \cdot q / q^2$ است. به علاوه، هر چند فقط دو تابع شکل مستقل وجود دارد، اما راههای متفاوت زیادی برای بیان آنها وجود دارد. برخی مولفان F_1 و F_2 را با $F_1 = -q^2(F_1 + KF_2)$ و $K_1 = -q^2(F_1 + KF_2)$ سهم «بی‌هنجار» گشتاور مغناطیسی پروتون (است) انتخاب می‌کنند و برخی دیگر $G_M = F_1 + KF_2$, $G_E = F_1 - K\tau F_2$ را ترجیح می‌دهند. (مورد آخر به ترتیب با تبدیل فوریه توزیعهای بار و گشتاور مغناطیسی ارتباط دارند؛ بخش ۸-۲ کتاب

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984),

را ببینید) هرکسی می‌تواند این بازی را انجام دهد: K_1 و K_2 نیز سهم خود من است.

3. J. D. Bjorken, *Phys.Rev.* **179**, 1547 (1969); *Phys.Rev.* **163**, 1767 (1967).

(توابع بیورکن F_1 و F_2 هیچ رابطه‌ای با توابع شکل F_1 و F_2 مرجع ۲ ندارند. از این بابت متأسفم.)

4. C. G. Callan and D. Gross, *Phys.Rev.Lett.* **22**, 156 (1969).

مسائل

۱-۸ (الف) از قاعده‌های فاینمن برای QED معادله (۱-۸) را به دست آورید.

(ب) از معادله (۱-۸) معادله (۲-۸) را به دست آورید.

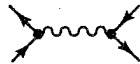
(ج) از معادله (۲-۸) معادله (۳-۸) را به دست آورید.

(د) از معادله (۳-۸) معادله (۴-۸) را به دست آورید.

۲-۸ با شروع از معادله (۴-۸) معادله (۵-۸) را به دست آورید.

۳-۸ چرا در تعریف R [معادله (۷-۸)]، در مخرج از $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)$ استفاده نکردیم؟

[پاسخ: به یک دلیل، می‌بایست نمودار متقاطع



را وارد می‌کردیم و دیگر عوامل سینماتیکی حذف نمی‌شدند.]

۴-۸ معادله (۱۶-۸) را ثابت کنید. [راهنمایی: ابتدا نشان دهید $q_\mu L^{\mu\nu} = 0$. سپس استدلال

کنید که به همین صورت می‌توان $K^{\mu\nu}$ را چنان گرفت که $q_\mu K^{\mu\nu} = 0$ ، بدین صورت که هر

جمله‌ای در $K^{\mu\nu}$ که از $q_\mu K^{\mu\nu} = 0$ پیروی نکند هیچ سهمی در $L^{\mu\nu} K_{\mu\nu}$ ندارد.] توضیح:

معادله (۱۶-۸) در واقع به سادگی از پایستگی بار در رأس پروتون به دست می‌آید، اما ما صورت‌نگاری

را در اینجا بر این مبنا قرار ندادیم (نگاه کنید به بخشهای ۲-۸ و ۳-۸ مرجع ۲. هالزن و مارتین).

[یک راه برای ادامه کار به صورت زیر است: $q^\mu = (0, 0, 0, q)$ اختیار کنید؛ آن‌گاه: $q_\mu L^{\mu\nu} =$

$L^{\mu\nu} K_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \square & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \square & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ پس $L^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \square & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ می‌تواند صفر باشد.]

۵-۸ از معادله (۱۶-۸)، معادله (۱۷-۸) را ثابت کنید. [راهنمایی: ابتدا با q_ν ادغام کنید، سپس با p_ν]

۶-۸ برای یک پروتون «دیراک» K_1 و K_2 بیابید. [پاسخ: (۱۳-۸) و (۱۸-۸) را مقایسه کنید:

$$[.K_1 = -q^2, K_2 = (2Mc)^2]$$

۷-۸ معادله (۱۹-۸) را به دست آورید.

۸-۸ معادله (۲۰-۸) را به دست آورید.

۹-۸ معادله (۲۱-۸) را به دست آورید.

۱۰-۸ امتحان کنید که فرمول روزنبلوت (۲۳-۸) با فرمول موت (۱۲۸-۷) در محدوده انرژیهای میانی $mc^2 \ll E \ll Mc^2$ سازگار است. از عبارت مربوط به K_1 و K_2 مناسب پروتون «دیراک» (مسئله ۶-۸) استفاده کنید.

۱۱-۸ معادله (۳۱-۸) را به دست آورید. [توجه کنید که وقتی $p \cdot q = -q^2/2$ باشد در حالت کشسان به معادله (۱۲-۸) تحویل می یابد].

۱۲-۸ برای دوباره به دست آوردن (۲۳-۸)، معادله (۳۵-۸) را در معادله (۳۳-۸) قرار دهید و روی E' انتگرال بگیرید (θ را ثابت بگیرید).

۱۳-۸ نشان دهید x [معادله (۳۴-۸)] به ناحیه $0 \leq x \leq 1$ محدود است. برای چه نوع برخوردی $x = 1$ است؟ برای چه نوع برخوردی $x = 0$ است؟ [پاسخ: کشسان؛ $E' \gg E$]

۱۴-۸ فرض کنید پروتون یک بار «دیراکی» باشد؛ مقیاس توابع ساختار چه می شود؟ در این صورت $F_1(x)$ و $F_2(x)$ در این مورد چه هستند؟ آیا رابطه کالان-گروس برقرار است؟ [پاسخ: $F_1(x) = \frac{1}{3}\delta(x-1)$; $F_2(x) = \delta(x-1)$; بله.]

۱۵-۸ انجام آزمایشهای پراکندگی الکترون-نوترون دشوارتر از آزمایشهای پراکندگی الکترون-پروتون است، زیرا نمی توان هدفی از نوترونهای آزاد ساخت. با وجود این، داده های لازم را می توان از پراکندگی الکترون-دوترون به دست آورد و معلوم می شود که $\int_0^1 F_2^{\text{نوترون}} dx = 0.12$. از این رابطه همراه با نتیجه مربوط به پروتون، $\int_0^1 F_2^{\text{پروتون}} dx = 0.18$ ، برای تأیید معادله (۵۷-۸) استفاده کنید.

[راهنمایی: برای ارتباط $u^n(x)$ و $d^n(x)$ با توابع متناظرشان برای پروتون چه فرض می کنید؟] ۱۶-۸ از محتوای طعمی معلوم پروتون، مقدار $\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx$ را بیابید. «قاعده جمع» متناظر را برای d و s بنویسید.

۱۷-۸ آیا داده های شکل ۷-۸ ب و ۸-۸ با معادله (۵۶-۸) سازگارند؟

کرومودینامیک کوانتومی

در این فصل قاعده‌های فاینمن را برای کرومودینامیک کوانتومی، نظریهٔ برهم‌کنشهای قوی تدوین می‌کنیم. برخی از نتایجی را که دال بر QCD اختلالی هستند به‌دست می‌آوریم (به‌ویژه، پتانسیل موثر میان کوارکی در ترکیبهای مختلف باریونی و مزونی)، و ایده‌های اساسی حاکم بر رفتارهای مجانبی ترسیم می‌شوند. این موارد به‌شدت متکی بر فصل ۷ و همچنین سه بخش آخر فصل ۵ هستند. این بخش به‌عنوان پیش‌نیاز فصول ۱۰ و ۱۱ مورد نیاز نیست.

۱-۹ قاعده‌های فاینمن برای کرومودینامیک

در دو فصل اخیر دیدیم که چگونه الکترومدینامیک کوانتومی (QED) برهم‌کنشهای ذرات باردار را توصیف می‌کند؛ در فصل حاضر خواهیم دید که چگونه کرومودینامیک کوانتومی (QCD) برهم‌کنشهای ذرات دارای رنگ را توصیف می‌کند. واسطه برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی فوتونها و واسطهٔ برهم‌کنشهای کرومودینامیک گلوئونها هستند. شدت نیروی الکترومغناطیسی با ثابت جفت‌شدگی زیر تعیین می‌کند

$$g_e = \sqrt{4\pi\alpha} \quad (1-9)$$

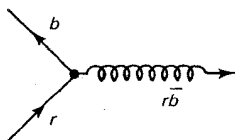
با یکاهای مناسب g_e بار بنیادی است (بار پوزیترون). شدت نیروی کرومودینامیکی را ثابت جفت‌شدگی «قوی» تعیین می‌کند

$$g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s} \quad (2-9)$$

می‌توان آن را یکای بنیادی رنگ تلقی کرد. کوارکها در سه رنگ* وجود دارند، «قرمز» (r)، «آبی» (b) و «سبز» (g). پس برای مشخص کردن یک حالت کوارکی در QCD نه تنها به اسپینور دیراک $u^{(s)}(p)$ ، که تکانه و اسپین آن را می‌دهد، بلکه به یک بردار ستونی متشکل از سه جزء c که رنگ آن را می‌دهد نیز نیاز داریم:

$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ برای قرمز, } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ برای آبی, } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ برای سبز} \quad (3-9)$$

(اجزای c را با شاخص پایین رومی در حوالی وسط حروف — مثلاً c_i — برحسب زده‌ایم، پس i, j, k از ۱ تا ۳ برای رنگهای کوارکی تغییر می‌کنند.**) نوعاً، رنگ کوارک در رأس کوارک-گلوئون تغییر می‌کند و اختلاف را گلوئون حمل می‌کند. مثلاً:



(در این نمودار یک کوارک قرمز به کوارک آبی تبدیل شده و یک گلوئون قرمز-باد آبی گسیل می‌کند.) هر گلوئون حامل یک واحد رنگ و یک واحد پاد رنگ است. پس به نظر می‌رسد که باید نه نوع گلوئون وجود داشته باشد — $g\bar{g}, g\bar{b}, g\bar{r}, b\bar{b}, b\bar{r}, r\bar{g}, r\bar{b}, r\bar{r}$ — این نظریه نه گلوئونی اصولاً کاملاً امکان‌پذیر است، اما دنیایی را که این نظریه توصیف می‌کند با دنیای ما تفاوت بسیار دارد. برحسب تقارن $SU(3)$ رنگ (که همان‌طور که خواهیم دید، QCD بر مبنای آن است)، این نه

* البته کوارکها طعمهای مختلف نیز دارند، اما این بخش به QCD مربوط نیست، بجز در مواردی که طعمهای مختلف کوارکی جرمهای متفاوت داشته باشند. همان‌طور که QED فقط بار ذرات را در نظر دارد، QCD فقط به رنگ آنها توجه دارد.

** باید به شما هشدار دهم که اغلب کتابها حالت‌های رنگ کوارک را به صراحت مشخص نمی‌کنند؛ بلکه آنها را «به‌طور تلویحی» یا «مستتر در $u(p)$ » در نظر می‌گیریم. اما من فکر می‌کنم بهتر است در این مقطع آنها را صریحاً بنویسیم، اگر چه نمادگذاری اندکی پیچیده می‌شود.

حالت یک «هشتاد تایه رنگ»:

$$\left\{ \begin{array}{ll} |1\rangle = (r\bar{b} + b\bar{r})/\sqrt{2} & |5\rangle = -i(r\bar{g} - g\bar{r})/\sqrt{2} \\ |2\rangle = -i(r\bar{b} - b\bar{r})/\sqrt{2} & |6\rangle = (b\bar{g} + g\bar{b})/\sqrt{2} \\ |3\rangle = (r\bar{r} - b\bar{b})/\sqrt{2} & |7\rangle = -i(b\bar{g} - g\bar{b})/\sqrt{2} \\ |4\rangle = (r\bar{g} + g\bar{r})/\sqrt{2} & |8\rangle = (r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})/\sqrt{6} \end{array} \right\} \quad (4-9)$$

و یک «تک تایه رنگ»:

$$|9\rangle = (r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})/\sqrt{3} \quad (5-9)$$

را تشکیل می‌دهند (نگاه کنید به بخش ۵-۸؛ در آنجا ما با طعم سروکار داشتیم نه رنگ، اما ریاضیات یکسان است — فقط قرار دهید $u, d, s \rightarrow r, b, g$. در اینجا با اسپین ایزوتوبی کاری نداریم و از ترکیب خطی متفاوتی از حالتها در هشت تایه استفاده کرده‌ایم. این کار نمادگذاریهای بعدی را ساده می‌کند.) اگر تک تایه گلوئونی وجود داشته باشد، مانند فوتون معمولی و مشخص است. * مجبوس بودن ایجاب می‌کند که تمام ذرات خنثی موجود تک تایه رنگ باشند و این امر «توضیح» می‌دهد که چرا هشت تایه گلوئونی هرگز به صورت ذرات آزاد ظاهر نمی‌شوند. ** اما $|9\rangle$ یک تک تایه رنگ است، و باید واسطه‌ای داشته باشد. به علاوه، می‌تواند بین دو تک تایه رنگ (مثلاً بین یک پروتون و نوترون)، مبادله و سبب پیدایش نیروی بلندبرد با جفت شدگی قوی شود ***، در

* شاید «نهمین گلوئون» فوتون باشد! این امر وحدت زیبایی از برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی را تولید می‌کند. البته، شدت جفت شدگی دقیقاً درست نیست، اما مسئله‌ای است با تمام وجوه وحدت و شاید بتواند انجام شود. مشکل بسیار جدی‌تر در این ایده وجود دارد که نشان دادن آن را به شما واگذار می‌کنم (مسئله ۹-۱).

** به تفاوت بین «بدون رنگ بودن» و «یک تایه رنگ» توجه کنید. گلوئونهای $|3\rangle$ و $|8\rangle$ از این جهت بی‌رنگ‌اند که مقدار خالص هر رنگ صفر است، اما یک تایه‌های رنگی نیستند. این وضعیت همانند اسپین است. می‌توان حالتی با $S_z = 0$ داشت، اما این نشان نمی‌دهد که اسپین صفر است (هر چند اسپین صفر بدون شک حاکی از آن است که $S = 0$ و به همین ترتیب تک تایه رنگ الزاماً بدون رنگ است). بسیاری از مؤلفان از کلمه «بدون رنگ» به معنی «تک تایه رنگ» استفاده می‌کنند اما این سبب سوء تفاهم می‌شود. (خود من در فصلهای ۱ و ۲ بی‌دقت بوده‌ام، زیرا در آنجا نمی‌توانستم ایده تک تایه رنگ را توضیح دهم.) شاید شما کلمه رنگ‌ناوردا «یا حتی» رنگ‌ندرده‌ای را (به «تک تایه رنگ») ترجیح دهید؛ نکته اساسی آن است که چنین حالتی تحت تبدیلیهای $SU(3)$ رنگ تأثیر نمی‌پذیرد (مسئله ۹-۲).

*** چون گلوئونها بی‌جرم‌اند، می‌توانند واسطه نیرویی با برد بینهایت باشند (مانند الکترو دینامیک). از این نظر، نیروی بین کوارکها واقعاً بلند برد است. با این حال، مجبوس بودن، و نبود گلوئون تک تایه، این موضوع را پنهان می‌کند. یک

صورتی که می‌دانیم نیروی قوی بسیار کوتاه برد است. به عبارت دیگر، به‌وضوح فقط هشت گلوئون وجود دارد.*

گلوئونها همانند فوتون، ذراتی بدون جرم با اسپین ۱ هستند؛ آنها را با بردار قطبش، ϵ^μ ، که عمود بر تکانه گلوئون، p ، است نمایش می‌دهند:

$$(۹-۶) \quad \epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (\text{شرط لورنتس})$$

همانند قبل، پیمانه کلون را اختیار می‌کنیم**:

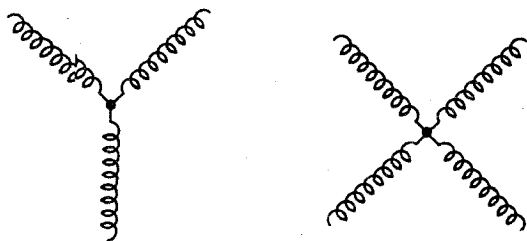
$$(۹-۷) \quad \epsilon^\mu = 0, \quad \text{به طوری که } \epsilon \cdot p = 0$$

این پیمانه آشکارا هموردایی لورنتس را نقض می‌کند، اما چاره‌ای نداریم (نگاه کنید به بخش ۷-۴). برای توصیف حالت رنگ گلوئون به بردار ستونی هشت جزئی a نیز نیاز داریم:

$$(۹-۸) \quad \text{برای } |7\rangle \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{برای } |1\rangle \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a = \text{و غیره}$$

[اجزای a با شاخص بالای حروف مشخص شده‌اند (a^α)؛ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ روی حالت‌های مختلف رنگ گلوئونها از ۱ تا ۸ تغییر می‌کنند.] چون خود گلوئونها حامل رنگ‌اند (برخلاف فوتون که به حالت تک‌تایه (نظیر پروتون) فقط می‌تواند یک تک‌تایه (نظیر بیون) را جذب یا گسیل کند، پس گلوئونهای تنها نمی‌توانند بین یک پروتون و نوترون مبادله شوند. بدین سبب است که نیرویی که مشاهده می‌کنیم کوتاه برد است. اگر گلوئون تک‌تایه وجود داشت، می‌توانست بین تک‌تایه‌ها مبادله شود و نیروی قوی باید مؤلفه‌ای با برد بینهایت می‌دانست. * به زبان نظریه گروه، خواه تقارن QCD $U(3)$ باشد (که تمام نه گلوئون را لازم می‌دارد) چه $SU(3)$ (که فقط هشت تا را مجاز می‌داند). سرانجام همین است. وضعیت تجربی مسئله را قطعاً به نفع مورد اخیر حل می‌کند. ** در اینجا نکته‌ای ظریف وجود دارد، زیرا تبدیلهای پیمانه‌ای در کرومودینامیک پیچیده‌تر از معادله (۷-۸۱) هستند و در واقع پیمانه کولن نمی‌تواند به‌صورت سازگار اعمال کرد. با این حال، تصحیح معادله (۷-۸۱) شامل ضریبی از g است، و بنابراین در حساب فاینمن خطایی که از استفاده پیمانه کولن حاصل می‌شود را می‌توان با اصلاح مناسب قاعده‌ها برای محاسبه نمودارهای مرتبه‌های بالاتر (حلقه‌ها) جبران کرد.

لحاظ الکتریکی خنثی است)، مستقیماً با یکدیگر جفت می‌شوند. در واقع یک رأس سه گلوئونی و یک رأس چهار گلوئونی وجود دارد:



قبل از آنکه قاعده‌های فاینمن برای QCD را بیان کنم دو مورد مربوط به نمادگذاری را مطرح می‌کنیم. اولاً، «ماتریسهای λ » گلمان که در $SU(3)$ همان نقشی را دارند که ماتریسهای اسپین پائولی در $SU(2)$:

$$\begin{aligned} \lambda^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda^4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda^6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda^7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} & \lambda^8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (9-9)$$

ثانیاً، جابه‌جاگرهای ماتریسهای λ معرف «ثابت‌های ساختار» ($f^{\alpha\beta\gamma}$) گروه $SU(3)$ هستند:

$$[\lambda^\alpha, \lambda^\beta] = 2i f^{\alpha\beta\gamma} \lambda^\gamma \quad (10-9)$$

(جمع روی γ — از ۱ تا ۸ — با تکرار شاخص اعمال شده است). ثابت‌های ساختار کاملاً پاد متقارن‌اند، $f^{\beta\alpha\gamma} = f^{\alpha\gamma\beta} = -f^{\alpha\beta\gamma}$. می‌توانید خودتان آن را انجام دهید (مسئله ۹-۵). چون شاخصها از ۱ تا ۸ تغییر می‌کنند، در کل $8 \times 8 \times 8 = 512$ ثابت ساختار وجود دارد، اما اغلب آنها صفرند و بقیه آنها را می‌توان با توجه به شرط پاد تقارن از مجموعه زیر به دست آورد:

$$f^{123} = 1, \quad f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{516} = f^{627} = \frac{1}{2},$$

$$f^{358} = f^{678} = \sqrt{3}/2 \quad (11-9)$$

اکنون می‌توان قاعده‌های فاینمن برای ارزیابی نمودارهای درختی* در QCD بیان کرد:

- خطوط خارجی. برای یک کوارک خارجی با تکانه p ، اسپین s و رنگ c داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} u^{(s)}(p)c : (\text{ورودی}) \\ \bar{u}^{(s)}(p)c^\dagger : (\text{خروجی}) \end{array} \right\} \text{ کوارک} \quad (12-9)$$

توجه کنید که $c^\dagger = \bar{c}^*$ یک ماتریس سطری خواهد بود. برای یک پادکوارک خارجی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v}^{(s)}(p)c^\dagger : (\text{ورودی}) \\ v^{(s)}(p)c : (\text{خروجی}) \end{array} \right\} \text{ پادکوارک} \quad (13-9)$$

که در آن c نشانگر رنگ کوارک متناظر است. برای گلوئون خارجی با تکانه p ، قطبش ϵ و رنگ a داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_\mu(p)a^\alpha : (\text{ورودی}) \\ \epsilon_\mu^*(p)a^{\alpha*} : (\text{خروجی}) \end{array} \right\} \text{ گلوئون} \quad (14-9)$$

برای اجتناب از سردرگمی بد نیست که روی نمودار شاخصهایی (فضا-زمان و رنگ) را که برای هر گلوئون به‌کار برده‌اید نشان دهید.

۲. انتشارگرها. هر خط داخلی به‌اندازهٔ عامل:

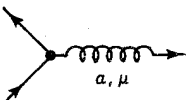
$$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - m^2 c^2} : (\text{کوارک-پادکوارک}) \quad (15-9)$$

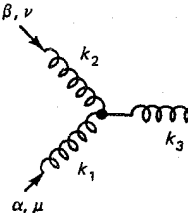
$$\frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{\alpha\beta}}{q^2} > : (\text{سه گلوئونی}) \quad (16-9)$$

سهم دارد.

۳. رئوس. هر رأس عامل

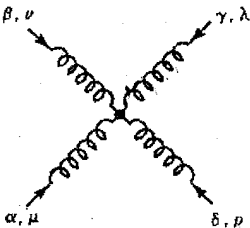
* نمودارهای حلقه‌ای در QCD به قاعده‌های ویژه‌ای نیاز دارند، که متضمن وارد کردن موجودات به «اشباح» فادیف-پوپوف است. اینها دریای عمیقی هستند که در اینجا وارد عرصه خطرناک آن نمی‌شویم [۱].

$$\frac{-ig_s}{2} \lambda^\alpha \gamma^\mu : (\text{diagram}) \quad \text{کوارک-گلوئون} \quad (17-9)$$


$$: (\text{diagram}) : \quad \text{سه گلوئونی}$$


$$-g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(k_1 - k_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(k_2 - k_3)_\mu + g_{\lambda\mu}(k_3 - k_1)_\nu] \quad (18-9)$$

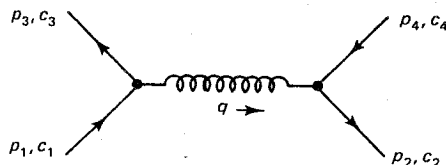
را وارد می‌کند. در اینجا فرض شده است که تکانه‌های گلوئون (k_2, k_3, k_1) به طرف رأس هستند؛ اگر هر نقطه‌ای در نمودار به طرف بیرون رأس بود علامت آن عوض می‌شود. برای رأس چهار گلوئونی ضریب عبارت است از:

$$: (\text{diagram}) : \quad \text{چهار گلوئونی}$$


$$\begin{aligned} -ig_s^2 [& f^{\alpha\beta\eta} f^{\gamma\delta\eta} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) + f^{\alpha\delta\eta} f^{\beta\gamma\eta} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho}) \\ & + f^{\alpha\gamma\eta} f^{\delta\beta\eta} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho})] \quad (19-9) \end{aligned}$$

(جمع روی η انجام می‌شود.)

هر چیزی جز اینها مانند QED است: پایدگی انرژی و تکانه را در هر رأس برای تعیین چارتکانه داخلی اعمال کنید؛ هر خط فرمیونی «را به سمت عقب» در راستای پیکان دنبال کنید و کل تابع دلتا را حذف و نتیجه را با $-i\mathcal{M}$ قرار دهید. در دو بخش آینده با ذکر مثالهایی شیوه انجام کار را نشان می‌دهم.



شکل ۹-۱ برهم‌کنش کوارک-پاد کوارک.

۹-۲ برهم‌کنش کوارک-کوارک

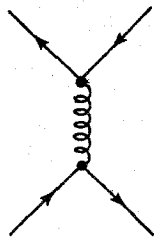
در این بخش برهم‌کنش بین دو کوارک (و همچنین یک کوارک و پاد کوارک) در پایین مرتبه QCD را در نظر می‌گیریم. البته، نمی‌توانیم پراکندگی کوارک-کوارک را مستقیماً در آزمایشگاه مشاهده کنیم (هر چند پراکندگی هادرون-ها درون یک تجلی غیرمستقیم از آن است)، پس در اینجا در پی سطح مقطعها نیستیم. بلکه بر پتانسیل مؤثر بین کوارکها تأکید می‌کنیم که مشابه پتانسیل کولنی الکتروپوینامیکی در QCD است. در فصل ۵، در تحلیل کوارکونیم از این پتانسیلها استفاده کردیم و قول دادیم در آینده آن را به‌دست آوریم. به خاطر داشته باشید که این یک محاسبه نظریه اختلالی است، و فقط تا جایی معتبر است که جفت‌شدگی α_s کوچک باشد. نمی‌توانیم امیدوار باشیم که جمله محبوس بودن در پتانسیل را از این روش به‌دست آوریم — تلویحاً به آزادی مجانبی متکی هستیم و آنچه که خواهیم یافت رفتار کوتاه برد است. با وجود این، یک نتیجه بسیار دلالت‌کننده به‌دست خواهیم آورد: هنگامی که کوارکها در پیکربندی تک‌تایه رنگ هستند، به شدت یکدیگر را جذب می‌کنند (در واقع در پیکربندیهای دیگر معمولاً یکدیگر را دفع می‌کنند). پس در برد بسیار کوتاه، تک‌تایه رنگ «کانال با بیشترین جاذبه» است که نشان می‌دهد که حداقل برای حالت‌های تک‌تایه، بستگی محتمل‌تر است.*

حالت ۱: کوارک و پاد کوارک ابتدا برهم‌کنش کوارک و پاد کوارک در QCD را در نظر بگیرید.

فرض خواهیم کرد که آنها دارای طعمهای متفاوت‌اند پس تنها نمودار (در پایین‌ترین مرتبه) چیزی است که در شکل ۹-۱ آمده است** و مثلاً نشانگر $u + \bar{d} \rightarrow u + \bar{d}$ است. دامنه عبارت است از

* این نتیجه‌ای بسیار خوشایند است، اما ثابت نمی‌کند که بستگی باید در تک‌تایه رنگ رخ دهد یا اینکه بستگی نمی‌تواند در پیکربندیهای دیگر رخ دهد. زیرا باید رفتار بلند برد پتانسیل را بدانیم، که در حال حاضر فقط می‌توانیم در مورد آن حدس بزنیم.

** اصولاً برای طعم یکسان (مثلاً $u + u \rightarrow u + u$) باید نمودار مرتبه دوم را نیز به حساب آوریم:



$$\begin{aligned}
 -i\mathcal{M} = & [\bar{u}(3)c_1^\dagger] \left[-i\frac{g_s}{\gamma} \lambda^\alpha \lambda^\mu \right] [u(1)c_1] \left[\frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{\alpha\beta}}{q^2} \right] \\
 & \times [\bar{v}(2)c_1^\dagger] \left[-i\frac{g_s}{\gamma} \lambda^\beta \gamma^\nu \right] [v(4)c_1] \quad (20-9)
 \end{aligned}$$

پس:

$$\mathcal{M} = \frac{-g_s^2}{\gamma^2} \frac{1}{q^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)](c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1) \quad (21-9)$$

(جمع روی α صورت گرفته است). این معادله درست همان چیزی است که برای پراکندگی الکترون-پوزیترون (۷-۱۰۶) داشتیم، بجز آنکه (البته) g_s جایگزین g_e شده است و «عامل رنگ» را نیاز داریم

$$f = \frac{1}{\gamma} (c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1) \quad (22-9)$$

بنابراین، پتانسیلی که برهم‌کنش $q\bar{q}$ را توصیف می‌کند همان چیزی است که بین دوبار مختلف‌العلامت در الکترومدینامیک وجود دارد (یعنی: پتانسیل کولنی)، جز آنکه $f\alpha_s$ جایگزین α شده است:

$$V_{q\bar{q}}(r) = -f \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (23-9)$$

حال، خود عامل رنگ به حالت رنگ کوارکهای برهم‌کنش‌کننده بستگی دارد. از یک کوارک و پاد کوارک می‌توان تک‌تایه رنگ (۹-۵) و هشت‌تایه رنگ (۹-۴) ساخت (تمام اعضای آن f یکسانی می‌دهند). ابتدا عامل هشت‌تایه رنگ را حساب می‌کنیم زیرا اندکی ساده‌تر است [۲].

مثال ۹-۱

عامل رنگ برای آرایش هشت‌تایه

یک حالت هشت‌تایه نوعی (۹-۴) $3\bar{b}$ است (هر حالت دیگری را نیز می‌توان به همین صورت انجام داد؛ نگاه کنید به مسئله ۹-۶). در اینجا کوارک ورودی قرمز و پادکوارک ورودی پاد آبی است. چون رنگ پایسته است، کوارک خروجی باید قرمز و پادکوارک خروجی باید پاد آبی باشد. پس

اما، در حد غیرنسبیتی که در اینجا مورد نظر است، این نمودار مرتبه دوم به هیچ وجه سهمی ندارد (نگاه کنید به پانوش صفحه ۲۹۵)، پس در عمل آنچه که اعمال می‌کنیم در مورد هر طعم به کار می‌رود (مسئله ۹-۷ را نیز ببینید).

$$c_1 = c_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_2 = c_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

و بنابراین

$$f = \frac{1}{4} \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{4} \lambda_{11}^\alpha \lambda_{22}^\alpha$$

نظری اجمالی به ماتریسهای λ نشان می‌دهد تنها λ هایی که در وضعیت ۱۱ و ۲۲ ظاهر می‌شوند، λ^1 و λ^3 هستند. پس

$$f = \frac{1}{4} (\lambda_{11}^2 \lambda_{22}^2 + \lambda_{11}^4 \lambda_{22}^4) = \frac{1}{4} [(1)(-1) + (1/\sqrt{3})(1/\sqrt{3})] = -\frac{1}{6} \quad (24-9)$$

مثال ۹-۲

عامل رنگ برای پیکربندی تک‌تایه

یک حالت تک‌تایه رنگ (۵-۹) عبارت است از:

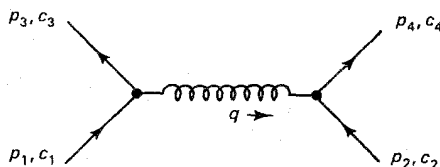
$$(1/\sqrt{3})(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})$$

اگر کوارکهای ورودی در حالت تک‌تایه باشند (که مثلاً برای یک مزون چنین است) عامل رنگ حاصل جمع سه جمله است:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[c_r^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] [(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha c_r] + \left[c_b^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] [(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha c_r] \right. \\ \left. + \left[c_g^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] [(0 \ 0 \ 1) \lambda^\alpha c_r] \right\}$$

کوارکهای خروجی نیز الزاماً در حالت تک‌تایه هستند، و روی هم رفته نه جمله داریم که می‌توان آنها را به صورت فشرده زیر نوشت:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} (\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{ji}^\alpha) = \frac{1}{12} Tr(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) \quad (25-9)$$



شکل ۹-۲ برهم‌کنش کوارک-کوارک.

(در عبارت دوم جمع روی i و j از ۱ تا ۳ صورت گرفته است). حال داریم

$$Tr(\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 2\delta^{\alpha\beta} \quad (۲۶-۹)$$

(مسئله ۹-۳)، پس با جمع روی α داریم:

$$Tr(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) = ۱۶ \quad (۲۷-۹)$$

پس بدیهی است برای تک‌تایه رنگ داریم:

$$f = \frac{۴}{۳} \quad (۲۸-۹)$$

با قرار دادن معادله‌های (۲۴-۹) و (۲۸-۹) در معادله (۲۳-۹) نتیجه می‌گیریم که پتانسیلهای کوارک-پادکوارک عبارت‌اند از:

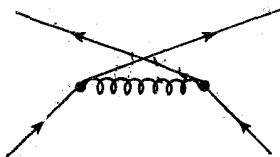
$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{۴}{۳} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{تک‌تایه رنگ}) \quad (۲۹-۹)$$

$$V_{q\bar{q}}(r) = \frac{۱}{۶} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{هشت‌تایه رنگ}) \quad (۳۰-۹)$$

از علامتها دیده می‌شود که در تک‌تایه رنگ نیرو جاذبه و برای هشت‌تایه دافعه است. این موضوع کمک می‌کند توضیح دهیم چرا بستگی کوارک-پادکوارک (برای تشکیل مزون) در پیکربندی تک‌تایه رخ می‌دهد نه در آرایش هشت‌تایه (که در آن صورت مزونهای رنگی تولید می‌شد).

حالت ۲: کوارک و کوارک اکنون به برهم‌کنش بین دو کوارک باز می‌گردیم. دوباره، فرض می‌کنیم که آنها طعمهای مختلف دارند، پس تنها نمودار (در پایین‌ترین مرتبه) نمودار شکل ۹-۲ است* که مثلاً واکنش $u + d \rightarrow u + d$ را نشان می‌دهد. دامنه عبارت است از

* برای کوارکهای یکسان نمودار «مقاطع» نیز وجود دارد:



$$\mathcal{M} = \frac{-g_s^2}{4} \frac{1}{q^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu u(2)](c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_2^\dagger \lambda^\alpha c_2) \quad (31-9)$$

این رابطه همانند رابطه پراکندگی الکترون-موئون (۷-۱۰۴) است، جز آنکه g_s جایگزین g_e شده است و یک عامل رنگ در آن وجود دارد

$$f = \frac{1}{4} (c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_2^\dagger \lambda^\alpha c_2) \quad (32-9)$$

بنابراین، پتانسیل همان شکل پتانسیل بارهای همانام در الکتروپنایمیک را خواهد داشت:

$$V_{qq}(r) = f \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (33-9)$$

دوباره، عامل رنگ به آرایش کوارکها بستگی دارد. اما از دوکوارک نمی‌توان یک هشت‌تایه و تک‌تایه (همانند $q\bar{q}$) ساخت — بلکه می‌توان یک سه‌تایه (ترکیبات یاد متقارن):

$$\left\{ \begin{array}{l} (rb - br)/\sqrt{2} \\ (bg - gb)/\sqrt{2} \\ (gr - rg)/\sqrt{2} \end{array} \right\} \quad (\text{سه‌تایه}) \quad (34-9)$$

و یک شش‌تایه (ترکیبات متقارن):

$$\left\{ \begin{array}{l} rr, bb, gg, \\ (rb + br)/\sqrt{2}, (bg + gb)/\sqrt{2}, (gr + rg)/\sqrt{2} \end{array} \right\} \quad (\text{شش‌تایه}) \quad (35-9)$$

به‌دست آورد.*

مثال ۳-۹

عامل رنگ برای پیکربندی شش‌تایه

یک حالت شش‌تایه نوعی rr است (هر چیزی را که ترجیح می‌دهید به‌کار ببرید — همین نتیجه را برای f به‌دست می‌آورید). در این مورد داریم:

با این حال، به حساب آوردن این نمودار، به‌همراه عامل آماری S در فرمول سطح مقطع، به همان غیرنسبیتی مشابهی می‌انجامد (نگاه کنید به پانویشت صفحه ۲۹۵)، پس در واقع پتانسیلهای ما حتی با کوارکهای با طعم یکسان صحیح است.

* به زبان نظریه گروه $8 \oplus 1 = 3 \otimes 3$ ، اما $6 \oplus 3 = 3 \otimes 3$.

$$c_1 = c_r = c_g = c_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

و بنابراین

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{4} \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{4} (\lambda_{11}^\alpha \lambda_{11}^\alpha) \\ &= \frac{1}{4} [\lambda_{11}^r \lambda_{11}^r + \lambda_{11}^g \lambda_{11}^g] = \frac{1}{4} \left[(1)(1) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (36-9)$$

مثال ۴-۹

عامل رنگ برای آرایش سه تاییه

یک حالت سه تاییه نوعی $(rb - br)/\sqrt{2}$ است، پس

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right. \\ &\quad - \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &\quad - \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &\quad \left. - \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right\} \\ &= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^\alpha \lambda_{rr}^\alpha - \lambda_{11}^\alpha \lambda_{rr}^\alpha - \lambda_{rr}^\alpha \lambda_{11}^\alpha + \lambda_{rr}^\alpha \lambda_{11}^\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4}(\lambda_{11}^{\alpha} \lambda_{22}^{\alpha} - \lambda_{12}^{\alpha} \lambda_{21}^{\alpha}) \\
 &= \frac{1}{4}(\lambda_{11}^2 + \lambda_{22}^2 + \lambda_{11}' \lambda_{22}' - \lambda_{12}' \lambda_{21}' - \lambda_{12}^2 - \lambda_{21}^2) \\
 &= \frac{1}{4}(-1 + \frac{1}{3} - 1 - 1) = -\frac{2}{3} \quad (37-9)
 \end{aligned}$$

با قرار دادن معادله‌های (۳۶-۹) و (۳۷-۹) در معادله (۳۳-۹) نتیجه می‌گیریم که پتانسیلهای کوآرک-کوآرک عبارت‌اند از

$$V_{qq}(r) = -\frac{2}{3} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{سه تایی رنگ}) \quad (38-9)$$

$$V_{qq}(r) = \frac{1}{3} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{شش تایی رنگ}) \quad (39-9)$$

به‌ویژه، علامتها نشان می‌دهند که نیرو برای سه‌تایی جاذبه و برای شش تایی دافعه است. البته، آنها بدین شکل چندان مفید نیستند، زیرا هیچ‌کدام از این ترکیبها در طبیعت وجود ندارند*. اما، معنی ضمنی جالب توجهی در پیوند سه کوآرک دارد. این بار می‌توانیم مانند بخش ۵-۹ فصل ۵ پیدا کردیم، یک تک‌تایی (کاملاً پاد متقارن)، یک ده‌تایی (کاملاً متقارن) و دو هشت‌تایی (با تقارن آمیخته) بسازیم**. چون تک‌تایی کاملاً پاد متقارن است، هر جفت از کوآرکها در حالت سه‌تایی (متقارن) کانال جاذبه هستند، در ده‌تایی هر جفت در حالت شش‌تایی (متقارن) هستند — آنها دفع می‌شوند. برای دو هشت‌تایی، بعضی جفتها در حالت سه‌تایی و برخی در حالت شش‌تایی هستند. پس انتظار مقداری جاذبه، و مقداری دافعه را داریم. هر چند فقط در آرایش تک‌تایی می‌توان به جاذبه کاملاً متقابل سه کوآرک دست یافت. مجدداً این یک نتیجه‌ی خوشایند است: مانند مورد مزونها، هنگامی که کوآرکها در حالت تک‌تایی رنگ هستند مطلوب‌ترین شرایط برای بستگی را دارند.

۳-۹ ناپودی زوج در QCD

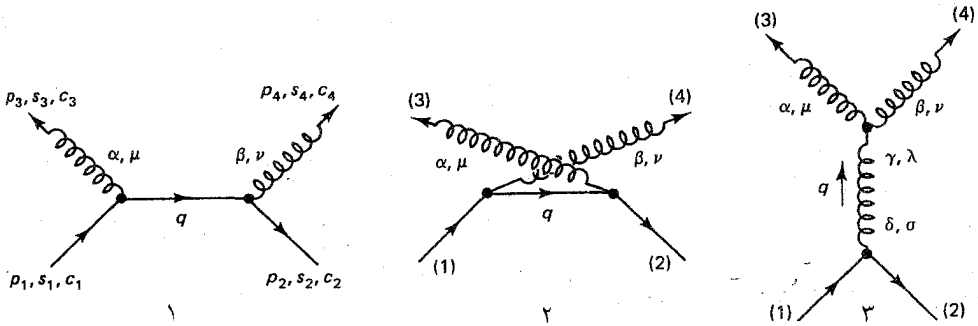
در این بخش فرایند کوآرک به اضافه پاد کوآرک \leftarrow دو گلوئون یعنی — مشابه ناپودی زوج در QCD

* اگر به هشدار پانوش (* صفحه ۳۵۹ توجه نکرده باشید، شاید از یافتن دو کوآرک در حالت سه‌تایی که یکدیگر را جذب می‌کنند نگران شده باشید. اینکه جفت‌شدگی $q\bar{q}$ تک‌تایی دو بار قوی‌تر است مایه دلخوشی است؛ اما اگر این تمام داستان بود شاید انتظار داشتیم بستگی سه‌تایی qq به‌وقوع می‌پیوست، که به حالت‌های آزاد «دو کوآرکی» می‌انجامید. در واقع، حدسهایی در مورد امکان وجود ترکیب دو کوآرکی در هسته وجود دارد [۳].

** در فصل ۵ با طعمها سروکار داشتیم نه رنگها، اما ریاضیات آنها یکسان است. از دید نظریه گروه: $3 \otimes 3 \otimes 3$

$$1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$$

را در نظر می‌گیریم. محاسبات کاملاً شبیه مثال ۷-۸ است؛ با این حال، در QCD سه نمودار در پایین‌ترین مرتبه سهم‌اند:



دامنه در نمودار ۱ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$-i\mathcal{M}_1 = \bar{v}(2)c_v^\dagger \left[-i\frac{g_s}{\gamma} \lambda^\beta \lambda^\nu \right] [\epsilon_{\nu}^* a_\nu^{\beta*}] \left[\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - m^2 c^2} \right] \times \left[-i\frac{g_s}{\gamma} \lambda^\alpha \lambda^\mu \right] [\epsilon_{\mu}^* a_\mu^{\alpha*}] u(1)c_1 \quad (40-9)$$

(برای سهولت از اینجا به بعد علامت * را که در نمادگذاری به ما تحمیل شده بود در بردارهای قطبش و حالتهای رنگ جذب می‌کنیم.) در اینجا $q = p_1 - p_2$ پس

$$q^2 - m^2 c^2 = p_1^2 - 2p_1 \cdot p_2 + p_2^2 - m^2 c^2 = -2p_1 \cdot p_2 \quad (41-9)$$

و بنابراین:

$$\mathcal{M}_1 = \frac{-g_s^2}{\Lambda} \frac{1}{p_1 \cdot p_2} \bar{v}(2)[\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc]\not{p}_2 u(1) \times a_\nu^\alpha a_\nu^\beta (c_1^\dagger \lambda^\beta \lambda^\alpha c_1) \quad (42-9)$$

همین‌طور، برای نمودار ۲ داریم

$$\mathcal{M}_2 = \frac{-g_s^2}{\Lambda} \frac{1}{p_1 \cdot p_2} \bar{v}(2)[\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc]\not{p}_1 u(1) a_\nu^\alpha a_\nu^\beta (c_1^\dagger \lambda^\alpha \lambda^\beta c_1) \quad (43-9)$$

توجه کنید که این بار λ ها با ترتیب مخالف ظاهر شده است. سرانجام، برای نمودار ۳ داریم:

$$-i\mathcal{M}_r = \bar{v}(2)c_1^\dagger \left[-i\frac{g_s}{2}\lambda^\delta\lambda_\sigma \right] u(1)c_1 \left[-i\frac{g_s^\sigma\lambda^\delta\delta^{\delta\gamma}}{q^2} \right] \cdot \{ -g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(-p_r + p_r)_\lambda + g_{\nu\lambda}(-p_r - q)_\mu + g_{\lambda\mu}(q + p_r)_\nu] \} [\epsilon_r^\mu a_r^\alpha] [\epsilon_r^\nu a_r^\beta] \quad (44-9)$$

در این مورد $q = p_r + p_r$ ، پس $q^2 = 2p_r \cdot p_r$ ؛ با ساده سازی (و استفاده از $\epsilon_r \cdot p_r = \epsilon_r \cdot p_r = 0$) به دست می آوریم (مسئله ۹-۱۰):

$$\mathcal{M}_r = i\frac{g_s^2}{2} \frac{1}{p_r \cdot p_r} \bar{v}(2) [(\epsilon_r \cdot \epsilon_r)(p_r - p_r) + 2(p_r \cdot \epsilon_r)\epsilon_r - 2(p_r \cdot \epsilon_r)\epsilon_r] u(1) \times f^{\alpha\beta\gamma} a_r^\alpha a_r^\beta (c_1^\dagger \lambda^\gamma c_1) \quad (45-9)$$

تاکنون، همه اینها کلی بودند (و تقریباً نامرتب). برای مرتب کردن آنها (همان طور که در مطالعه نابودی e^+e^- دیدیم) فرض می کنیم ذرات اولیه در حال سکون اند:

$$p_1 = p_2 = (mc, 0), \quad p_3 = (mc, \mathbf{p}), \quad p_4 = (mc, -\mathbf{p}) \quad (46-9)$$

آنگاه

$$p_1 \cdot p_3 = p_1 \cdot p_4 = (mc)^2 \quad \text{و} \quad p_3 \cdot p_4 = 2(mc)^2 \quad (47-9)$$

در ضمن، در پیمانه کولن، معادله (۷-۹) به قرار زیر است:

$$p_3 \cdot \epsilon_r = -\mathbf{p} \cdot \epsilon_r = -p_4 \cdot \epsilon_r = 0 \quad (48-9)$$

(همین طور $p_4 \cdot \epsilon_r = 0$)، بنابراین دو جمله در \mathcal{M}_r حذف می شوند. برای ساده سازی \mathcal{M}_1 و \mathcal{M}_2 از معادله های (۷-۱۳۷) و (۷-۱۳۸) استفاده می کنیم و درمی یابیم که دامنه کل $(\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3)$ را می توان به صورت زیر نوشت

$$\mathcal{M} = -\frac{g_s^2}{\lambda(mc)^2} a_r^\alpha a_r^\beta \bar{v}(2)c_1^\dagger [\not{\epsilon}_r \not{\epsilon}_r \not{p}_r \lambda^\alpha \lambda^\beta + \not{\epsilon}_r \not{\epsilon}_r \not{p}_r \lambda^\beta \lambda^\alpha - i(\epsilon_r \cdot \epsilon_r)(p_r - p_r) f^{\alpha\beta\gamma} \lambda^\gamma] c_1 u(1) \quad (49-9)$$

می توان مختصات را چنان تنظیم کرد که محور z روی \mathbf{p} قرار گیرد؛ آنگاه داریم:

$$\not{p}_\tau = mc(\gamma^0 - \gamma^3), \quad \not{p}_\tau = mc(\gamma^0 + \gamma^3), \quad \not{p}_\tau - \not{p}_\tau = 2mc\gamma^3 \quad (50-9)$$

از معادله‌های (۷-۱۴۲) و (۷-۱۴۳) داریم:

$$\epsilon_\tau \epsilon_\tau = -(\epsilon_\tau \cdot \epsilon_\tau) - i(\epsilon_\tau \times \epsilon_\tau) \cdot \Sigma, \quad \not{\epsilon}_\tau \not{\epsilon}_\tau = -(\epsilon_\tau \cdot \epsilon_\tau) + i(\epsilon_\tau \times \epsilon_\tau) \cdot \Sigma \quad (51-9)$$

با قرار دادن این عبارات در معادله (۹-۴۹) و به‌کار بستن رابطه‌های جابه‌جایی (۹-۱۰) برای λ ها به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \frac{g_s^2}{\lambda mc} a_\tau^\alpha a_\tau^\beta \bar{v}(2) c_\tau^\dagger ((\epsilon_\tau \cdot \epsilon_\tau) \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \gamma^0 \\ & + i(\epsilon_\tau \times \epsilon_\tau) \cdot \Sigma ([\lambda^\alpha, \lambda^\beta] \gamma^0 + \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \gamma^3)) c_1 u(1) \end{aligned} \quad (52-9)$$

که در آن آکولدها بیانگر یاد جابه‌جاگرها هستند: $\{A, B\} \equiv AB + BA$. (می‌توانید این نتیجه را با عبارت متناظر آن در QED (۷-۱۴۶) مقایسه کنید، در صورتی که λ ها را برابر ۱ قرار دهید، و حالت‌های رنگ a و c را حذف کنید و قرار دهید $\frac{g_s}{f} \rightarrow g_e$ به‌همان عبارت می‌انجامد.) اکنون فرض کنید کوارکها در حالت اسپین صفر (تک‌تایه) باشند (حالت سه‌تایه به هیچ طریقی به دو گلوئون تبدیل نمی‌شود، حداقل سه گلوئون لازم است):

$$\mathcal{M} = (\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{M}_{\downarrow\uparrow}) / \sqrt{2} \quad (53-9)$$

برای $\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow}$ داریم [نگاه کنید به معادله‌های (۷-۱۵۰) و (۷-۱۵۱)]:

$$\bar{v}(2) \gamma^0 u(1) = \bar{v}(2) \Sigma \gamma^0 u(1) = 0, \quad \bar{v}(2) \Sigma \gamma^3 u(1) = -2mc\hat{z} \quad (54-9)$$

مانند قبل، $\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow} = -\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow}$ و آنچه باقی می‌مانند عبارت است از*:

$$\mathcal{M} = -i\sqrt{2} \frac{g_s^2}{f} (\epsilon_\tau \times \epsilon_\tau)_z a_\tau^\alpha a_\tau^\beta (c_\tau^\dagger \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} c_1) \quad (\text{اسپین یک‌تایه}) \quad (55-9)$$

* در این مرحله تمام جمله‌های $\epsilon_\tau \cdot \epsilon_\tau$ حذف می‌شوند. این واقعیت که \mathcal{M}_τ با $\epsilon_\tau \cdot \epsilon_\tau$ متناسب است [معادله (۹-۴۹)] به معنی آن است که هنگامی که کوارکها در آرایش تک‌تایه در حال سکون باشند، نمودار شامل رأس سه گلوئونی هیچ سهمی ندارد. اغلب کتابها از ابتدا از آن چشم‌پوشی می‌کنند. اما در اصل باید آن را در نظر گرفت (به مسئله ۹-۱۱ نیز نگاه کنید).

بار دیگر نتیجه‌ای به دست آوردیم که با چیزی در QED (معادله ۷-۱۵۵) یکسان است جز آنکه $g_e \rightarrow g_s$ و وجود عامل رنگ

$$f = \frac{1}{\lambda} a_f^\alpha a_f^\beta (c_f^\dagger \{ \lambda^\alpha, \lambda^\beta \} c_f) \quad (۵۶-۹)$$

به خصوص اگر کوارکها حالت تک‌تایه رنگ را اشغال کنند، $(\frac{1}{\sqrt{3}})(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})$ ، داریم:

$$f = \frac{1}{\lambda} a_f^\alpha a_f^\beta \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ (1 \ 0 \ 0) \{ \lambda^\alpha, \lambda^\beta \} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (0 \ 1 \ 0) \{ \lambda^\alpha, \lambda^\beta \} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (0 \ 0 \ 1) \{ \lambda^\alpha, \lambda^\beta \} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{\lambda \sqrt{3}} a_f^\alpha a_f^\beta Tr \{ \lambda^\alpha, \lambda^\beta \} \quad (۵۷-۹)$$

اما

$$Tr \{ \lambda^\alpha, \lambda^\beta \} = 2 Tr (\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 4 \delta^{\alpha\beta} \quad (۵۸-۹)$$

(مسئله ۹-۳)، بنابراین

$$f = \frac{1}{2\sqrt{3}} a_f^\alpha a_f^\alpha \quad (\text{تک‌تایه رنگ}) \quad (۵۹-۹)$$

حال، حالت تک‌تایه برای دو گلوئون (مسئله ۹-۱۲) عبارت است از

$$| \text{تک‌تایه} \rangle = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sum_{n=1}^{\lambda} |n\rangle_1 |n\rangle_2 \quad (۶۰-۹)$$

بدیهی است که

$$a_f^\alpha a_f^\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} (\lambda) = 2\sqrt{2} \quad (۶۱-۹)$$

و بنابراین

$$f = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (۶۲-۹)$$

نتیجه‌گیری: برای فرایند $q + \bar{q} \rightarrow g + g$ در پیکربندی تک‌تایه اسپینی تک‌تایه رنگ، با کوارکهای در حال سکون، دافعه عبارت است از:

$$\mathcal{M} = -4\sqrt{\frac{2}{3}} g_s^2 \quad (۹-۶۳)$$

[نگاه کنید به معادله (۷-۱۶۰)] و سطح مقطع برابر است با:

$$\sigma = \frac{2}{3} \frac{4\pi}{cv} \left(\frac{\hbar \alpha_s}{m} \right)^2 \quad (۹-۶۴)$$

[نگاه کنید به معادله (۷-۱۶۵)]. همان‌طور که سطح مقطع برای $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ نشان داد، آهنگ واپاشی پوزیترونیم عبارت است از:

$$\Gamma = \sigma v |\psi(0)|^2 \quad (۹-۶۵)$$

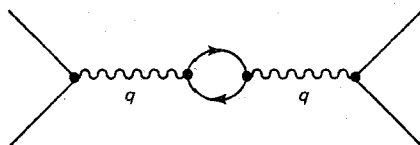
[معادله (۷-۱۶۸)]، پس اکنون می‌توانیم فرمولی را برای واپاشی حالت کوارکونیم اسپین صفر ارائه دهیم. همانند η_c — توجه کنید که خود ψ و χ دارای اسپین ۱ هستند و به سه گلوئون تبدیل می‌شوند):

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g) = \frac{8\pi}{3c} \left(\frac{\hbar \alpha_s}{m} \right)^2 |\psi(0)|^2 \quad (۹-۶۶)$$

رابطه بدین صورت چندان مفید نیست، زیرا $\psi(0)$ را نمی‌شناسیم. با این حال واپاشی الکترومغناطیسی $\eta_c \rightarrow 2\gamma$ شامل ضریب مشابهی است و می‌توانیم عبارت پاکیزه‌ای را برای نسبت‌های انشعابی به‌دست آوریم (مسئله ۹-۱۳).

۹-۴ آزادی مجانبی

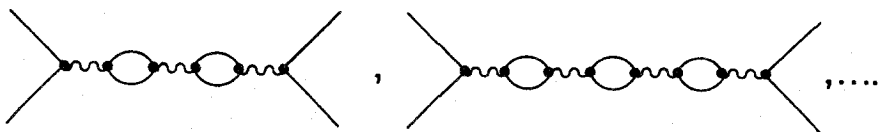
در آخرین بخش فصل ۷ دریافتیم که نمودار حلقه‌ای



در الکترو دینامیک کوانتومی باعث می شود بار مؤثر الکترون تابعی از انتقال تکانه q شود*:

$$\alpha(|q^2|) = \alpha(^{\circ}) \left\{ 1 + \frac{\alpha(^{\circ})}{3\pi} \ln(|q^2|/(mc)^2) \right\} \quad (|q^2| = -q^2 \gg (mc)^2) \quad (۶۷-۹)$$

با نزدیک شدن بارها به یکدیگر قدرت جفت شدگی افزایش می یابد ($|q^2|$)، واقعیتی که به صورت فیزیکی آن را نتیجه ای از «قطبش خلأ» تغییر می کنیم: توابع خلأ به عنوان نوعی محیط دی الکتریک تا اندازه ای باعث استتار بار می شوند. هر چه نزدیک تر شویم، استتار کمتر و بار مؤثر بیشتر می شود. البته معادله (۶۷-۹) فقط تا مرتبه $\alpha(^{\circ})^2$ معتبر است. تصحیح های مرتبه بالاتری وجود دارند که در آنها موارد غالب زنجیره هایی از حلقه هاست:



این نمودارها را می توان آشکارا باهم جمع کرد و نتیجه عبارت است از**:

$$\alpha(|q^2|) = \frac{\alpha(^{\circ})}{1 - (\alpha(^{\circ})/3\pi) \ln(|q^2|/(mc)^2)} \quad (|q^2| \gg (mc)^2) \quad (۶۸-۹)$$

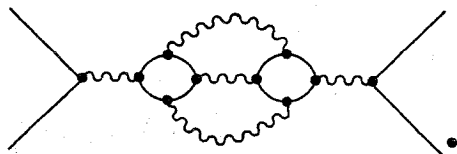
ظاهراً، جفت شدگی در $\ln(|q^2|/(mc)^2) = 3\pi/\alpha(^{\circ})$ بینهایت می شود. با این حال، این موضوع

* یک جمله واگرا نیز وارد می شود که آن را در بار «باز بهنجار شده» جذب کرده ایم [معادله (۷-۱۸۵)]. اما این مسئله کاملاً متفاوتی است که هیچ پیامد قابل مشاهده ای ندارد (هر چند ممکن است باعث در دسر شود) و هنگامی که واژه های مناسب گفته شود دیگر اهمیتی ندارد. وابستگی کاملاً معین α به q^2 موضوعی مهم است، زیرا حاوی پیامدهای سر راست و قابل اندازه گیری است.

** این نتیجه شاید چندان تعجب آور نباشد. در واقع آنچه در دست داریم سری هندسی

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

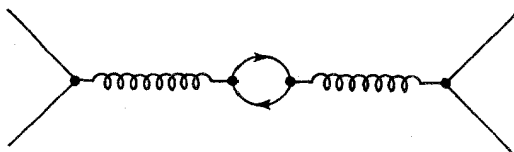
است که در آن x برای یک حلقه، x^2 برای دو حلقه و ... است. هر چند معادله (۹-۶۸) در تمام مرتبه ها از $\alpha(^{\circ})$ صحیح است، اما دقیق نیست، زیرا نمودارهایی مانند



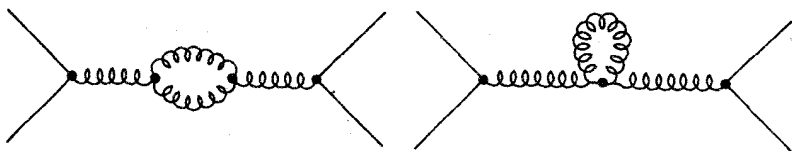
را نادیده گرفته ایم می توان نشان داد که اینها در حد $|q^2| \gg (mc)^2$ سهم کمتری دارند. معادله (۹-۶۸) تقریب «لگاریتم عمده» نامیده می شود.

را نباید خیلی جدی گرفت، زیرا در انرژیهای حدود 10^{28} MeV رخ می‌دهد، که (به بیان ملایم) دست نیافتنی است (مسئله ۹-۱۵).

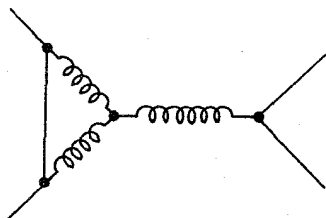
مسئله مشابهی در QCD رخ می‌دهد؛ حلقه‌های کوارک-پادکوارک:



به استتار رنگ کوارک می‌انجامد که (با پیمانه مناسب عوامل رنگ) شبیه معادله (۹-۶۷) است. با این حال، پیچیدگی جدیدی در این داستان وجود دارد، زیرا در QCD حلقه‌ها گلوئونی مجازی هم داریم:



همچنین نمودارهایی به شکل



معلوم شده است [۴] که سهم گلوئونی در جهت دیگر عمل می‌کند و یک وضعیت «ضد استتار» به وجود می‌آورد. از توضیحی کیفی و متقاعدکننده در مورد این اثر آگاه نیستیم [۵] — کافی است که بگوییم فرمول ثابت جفت‌شدگی پویا در QCD [مشابه معادله (۹-۶۸)] عبارت است از

$$\alpha_s(|q^2|) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (\alpha_s(\mu^2)/12\pi)(11n - 2f)\ln(|q^2|/\mu^2)} \quad (|q^2| \gg \mu^2) \quad (۹-۶۹)$$

که در آن n تعداد رنگها (در مدل استاندارد ۳) و f تعداد طعمها (در مدل استاندارد ۶) است. در هر نظریه‌ای که در آن $11n > 2f$ ، حالت ضد استتاری غالب می‌شود و ثابت جفت‌شدگی با افزایش $|q^2|$ کاهش می‌یابد؛ در فاصله‌های کوتاه نیروی «قوی» نسبتاً ضعیف می‌شود. البته، این موضوع مبنای آزادی مجانبی است که بسیاری از چیزهایی را که می‌توان به صورت کمی در

مورد هادرونها گفت پیشگویی می‌کند. آزادی مجانبی همان چیزی است که به ما اجازه می‌دهد که پارتونها به‌عنوان ذراتی اساساً آزاد رفتار کنیم که به مقیاس‌بندی بیورکن می‌انجامد. این چیزی است که استفاده از حساب فاینمن در QCD را برای محاسبهٔ پتانسیلهای بین کوارکی مجاز می‌دارد؛ آزادی مجانبی جزئی بنیادی در نظریهٔ کوارکونیم و احتمالاً مسئول قاعدهٔ OZI است. اگر کشف به موقع آزادی مجانبی صورت نمی‌گرفت کرومودینامیک از گردونه خارج می‌شد [۶].

شاید متوجه ظهور پارامتر جدید، μ ، در معادلهٔ (۹-۶۹) نشده باشید. تعریف «بار» یک ذره به‌عنوان مقداری بلندبرد (کاملاً استتار شده) یعنی آنچه کولن و میلیکان اندازه‌گیری کردند، و همان چیزی که یک مهندس یا یک شیمیدان یا حتی یک فیزیکدان اتمی (بجز آنهایی که جابه‌جایی لمب را اندازه می‌گیرند) با آن سروکار دارند — در الکترومدینامیک طبیعی است. پس $\alpha(0)$ همان ثابت ساختار ریز «قدیمی و خوب»، $\frac{1}{137}$ ، است و این ثابت پارامتر معقولی برای بسط دادن اختلالی است. اما ما مجبور نیستیم به این صورت کار کنیم؛ می‌توانیم با هر مقدار دیگر q^2 کار کنیم [فقط به شرط اینکه پایین‌تر از تکنیکی در (۹-۶۸) بمانیم، که در آن $\alpha(|q^2|)$ بیشتر از ۱ می‌شود و نظریهٔ اختلال از کار می‌افتد]. با این حال، در QCD نمی‌توان از $q^2 = 0$ شروع به‌کار کرد زیرا این جایی است که α_s بزرگ می‌شود. باید به‌عنوان مرجع از جایی استفاده کنیم که در آن α_s به قدری کوچک و بسط اختلالی جایز باشد. بدین دلیل است که معادلهٔ (۹-۶۹) به‌جای $\alpha_s(0)$ برحسب $\alpha_s(\mu^2)$ بیان شده است. مادامی که مقدار آن به‌اندازه‌ای بزرگ باشد که $1 < \alpha_s(\mu^2)$ ، مهم نیست که چه مقداری از μ مورد استفاده قرار گیرد (مسئله ۹-۱۶). در واقع اگر متغیر جدید Λ استفاده کنیم که در رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\ln \Lambda^2 = \ln \mu^2 - 12\pi / [(11n - 2f)\alpha_s(\mu^2)] \quad (9-70)$$

ثابت جفت‌شدگی پایا را می‌توان برحسب یک تک پارامتر بیان کرد (مسئله ۹-۱۷):

$$\alpha_s(|q^2|) = \frac{12\pi}{(11n - 2f)\ln(|q^2|/\Lambda^2)} \quad (|q^2| \gg \Lambda^2) \quad (9-71)$$

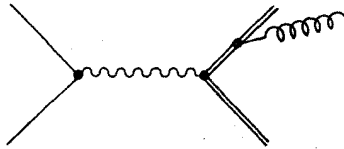
این نتیجهٔ موجز مقدار جفت‌شدگی قوی در هر $|q^2|$ را برحسب ثابت Λ ارائه می‌دهد. متأسفانه، تعیین دقیق Λ از داده‌های تجربی مشکل است، اما Λ_c در گسترهٔ

$$100 \text{ MeV} < \Lambda_c < 500 \text{ MeV} \quad (9-72)$$

قرار دارد. دقت کنید در حالی که جفت‌شدگی QED در محدودهٔ انرژی قابل دسترس فقط اندکی تغییر می‌کند (مسئله ۹-۱۵)، تغییرات جفت‌شدگی QCD اساسی است (مسئله ۹-۱۸).

۵-۹ کاربردهای QCD

باید پذیرفت که تعداد چیزهایی را که می‌توان در QCD واقعاً محاسبه کرد به غایت اندک است. البته، همه چیزهایی را که می‌توان انجام داد نشان نداده‌ایم. موارد نقض مقیاس‌بندی ناشی از فرایند گسیل گلوئونی نظیر



را می‌توان به تفصیل تحلیل کرد، سازگاری با تجربه تحسین برانگیز است؛ تصحیحات QCD را برای فرمول R [معادله (۸-۸)] می‌توان حساب کرد؛ و فرایند «درل-یان» $p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- + x$ را می‌توان برای نقض مقیاس‌بندی مطالعه کرد [۷]. همه اینها اختلالی و مبتنی بر آزادی مجانبی هستند و به ناحیه فاصله‌های کوتاه محدود می‌شوند. در حد دیگر، کارهای زیادی به شناخت محصور بودن در QCD اختصاص دارد، اما در این کار چنانکه باید رفتار بلند برد نیروهای میان کوارکی دخیل است، و نمی‌تواند به صورت اختلالی انجام شود. تولیدبخش‌ترین روش «نظریه پیمانه‌ای شبکه‌ای» است که در آن شبکه‌ای متناهی از نقطه‌های گسسته جایگزین پیوستار فضال-زمان می‌شود و معادله‌های QCD به صورت عددی حل می‌شوند. می‌توان امیدوار بود در حدی که فاصله شبکه به صفر میل می‌کند نتایج واقعی به دست آید [۸]. مشکل آن است که هر نظریه، حتی QED، روی شبکه‌های متناهی محصور بودن را از خود بروز می‌دهند. این پرسش ظریف مطرح می‌شود که آیا این رفتار در حد پیوستار نیز تداوم دارد. در QED نوعی «گذار فاز» را می‌یابیم که در آن سیستم به یک مد نامحصور منتقل می‌شود؛ اما محاسبات رایانه‌ای نشان می‌دهد که این گذار فاز در QCD رخ نمی‌دهد و بنابراین نظریه محصور باقی می‌ماند. این موضوع به تأیید جفت‌شدگی در QCD به شدت نزدیک می‌شود، هر چند اثباتی دقیق مرجح است.

اما محصور بودن، هر چند که مهم است، اما بیشتر به سازگاری داخلی مدل مربوط می‌شود تا به داده‌های تجربی. اگر QCD نظریه‌ای صحیح برای برهم‌کنشهای قوی است، پس جواب آن برای مسائل کلاسیک فیزیک هادرونها در کجاست؟ چرا در حال حاضر نمی‌توانیم اختلاف جرم نوترون-پروتون با نیروی بین دو پروتون، یا سطح مقطع پراکندگی پيون-نوکلئون و یا انرژی بستگی دوترون را حساب کنیم؟ مشکل آنجاست که تمام این پرسشهای به‌ظاهر ساده شامل مسائل بس ذره‌ای پیچیده‌ای هستند. فکر می‌کنیم که به مرور زمان راههایی را برای کار با چنین موضوعهایی به‌وسیله QCD بیابیم، همان‌طور که شیمی فیزیکدانان آموختند که چگونه مکانیک کوانتومی را در مولکولهای بزرگ به‌کار ببندند. اما در حال حاضر باید با دستاوردهای نسبتاً کم بسازیم.

مراجع و یادداشتها

۱. خواننده علاقه‌مند باید به بررسی کلاسیک

E. S. Abers and B. W. Lee, *Phys.Rep.* **9C**, (1973), 1

رجوع کنید.

۲. برخی بر این اعتقادند که می‌توان عاملهای رنگ را به‌طور سرانگشتی حساب کرد؛ هرکس شگرد خاص خود را دارد. به کتابهای زیر نگاه کنید.

D. H. Perkins, *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison. Wesley, 1982), App. G; F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons*, (New York: Wiley, 1989), Sect. 2-15 and p. 211; C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interaction* (Reading, MA: Benjamin/Cummings, 1983), pp. 198-199.

من ترجیح می‌دهم این کار را با روش کسل‌کننده‌تری که در اینجا نشان داده شد انجام دهم که به رهیافت

G. L. Kane in *Color Symmetry and Quark Confinement*, Proceedings of the 12th Rencontre de Mariond, Vol. III, J. Tran Thanh Van, ed. (1977), p. 9.

نزدیک‌تر است.

۳. نگاه کنید به F. Close, "Demom Nuclei," in *Nature*, **296**, 305 (1982).

۴. مرجع (۲) C. Quigg, Sect 8.3.

۵. با این حال، به مرجع ۲ C. Quigg, p. 223 و *Sci. Am.* (April 1985) نگاه کنید.

6. H. D. Politzer, *Phys.Rev.Lett.* **30**, 1346 (1973); *Phys.Rep.* **14C**, 130 (1974); D. J. Gross and F. Wilczek, *Phys.Rev.Lett.* **30**, 1343 (1973)

۷. مرجع ۲: 11 و 10. Halzen and Martin, Chaps. 8.4 و 8.5. مرجع ۲: 8.5 و 8.4. Quigg, Sects.

8. C. Rebbi, *Sci.Am.* (February 1983).

۹. خلاصه‌ای از شواهد تجربی به نفع QCD را

P. Söding and G. Wolf, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **31**, 231 (1981) S

ارائه کرده است.

مسائل

۹-۱ چرا فوتون نمی‌توانند «نهمین گلوئون» باشد؟ [پاسخ: گلوئونها با قدرت یکسانی با تمام باریونها جفت می‌شوند و نه (مانند فوتون). متناسب با بار آنها. چون جرم و اعداد باریونی در توده ماده تقریباً متناسب‌اند، درواقع، این نیرو باید بسیار شبیه کمکی به گرانی به نظر رسد. در اوایل سال ۱۹۸۶ این امکان تب و تاب و زودگذری را به وجود آورد. E. Fischbach et al., *Phys. Rev. Lett.* **56**, (1986) 2423 نگاه کنید.]

۹-۲ تبدیلهای رنگ $SU(3)$ طبق قاعده تبدیل

$$c \rightarrow c' = Uc$$

به صورت «قرمز»، «آبی» و «سبز» علامتگذاری می‌شوند که در آن U هر ماتریس 3×3 یکانی ($UU^\dagger = 1$) با درمیانان ۱ و c بردار ستونی دارای سه جزء است. برای مثال

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

باید $b \rightarrow r$ و $r \rightarrow g$ و $b \rightarrow g$ و $g \rightarrow r$. گلوئون نهم ($|9\rangle$) آشکارا تحت U ناورداست، اما هشت تاییه گلوئونی چنین نیستند. نشان دهید $|7\rangle$ و $|8\rangle$ به ترکیبی خطی از یکدیگر می‌روند:

$$|7'\rangle = \alpha|7\rangle + \beta|8\rangle, \quad |8'\rangle = \gamma|7\rangle + \delta|8\rangle$$

اعداد $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ را بیابید.

$$9-3 \quad \text{نشان دهید } \text{Tr}(\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 2\delta^{\alpha\beta}$$

(توجه کنید که ماتریسهای λ بدون رد هستند.)

۹-۴ ثابتهای ساختار برای $SU(2)$ چگونه‌اند؟ یعنی در عبارت

$$[\sigma^i, \sigma^j] = 2if^{ijk}\sigma^k$$

اعداد f^{ijk} چه هستند.

۹-۵ (الف) فرض کنید $f^{\alpha\beta\gamma}$ کاملاً پاد متقارن است (در آن صورت به طور خودکار داریم $f^{112} = 0$) و با محاسبه f^{123} دیگر نباید دلوایس f^{213}, f^{231} و غیره بود. چند ثابت ساختار غیر بدیهی متمایز باقی می‌ماند؟

$$\left[\frac{۸۰۷۰۶}{۳۰۲۰۱} = ۵۶ : \text{پاسخ} \right]$$

(از اینها، معلوم می‌شود که فقط نه تا از آنها غیرصفرند — در معادله (۹-۱۱) فهرست شده‌اند — و از میان آنها فقط سه تا اعداد متفاوتی دارند).

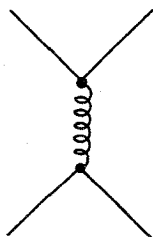
(ب) $[\lambda^1, \lambda^2]$ را به دست آورید و تأیید کنید که برای همه γ ها $\gamma^3 = ۰$ ، $f^{12\gamma} = ۰$ ، در صورتی که $f^{123} = ۱$ آورید.

(ج) همین‌طور، $[\lambda^1, \lambda^3]$ و $[\lambda^2, \lambda^3]$ را حساب کنید و ثابتهای ساختار حاصل را به دست آورید.

۹-۶ عامل رنگ هشت‌تایه $q\bar{q}$ را با استفاده از حالت: (الف) $b\bar{g}$ ، (ب) $(r\bar{r} - b\bar{b})\sqrt{2}$ ،

(ج) $(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})\sqrt{6}$ حساب کنید.

۹-۷ دامنه، \mathcal{M} ، را برای نمودار زیر بیابید.



در این حالت [مانند معادله (۹-۲۲)] عامل رنگ چیست؟ f را در آرایش تک‌تایه رنگ محاسبه کنید. آیا می‌توانید پاسخ را توجیه کنید؟ [پاسخ: این عامل صفر است؛ تک‌تایه نمی‌تواند با هشت‌تایه (گلوونی) جفت شود.]

۹-۸ با استفاده از حالت $(rb + br)\sqrt{2}$ عامل رنگ شش‌تایه qq را محاسبه کنید.

۹-۹ عاملهای رنگ همواره شامل عبارتهایی به شکل $\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{kl}^\alpha$ (جمع روی α) هستند. فرمول ساده‌ای برای این کمیت وجود دارد که محاسبه را کوتاه می‌کند:

$$\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{kl}^\alpha = 2\delta_{il}\delta_{jk} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}$$

[نگاه کنید به Kane در مرجع ۲]: این قضیه را برای

(الف) $i = j = k = l = ۱$ [معادله (۹-۳۶)]

(ب) $k = l = ۲, i = j = ۱$ [معادله (۹-۲۴)]

(ج) $j = k = ۲, i = l = ۱$ [معادله (۹-۳۷)]

بررسی کنید.

(د) از این قضیه برای تأیید معادله (۹-۲۷) استفاده کنید.

۹-۱۰ با شروع از معادله (۹-۴۴)، معادله (۹-۴۵) را به دست آورید.

۹-۱۱ آزمون ساده‌ای برای ناوردایی پیمانه‌ای دامنه (\mathcal{M}) در QCD (یا QED) وجود دارد: به جای هر بردار قطبش گلوئون (یا فوتون) تکانه‌اش را قرار دهید (مثلاً $p_2 \rightarrow \epsilon_2$) و باید مقدار صفر را به دست آورید. (نگاه کنید به مسئله ۷-۲۱). با استفاده از این معیار نشان دهید $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3$ پیمانه ناورداست، اما $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ به تنهایی پیمانه ناوردا نیست. [پس رأس سه گلوئونی در QCD اساساً ناوردایی پیمانه‌ای را حفظ می‌کند. برخلاف آن، توجه کنید که در QED، $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ به تنهایی پیمانه ناورداست (مثال ۷-۸). این واقعیت که ماتریسهای λ جابه‌جا نمی‌شوند (تفاوت را به وجود می‌آورد).

۹-۱۲ ترکیب تک‌تایه رنگ دو گلوئون (۹-۶۰) را تشکیل دهید. یک روش به صورت زیر است: فرض کنید

$$c = \begin{pmatrix} r \\ b \\ g \end{pmatrix}$$

تحت $c' = U c$ ، $SU(3)$ که در آن U ماتریسی یکانی ($UU^\dagger = 1$) با درمیتان ۱ است. همین‌طور فرض کنید $d^\dagger = (\bar{r}, \bar{b}, \bar{g})$ و با قاعده $d^\dagger U^\dagger = d^{\dagger\dagger}$ تبدیل می‌شود. از ماتریس

$$M \equiv c d^\dagger = \begin{pmatrix} r\bar{r} & r\bar{b} & r\bar{g} \\ b\bar{r} & b\bar{b} & b\bar{g} \\ g\bar{r} & g\bar{b} & g\bar{g} \end{pmatrix}$$

توجه کنید که $M' = c' d'^\dagger = U M U^\dagger$.
رد را از بین می‌برد:

$$N \equiv M - \frac{1}{3} [Tr(M)]$$

را صفر قرار دهید، $Tr(N) = 0$. [توجه کنید که $Tr(M) = (r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})$]. پس این ترکیب تحت $SU(3)$ ناورداست؛ این عبارت ترکیب تک‌تایه در $1 \oplus 8 = 3 \otimes \bar{3}$ است و N یک هشت‌تایه است.]

$$N' = M' - \frac{1}{3}[Tr(M')] = U M U^\dagger - \frac{1}{3}[Tr(M)] U U^\dagger = U N U^\dagger$$

پرسش آن است که چگونه از تلفیق دو هشت تایی می توان یک تک تایی به دست آورد، یعنی چگونه باید ترکیبی دو خطی از N_1 و N_2 ساخت که تحت U ناوردا باشد. جواب این چنین است:

$$S \equiv Tr(N_1 N_2)$$

زیرا

$$s' = Tr(N'_1 N'_2) = Tr(U N_1 U^\dagger U N_2 U^\dagger) = Tr(U^\dagger U N_1 N_2) = Tr(N_1 N_2) = s$$

آنچه باید نشان دهیم چگونگی بیان s بر حسب اجزای M_1 و M_2 است:

$$\begin{aligned} Tr(N_1 N_2) &= Tr\left\{\left(M_1 - \frac{1}{3}[Tr(M_1)]\right)\left(M_2 - \frac{1}{3}[Tr(M_2)]\right)\right\} \\ &= Tr(M_1 M_2) - \frac{1}{3}[Tr(M_1)][Tr(M_2)] \\ &= \frac{2}{3}[(r\bar{r})_1(r\bar{r})_2 + (b\bar{b})_1(b\bar{b})_2 + (g\bar{g})_1(g\bar{g})_2] \\ &\quad - \frac{1}{3}[(r\bar{r})_1(b\bar{b})_2 + (r\bar{r})_1(g\bar{g})_2 + (b\bar{b})_1(r\bar{r})_2 + (b\bar{b})_1(g\bar{g})_2 \\ &\quad + (g\bar{g})_1(r\bar{r})_2 + (g\bar{g})_1(b\bar{b})_2] + [(r\bar{b})_1(b\bar{r})_2 + (r\bar{g})_1(g\bar{r})_2 \\ &\quad + (b\bar{r})_1(r\bar{b})_2 + (b\bar{g})_1(g\bar{b})_2 + (g\bar{r})_1(r\bar{g})_2 + (g\bar{b})_1(b\bar{g})_2] \\ &= |1\rangle_1|1\rangle_2 + |2\rangle_1|2\rangle_2 + |3\rangle_1|3\rangle_2 + |4\rangle_1|4\rangle_2 + |5\rangle_1|5\rangle_2 + |6\rangle_1|6\rangle_2 \\ &\quad + |7\rangle_1|7\rangle_2 + |8\rangle_1|8\rangle_2 = \sum_{n=1}^8 |n\rangle_1|n\rangle_2 \end{aligned}$$

این عبارت — حاصل ضرب ناوردای دو هشت تایی — مانند حاصل ضرب نقطه ای دو ۳ بردار $SU(2)$ در $SU(3)$ است.

۹-۱۳ نسبت انشعاب $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)/\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$ را تعیین کنید. [راهنمایی: از معادله (۹-۶۶) برای صورت کسر و با اصلاحات مناسبی در معادله های (۷-۱۶۵) و (۷-۱۶۸) برای مخرج کسر استفاده کنید. دو اصلاح وجود دارد: (i) تغییر کوارک، Q_e است و (ii) برای کوارکهای در حالت تک تایی (۹-۵) عامل رنگ ۳ وجود دارد. پاسخ: $[\frac{4}{3}(\alpha_s/\alpha)]^2$.

۹-۱۴ (پراکندگی گلوئون-گلوئون)

(الف) نمودارهای پایین ترین مرتبه را که نشانگر برهم کنش دو گلوئون باشند، رسم کنید (چهار

نمودار وجود دارد).

(ب) دامنه‌های متناظر هریک را بنویسید.

(ج) گلوئون ورودی و خروجی را در حالت تک‌تایه رنگ فرض کنید. دامنه‌های حاصل را حساب کنید.

(د) به چارچوب CM بروید که در آن هر گلوئون دارای انرژی E است؛ همهٔ عاملهای سینماتیکی را برحسب E و زاویهٔ پراکندگی θ بیان کنید. با جمع دامنه‌ها، \mathcal{M} کل را به دست آورید.

(ه) سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی را بیابید.

(و) تعیین کنید چه وقت نیرو جاذبه است و چه وقت دافعه.

۱۵-۹ (الف) انرژی $(\sqrt{|q^2|}c^2)$ را حساب کنید که در آن ثابت جفت‌شدگی QED (۹-۶۸) بینهایت شود. (به خاطر داشته باشید که $\alpha(^{\circ}) = \frac{1}{137}$ ثابت ساختار ریز است.)

(ب) در چه انرژی به ۱٪ انحراف از $\alpha(^{\circ})$ می‌رسیم؟ آیا می‌توان به این مقدار انرژی دست یافت؟

۱۶-۹ ثابت کنید که مقدار μ در معادلهٔ (۹-۶۹) اختیاری است. [یعنی فرض کنید فیزیکدان A از مقدار μ_a استفاده کنید و فیزیکدان B مقدار متفاوت μ_b را به کارگیرد. فرض کنید نسخهٔ A معادلهٔ (۹-۶۹) صحیح باشد، ثابت کنید معادلهٔ مربوط به B نیز صحیح است.]

۱۷-۹ از معادله‌های (۹-۶۹) و (۹-۷۰) معادلهٔ (۹-۷۱) را به دست آورید.

۱۸-۹ α_s را در انرژی 10° و 100 GeV حساب کنید. فرض کنید $3 \text{ GeV} = \Lambda_c$. اگر $1 \text{ GeV} = \Lambda_c$ بود چه می‌شد؟ در مورد $1 \text{ GeV} = \Lambda_c$ چطور؟

برهم‌کنشهای ضعیف

این فصل مروری بر نظریهٔ برهم‌کنشهای ضعیف است. مطالب این فصل به شدت متکی به فصل ۷ است ولی به فصلهای ۸ و ۹ ربطی ندارد. بخش ۴-۶ از فصل ۴ زمینهٔ مفیدی است. کار را با بیان قاعده‌های فاینمن برای جفت‌شدگی لپتونها به W^\pm آغاز می‌کنیم و سه مسئله کلاسیک را به تفصیل بررسی می‌کنیم: واپاشیهای بتازای موئون، نوترون و پيون باردار. سپس، جفت‌شدگی کوارکها با W^\pm را در نظر می‌گیریم که زاویهٔ کابیو، سازوکار GIM ، و ماتریس کوبایاشی-ماسکاو را مطرح می‌کند. در بخش ۱۰-۶ قاعده‌های فاینمن را برای جفت‌شدگی کوارکها و لپتونها با Z^0 بیان می‌کنیم و بخش آخر (شاید مشکل‌ترین مطلب این کتاب) نشان می‌دهد که چگونه تمام عوامل رئوس الکترومغناطیسی وضعیت را می‌توان در نظریهٔ الکترو ضعیف گلاشو-واینبرگ-سلام به‌دست آورد.

۱-۱۰ برهم‌کنشهای ضعیف لپتونی باردار

ذرات واسطهٔ برهم‌کنشهای ضعیف (مانند فوتونها در QED و گلوئونها در QCD) W^+ ها و W^- و Z^0 هستند. برخلاف فوتونها و گلوئونها که بدون جرم‌اند، این «بوزونهای برداری میانی» بسیار سنگین هستند — سنگین‌تر از تمام ذرات بنیادی که تاکنون آشکار شده‌اند. مقدار تجربی

آنها عبارت است از

$$M_W = 82 \pm 2 \text{ GeV}/c^2, \quad M_Z = 92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2 \quad (1-10)$$

حال، یک ذره جرم‌دار با اسپین ۱، سه حالت قطبش مجاز دارد ($m_s = 1, 0, -1$) در صورتی که یک ذره آزاد بدون جرم فقط دو حالت قطبش مجاز دارد (اگر z جهت حرکت باشد، قطبش «طولی» $m_s = 0$ به‌وجود نمی‌آید). پس برای فوتونها و گلوئونها، شرط لورنتس

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (2-10)$$

(تعداد مؤلفه‌های مستقل در ϵ^μ از ۴ به ۳ کاهش می‌دهد) و پیمانه کولن ($\epsilon^0 = 0$)، به‌طوری که $\epsilon \cdot p = 0$ ، تعداد مؤلفه‌های مستقل را از ۳ به ۲ تقلیل می‌دهد) را اعمال می‌کنیم. با این حال، شرط لورنتس به تنهایی برای W ها و Z آزادی پیمانه‌ای را از بین می‌برد و به پیمانه کولن متوسل نمی‌شویم. به‌علاوه، انتشارگر ذرات جرم‌دار دارای اسپین ۱ دیگر به شکل ساده $-ig_{\mu\nu}/q^2$ نیست، بلکه به صورت زیر است،

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2 c^2)}{q^2 - M^2 c^2} \quad (\text{انتشارگر برای } W \text{ و } Z) \quad (3-10)$$

که در آن M ، بسته به مورد، M_W یا M_Z است*. در عمل معمولاً q^2 بسیار کوچکتر از $(Mc)^2$ است به‌طوری که با اطمینان می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد

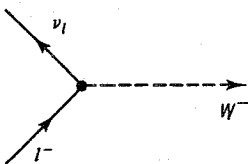
$$\frac{ig_{\mu\nu}}{(Mc)^2} \quad (q^2 \ll (Mc)^2) \quad (\text{انتشارگر برای } (Mc)^2) \quad (4-10)$$

با این حال، اگر انرژیهای دخیل در فرایند با مقدار Mc^2 قابل مقایسه باشند، باید به عبارت دقیق بازگشت.

نظریه برهم‌کنشهای ضعیف «باردار» (که با W ها مبادله می‌شوند) ساده‌تر از مورد «خنثی» (که با Z مبادله می‌شوند) است، بنابراین فعلاً به مورد اول می‌پردازیم. در این بخش جفت‌شدگی

* شاید از این بابت که این انتشارگر در حد $M \rightarrow 0$ به انتشارگر فوتون تحویل نمی‌یابد نگران شوید. برای ذرات با اسپین ۱ (یا بالاتر) حد بی‌جرم بودن آشکارا غیرقابل اعتماد است، زیرا از یک جنبه بحرانی این حد روالی پیوسته نیست. تعداد درجه‌های آزادی (که همان تعداد سم‌گیری مجاز اسپینی است) ناگهان از $2s + 1$ (برای $M \neq 0$) به ۲ (برای $M = 0$) تقلیل می‌یابد. همواره راههایی برای فرمولبندی نظریه‌ای که گذاری همواز به $M = 0$ را مجاز بداند وجود دارد، اما فقط به قیمت وارد کردن حالت‌های غیر فیزیکی کاذب.

W ها را به لپتونها در نظر می‌گیریم؛ در بخش بعد به جفت‌شدگی آنها با کوارکها و هادرونها می‌پردازیم. رأس بنیادی لپتونی عبارت است از:



در اینجا یک الکترون، موئون یا تاو با گسیل یک W^- (یا جذب W^+) به نوترینو مربوطه‌اش تبدیل می‌شود. البته، فرایند معکوس ($\nu_l \rightarrow l^- + W^+$) همچنین واکنشهای «چلیپایی» حاوی پاد لپتونها نیز امکان‌پذیر است. قاعده‌های فاینمن مانند مورد QED است (بجز تصحیحاتی که قبلاً برای تطبیق با واسطه‌های جرم‌دار به آن اشاره شد)، بجز برای عامل رأس

$$(5-10) \quad \text{عامل رأس ضعیف} \quad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$

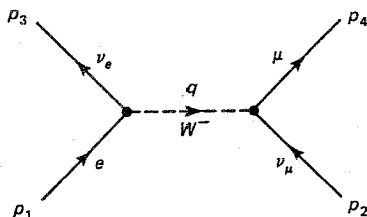
اعداد ۲ مختلفی که ظاهر شده‌اند صرفاً قراردادی هستند، و $g_w = \sqrt{4\pi\alpha_w}$ «ثابت جفت‌شدگی ضعیف» است (مانند g_e در QED و g_s در QCD). با این حال، عامل $(1 - \gamma^5)$ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، چون γ^μ به‌تنهایی جفت‌شدگی برداری (شبه QED یا QCD) را می‌دهد، در صورتی که $\gamma^\mu \gamma^5$ بردار محوری را به‌دنبال دارد [نگاه کنید به معادله (۶۸-۷)]. نظریه‌ای که برداری را به یک بردار محوری اضافه می‌کند قطعاً پایستگی پاریته را نقض می‌کند، و این درست همان چیزی است که در برهم‌کنشهای ضعیف رخ می‌دهد (فصل ۴، بخش ۴-۶)*.

مثال ۱۰-۱

معکوس واپاشی موئونی

فرایند $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$ را که (در پایین‌ترین مرتبه) با نمودار

* در واقع، از این جهت که دو جمله به‌طور یکسان بزرگ هستند، نقض «بیشینال» است. هنگامی که نقض پاریته برای اولین بار در نظر گرفته شد، از عاملی به شکل $(1 + \epsilon\gamma^5)$ استفاده شده بود، اما خیلی زود آزمایشها نشان دادند که $\epsilon = -1$. (نگاه کنید به مسئله ۱۰-۱). این موضوع را جفت‌شدگی « $V-A$ » (یک بردار منهای یک بردار محوری) می‌نامیم. نظریه اولیه فرمی برای واپاشی بتا را یک نظریه برداری ناب (شبه QED) بود، و اگر چه دیگران جفت‌شدگیهای نرده‌ای، شبه نرده‌ای، تانسوری، یا محوری ناب را پیشنهاد کردند، ولی تا سال ۱۹۵۶ هیچ کس به‌طور جدی در صدد آمیزش جمله‌های با پاریته متفاوت برنیامد.



نمایش داده می‌شود را در نظر بگیرید. در اینجا $q = p_1 - p_2$ است و برای هر آزمایش محتمل در آینده نزدیک، $q^2 \ll M_W^2 c^2$ است، پس با اطمینان می‌توان از انتشارگر ساده شده (۴-۱۰) استفاده کرد و دامنه عبارت است از

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{\Lambda(M_W c)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(1-\gamma^5)u(2)] \quad (6-10)$$

با به‌کارگیری شگرد کازیمیر (۷-۱۲۳) درمی‌یابیم که

$$\sum_{\text{اسپینها}} |\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{g_w^2}{\Lambda(M_W c)^2} \right)^2 \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)(\not{p}_1 + m_e c)\gamma^\nu(1-\gamma^5)\not{p}_2] \\ \times \text{Tr}[\gamma_\mu(1-\gamma^5)\not{p}_4\gamma_\nu(1-\gamma^5)(\not{p}_3 + m_e c)] \quad (7-10)$$

قضیه‌های رد در فصل ۷ بخش ۷-۷، برای اولین رد عبارت

$$\Lambda[p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu - g^{\mu\nu}(p_1 \cdot p_2) - i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}p_{1\lambda}p_{2\sigma}] \quad (8-10)$$

و برای دومین رد

$$\Lambda[p_{2\mu}p_{2\nu} + p_{2\nu}p_{2\mu} - g_{\mu\nu}(p_2 \cdot p_2) - i\epsilon_{\mu\nu\kappa\tau}p_2^\kappa p_2^\tau] \quad (9-10)$$

را می‌دهد. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\sum_{\text{اسپینها}} |\mathcal{M}|^2 = 4 \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \quad (10-10)$$

در واقع، می‌خواهیم روی اسپینهای نهایی جمع بزنیم اما روی اسپینهای اولیه میانگین بگیریم. الکترون دو حالت اسپینی دارد اما نوترینو (همان‌طور که به بخش ۴-۶ فصل ۴ دیدیم) فقط یک حالت اسپینی دارد (اگر دوست داشته باشید، نوترینوهای فرودی همواره می‌توانند قطبیده باشند، زیرا فقط «چپگردند» پس:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \quad (11-10)$$

* توجه کنید که $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}\epsilon_{\mu\nu\kappa\tau} = -2(\delta_\kappa^\lambda\delta_\tau^\sigma - \delta_\tau^\lambda\delta_\kappa^\sigma)$. (مستله ۷-۳۳).

حال اگر به چارچوب CM برویم و جرم الکترونها را نادیده بگیریم داریم:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 8 \left(\frac{g_w E}{M_W c^2} \right)^4 \left\{ 1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\} \quad (12-10)$$

که در آن E انرژی الکترون (یا نوترینو) فرودی است. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی [معادله (۴۲-۶)] هسانگرد است (همه زاویه‌های پراکندگی احتمال یکسانی دارند)

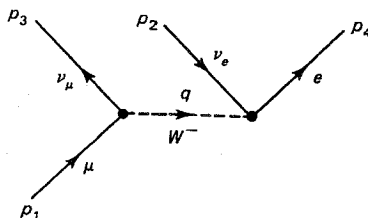
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar c g_w^2 E}{4\pi (M_W c^2)^2} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\}^2 \quad (13-10)$$

و سطح مقطع کل برابر است:

$$\sigma = \frac{1}{\lambda\pi} \left[\left(\frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 \hbar c E \right]^2 \left\{ 1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\}^2 \quad (14-10)$$

۲-۱۰ واپاشی موئون

پراکندگی الکترون-نوترینو برای مطالعه تجربی ساده‌ترین موضوع ممکن نیست، اما ارتباط نزدیکی با فرایند واپاشی موئون ($\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$) دارد که یکی از پاکیزه‌ترین پدیده‌های برهم‌کنش ضعیف به لحاظ نظری و تجربی است. نمودار فاینمن



به دامنه

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{\lambda (M_W c)^2} [\bar{u}(3) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(1)] [\bar{u}(4) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(2)] \quad (15-10)$$

می‌انجامد که همانند قبل از آن به دست می‌آوریم،

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2) (p_3 \cdot p_4) \quad (16-10)$$

در چارچوب سکون موئون، $p_1 = (m_\mu c, 0)$ و داریم:

$$p_1 \cdot p_2 = m_\mu E_\gamma \quad (۱۷-۱۰)$$

و چون $p_1 = p_2 + p_3 + p_4$

$$\begin{aligned} (p_2 + p_4)^2 &= p_2^2 + p_4^2 + 2p_2 \cdot p_4 = m_e^2 c^2 + 2p_2 \cdot p_4 = (p_1 - p_3)^2 \\ &= p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 \cdot p_3 = m_\mu^2 c^2 - 2p_1 \cdot p_3 \end{aligned} \quad (۱۸-۱۰)$$

که از آن نتیجه می‌شود:

$$p_2 \cdot p_4 = \frac{(m_\mu^2 - m_e^2)c^2}{2} - m_\mu E_\gamma \quad (۱۹-۱۰)$$

اگر قرار دهیم $m_e = 0$ ، بدون از دست دادن دقت قابل ملاحظه، محاسبات ساده‌تر خواهد شد، به‌طوری‌که

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 m_\mu^2 E_\gamma (m_\mu c^2 - 2E_\gamma) \quad (۲۰-۱۰)$$

اکنون، آهنگ واپاشی از قاعدهٔ طلایی* (۱۵-۶) به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{2\hbar m_\mu} \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) \\ &\quad (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) \end{aligned} \quad (۲۱-۱۰)$$

که در آن $E_2 = |\mathbf{p}_2|c$ ، $E_3 = |\mathbf{p}_3|c$ ، $E_4 = |\mathbf{p}_4|c$ ، برای شروع تابع دلتا را جدا می‌کنیم:

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) = \delta \left(m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c} \right) \delta^3(\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4) \quad (۲۲-۱۰)$$

و انتگرال‌گیری روی \mathbf{p}_2 را می‌گیریم:

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle c^2}{16(2\pi)^5 \hbar m_\mu} \frac{(d^3 \mathbf{p}_3)(d^3 \mathbf{p}_4)}{E_3 E_4 E_4} \delta \left(m_\mu c - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c} - \frac{E_4}{c} \right) \quad (۲۳-۱۰)$$

* توجه داشته باشد که این یک واپاشی سه جسمی است، پس باید دوباره به قاعدهٔ طلایی مراجعه کنیم.

که در آن E_r به جای $|\mathbf{p}_r + \mathbf{p}_f|c$ قرار گرفته است. سپس روی \mathbf{p}_r انتگرال می‌گیریم. با قراردادن محور قطبی در امتداد \mathbf{p}_f (که برای انتگرال‌گیری روی \mathbf{p}_r ثابت است). داریم

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_r}{c}\right)^2 &= |\mathbf{p}_r + \mathbf{p}_f|^2 = \mathbf{p}_r^2 + \mathbf{p}_f^2 + 2\mathbf{p}_r \cdot \mathbf{p}_f \\ &= \frac{1}{c^2}(E_r^2 + E_f^2 + 2E_r E_f \cos \theta) \end{aligned} \quad (24-10)$$

$$d^3\mathbf{p}_r = \left(\frac{E_r}{c}\right)^2 \frac{dE_r}{c} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (25-10)$$

انتگرال روی ϕ بدیهی است ($\int d\phi = 2\pi$)؛ برای انتگرال‌گیری روی θ قرار می‌دهیم

$$x \equiv \frac{1}{c} \sqrt{E_r^2 + E_f^2 + 2E_r E_f \cos \theta} = \frac{E_r}{c} \quad (26-10)$$

بنابراین

$$dx = -\frac{E_r E_f \sin \theta \, d\theta}{c E_r} \quad (27-10)$$

$$\begin{aligned} &\int_0^\pi \frac{\sin \theta \, d\theta}{E_r} \delta\left(m_\mu c - \frac{E_r}{c} - \frac{E_f}{c} - \frac{E_f}{c}\right) \quad \text{پس:} \\ &= \frac{c}{E_r E_f} \int_{x_-}^{x_+} \delta\left(m_\mu c - x - \frac{E_r}{c} - \frac{E_f}{c}\right) dx \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \frac{c}{E_r E_f}, \quad x_- < \left(m_\mu c - \frac{E_r}{c} - \frac{E_f}{c}\right) < x_+ \text{ اگر} \\ 0, \quad \text{در غیر این صورت} \end{array} \right\} \quad (28-10) \end{aligned}$$

که در آن:

$$X_\pm \equiv \frac{1}{c} \sqrt{E_r^2 + E_f^2 \pm 2E_r E_f} = \frac{1}{c} |E_r \pm E_f| \quad (29-10)$$

نامساوی موجود در معادله (۲۸-۱۰) را می‌توان به صورت ساده‌تری بیان کرد:

$$|E_r - E_f| < (m_\mu c^2 - E_r - E_f) < E_r + E_f \quad (30-10)$$

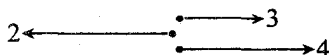
یا با اضافه کردن $(E_\nu + E_\tau)$ و تقسیم بر ۲:

$$\frac{1}{4}\{|E_\nu - E_\tau| + E_\nu + E_\tau\} < \frac{1}{4}m_\mu c^2 < (E_\nu + E_\tau) \quad (۳۱-۱۰)$$

جمله سمت چپ بزرگتر از E_ν و E_τ است؛ جمله دیگر حتی کوچکتر نیز هست، بنابراین عبارت $(۳۱-۱۰)$ معادل سه نامساوی است:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_\nu < \frac{1}{4}m_\mu c^2 \\ E_\tau < \frac{1}{4}m_\mu c^2 \\ (E_\nu + E_\tau) > \frac{1}{4}m_\mu c^2 \end{array} \right\} \quad (۳۲-۱۰)$$

[این متدها به لحاظ سینماتیکی معقول‌اند: مثلاً، ذره ۲ هنگامی بیشترین مقدار ممکن انرژی را می‌گیرد که ذرات ۳ و ۴ در خلاف جهت آن حرکت کنند:



در این مورد ذره ۲ نیمی از انرژی موجود $(\frac{1}{4}m_\mu c^2)$ را دریافت می‌کند در صورتی که ذرات ۳ و ۴ در نیمه دیگر شریک می‌شوند. اگر زاویه غیر صفری بین ۳ و ۴ وجود داشته باشد، ذره ۲ انرژی کمتری را دریافت می‌کند و دو ذره ۳ و ۴ به همان اندازه بیشتر انرژی می‌گیرند. پس $\frac{1}{4}m_\mu c^2$ بیشینه انرژی برای هر تک ذره خروجی است و کمینه کل برای هر زوج.]

نامساویهای $(۳۲-۱۰)$ حدود انتگرالهای روی E_ν و E_τ را مشخص می‌کنند: E_ν از $E_\nu - \frac{1}{4}m_\mu c^2$ تا $\frac{1}{4}m_\mu c^2$ و E_τ از ۰ تا $\frac{1}{4}m_\mu c^2$ تغییر خواهد کرد. آنچه از انتگرالهای θ و ϕ باقی می‌ماند عبارت است از:

$$d\Gamma = \frac{\langle |M|^2 \rangle c}{(4\pi)^2 \hbar m_\mu} dE_\nu \frac{d^3\mathbf{p}_\tau}{E_\tau} \quad (۳۳-۱۰)$$

با قرار دادن در معادله $(۲۰-۱۰)$ و انتگرال‌گیری روی E_ν داریم:

$$d\Gamma = \left(\frac{g_w}{4\pi M_w c} \right)^4 \frac{m_\mu c}{\hbar} \frac{d^3\mathbf{p}_\tau}{E_\tau} \int_{\frac{1}{4}m_\mu c^2 - E_\tau}^{\frac{1}{4}m_\mu c^2} E_\nu (m_\mu c^2 - 2E_\nu) dE_\nu$$

$$= \left(\frac{g_w}{4\pi M_W c} \right)^2 \frac{m_\mu c}{\hbar} \left(\frac{m_\mu c^2}{2} - \frac{2}{3} E_\tau \right) d^3 p_\tau \quad (34-10)$$

$$d^3 p_\tau = 4\pi \left(\frac{E_\tau}{c} \right)^2 \frac{dE_\tau}{c} \quad \text{سرانجام با نوشتن:}$$

و نوشتن شاخص پایین ($E \equiv E_\tau$ انرژی الکترون) به دست می آوریم:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \frac{m_\mu^2 E^2}{2\hbar(4\pi)^2} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right) \quad (35-10)$$

که توزیع انرژی الکترونهای گسیل شده در واپاشی موئون را بیان می کند. این معادله به دقت بر طیف تجربی می برازد (شکل ۱۰-۱). آهنگ واپاشی کل عبارت است از:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \frac{m_\mu^2}{2\hbar(4\pi)^2} \int_0^{1/2 m_\mu c^2} E^2 \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right) dE \\ &= \left(\frac{m_\mu g_w}{M_W} \right)^2 \frac{m_\mu c^2}{12\hbar(\lambda\pi)^2} \end{aligned} \quad (36-10)$$

و بنابراین طول عمر موئون برابر است با:

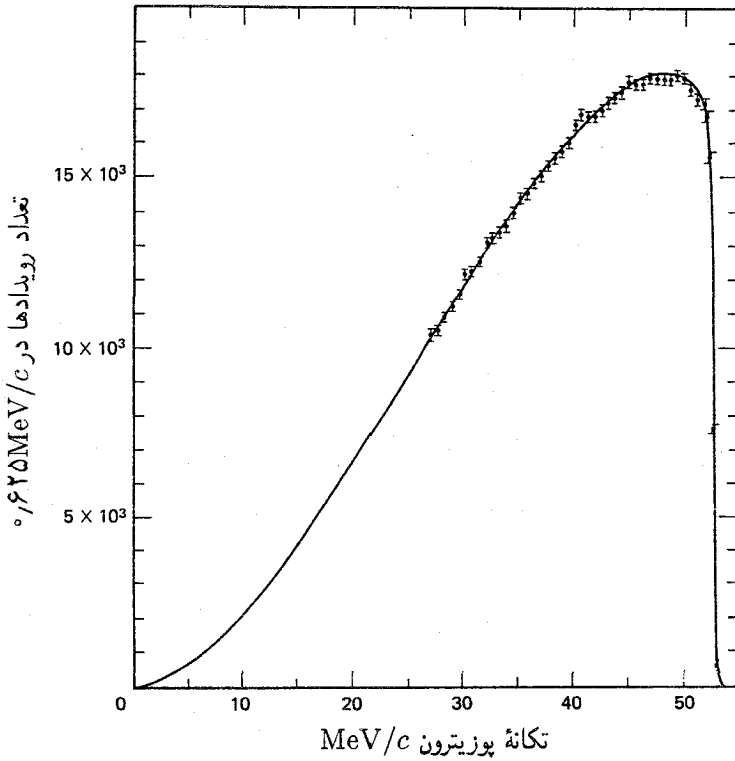
$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \left(\frac{M_W}{m_\mu g_w} \right)^2 \frac{12\hbar(\lambda\pi)^2}{m_\mu c^2} \quad (37-10)$$

توجه کنید که M_W و g_w چه در فرمول طول عمر موئون با در سطح مقطع پراکندگی الکترون-نوترینو فقط به صورت نیست ظاهر می شوند و به صورت جداگانه وارد نمی شوند. در واقع، مرسوم است که فرمولهای برهم کنش ضعیف را برحسب «ثابت جفت شدگی فرمی» بیان کنند:

$$G_F \equiv \frac{\sqrt{2}}{\lambda} \left(\frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 (\hbar c)^2 \quad (38-10)$$

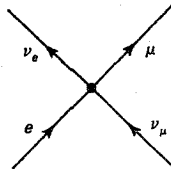
پس طول عمر موئون به صورت زیر نوشته می شود

$$\tau = \frac{192\pi^2 \hbar^5}{G_F^2 m_\mu^5 c^2} \quad (39-10)$$

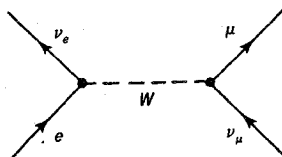


شکل ۱۰-۱ طیف تجربی پوزیترونها در $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \nu_\mu$. خط پرپیشگویی نظری طیف مبتنی بر معادله (۱۰-۳۵) است که برای اثرات مغناطیسی الکترون تصحیح شده است.

در نظریه اولیه فرمی برای واپاشی بتا (۱۹۳۳)، هیچ W ی وجود نداشت؛ فرض می‌شد که برهم‌کنش جفت‌شدگی مستقیم چهار ذره باشد که به زبان فاینمنی با نمودار به شکل زیر نمایش داده می‌شود



از دیده‌گاه نوین، نظریه فرمی با انتشارگر W با دو عامل رأس در نمودار



به منظور تشکیل ثابت جفت شدگی موثر چهارذره‌ای G_F ترکیب شده است. این نظریه کار می‌کند، اما فقط به این دلیل که W به قدری سنگین است که عبارت $(4-10)$ تقریب خوبی برای انتشارگر واقعی $(3-10)$ است*، و در واقع قبلاً در دهه پنجاه معلوم شده بود که نظریه فرمی نمی‌تواند در انرژی‌های بالا معتبر باشد. فکریک واسطه ضعیف (مانند فوتون) را اوکلاین خیلی قبل در ۱۹۳۸ مطرح کرده بود. اگر جرم و طول عمر مشاهده شده موئون را در روابط قرار دهیم، به دست می‌آوریم:

$$G_F/(\hbar c)^2 = \frac{\sqrt{2}}{\lambda} \left(\frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 = 1.166 \times 10^{-5} / \text{GeV}^2 \quad (40-10)$$

مقدار متناظر برای g_w (به دلیل عدم قطعیت تجربی M_W ، در حال حاضر دقت این مقدار کمتر است) عبارت است از

$$g_w = 0.66 \quad (41-10)$$

و بنابراین «ثابت ساختار ریز ضعیف» برابر است با

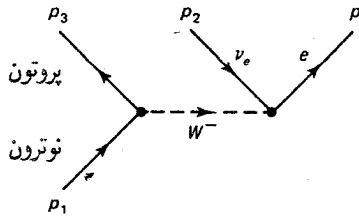
$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} = \frac{1}{29} \quad (42-10)$$

این عدد تکان‌دهنده است: زیرا ۵ برابر بزرگتر از ثابت ساختار ریز الکترومغناطیسی $(\alpha = \frac{1}{137})$ است! برهم‌کنش به دلیل کوچکی جفت‌شدگی ذاتی ضعیف نیست (جفت‌شدگی کوچک نیست)، بلکه این ضعف به دلیل پر جرم بودن واسطه‌ها — یا به عبارت دقیق‌تر، به دلیل آن است که ما نوعاً در انرژی‌های بسیار پایین‌تر از جرم W کار می‌کنیم که مخرج را در انتشارگر $(q^2 - M_W^2 c^2)$ بسیار بزرگ می‌کند. در حال حاضر دستگاههایی در دست ساخت هستند که خواهند توانست در انرژی‌های نزدیک به $M_W c^2$ کار می‌کنند و در این ناحیه برهم‌کنشهای «ضعیف» به لحاظ قدرت از هم‌تای الکترومغناطیسی‌اش بسیار پیش می‌افتد.

۳-۱۰ واپاشی نوترون

موفقیت فرمول واپاشی موئون $(35-10)$ ما را تشویق می‌کند تا همین روش را برای واپاشی نوترون، فرمی فکر می‌کرد که جفت‌شدگی، همان‌طور که در پانوشست (*) صفحه ۳۸۳ به آن اشاره کردیم، بردار ناب است: با وجود این، نارساییها (که برای آنها نمی‌توان فرمی را سرزنش کرد؛ او نظریه‌اش را در زمانی مطرح کرد که نوترینو موجودی غریب و خود معادله دیراک کاملاً جدید بود). نظریه فرمی به نحو شگفت‌انگیزی قدرت پیشگویی داشت، و تمام تحولات بعدی نسبت به آن اصلاحات کوچکی به‌شمار می‌روند.

$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ به‌کار بندیم. البته نوترون و پروتون ذرات مرکب‌اند، اما همان‌طور که سطح مقطعهای موت و رادفورد (که پروتون را ذره «دیراک» بنیادی در نظر می‌گیرد) پراکندگی الکترون-پروتون را در انرژیهای کم به خوبی توجیه می‌کند، بنابراین می‌توان امیدوار بود که نمودار



(همانند واپاشی موئون، تنها با جایگزینی $n \rightarrow p + W^-$ به جای $\mu \rightarrow \nu_\mu + W^-$) تقریب معقولی برای واپاشی بتازای نوترون باشد. از دیدگاه محاسباتی تنها جنبه جدید این است که اکنون ذره ۳ ذره‌ای با جرم زیاد است (پروتون به جای نوترینو). این موضوع (مسئله ۱۰-۴) تغییری در دامنه به‌وجود نمی‌آورد:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_w}{M_{Wc}} \right)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_4) \quad (43-10)$$

که مشابه (۱۰-۱۶) است. در چارچوب سکون نوترون داریم

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{g_w}{M_{Wc}} \right)^2 m_n E_\nu [(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - 2m_n E_\nu] \quad (44-10)$$

در این مورد انرژی سکون الکترون کسر قابل ملاحظه‌ای از کل انرژی آزاد شده است، $(m_n - m_p - m_e)c^2$ ، به‌طوری که نمی‌توان جرم الکترون را نادیده گرفت. محاسبه آهنگ واپاشی مانند قبل است:

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{2\hbar m_n} \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_\nu}{(2\pi)^3 2E_\nu} \right) \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_e}{(2\pi)^3 2E_e} \right) \left(\frac{c d^3 \mathbf{p}_\tau}{(2\pi)^3 2E_\tau} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) \quad (45-10)$$

که

$$E_\nu = c|\mathbf{p}_\nu|, \quad E_e = c\sqrt{\mathbf{p}_e^2 + m_e^2 c^2}, \quad E_\tau = c\sqrt{\mathbf{p}_\tau^2 + m_\tau^2 c^2} \quad (46-10)$$

انتگرال روی \mathbf{p}_τ می‌دهد:

$$d\Gamma = \frac{2c^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{(\pi)^4 \hbar m_n} \frac{d^3 \mathbf{p}_\gamma d^3 \mathbf{p}_\pi}{E_\gamma E_\pi E_\gamma} \delta \left(m_n c - \frac{E_\gamma}{c} - \frac{E_\pi}{c} - \frac{E_\gamma}{c} \right) \quad (47-10)$$

که شبیه معادله (۲۳-۱۰) است، جز آنکه در اینجا

$$E_\gamma = c \sqrt{(\mathbf{p}_\gamma + \mathbf{p}_\pi)^2 + m_p^2 c^2} \quad (48-10)$$

برای انتگرال‌گیری روی \mathbf{p}_π قرار می‌دهیم

$$d^3 \mathbf{p}_\pi = |\mathbf{p}_\pi|^2 d|\mathbf{p}_\pi| \sin \theta d\theta d\phi = \frac{1}{c^2} E_\gamma^2 dE_\gamma \sin \theta d\theta d\phi \quad (49-10)$$

و مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم که محور z در امتداد \mathbf{p}_γ (که برای انتگرال‌گیری \mathbf{p}_π ثابت) قرار گیرد؛ آن‌گاه

$$E_\gamma = c \sqrt{|\mathbf{p}_\pi|^2 + |\mathbf{p}_\pi|^2 + 2|\mathbf{p}_\gamma||\mathbf{p}_\pi| \cos \theta + m_p^2 c^2} \equiv cx \quad (50-10)$$

و

$$\frac{E_\gamma \sin \theta d\theta}{E_\gamma} = - \frac{dx}{|\mathbf{p}_\pi|} \quad (51-10)$$

انتگرالهای ϕ و θ (یا بهتر x) می‌دهد

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{(\pi)^4 \hbar m_n} \frac{dE_\gamma d^3 \mathbf{p}_\pi}{E_\gamma |\mathbf{p}_\pi|} I \quad (52-10)$$

که در آن

$$I \equiv \int_{x_-}^{x_+} \delta \left(m_n c - x - \frac{E_\gamma}{c} - \frac{E_\pi}{c} \right) dx \\ = \begin{cases} 1, & x_- < \left(m_n c - \frac{E_\gamma}{c} - \frac{E_\pi}{c} \right) < x_+ \text{ اگر } x \text{ ها} \\ 0, & \text{بقیه } x \text{ ها} \end{cases} \quad (53-10)$$

و حدود [از (۵۰-۱۰)] عبارت‌اند از

$$x_{\pm} = \sqrt{(|\mathbf{p}_\tau| \pm |\mathbf{p}_\tau|)^2 + m_p^2 c^2} \quad (54-10)$$

مانند قبل، معادله (۵۳-۱۰) حدود انتگرال E_τ را معین می‌کند؛ انجام عملیات جبری به عهده شماست (مسئله ۵-۱۰):

$$E_{\pm} = \frac{\frac{1}{\tau}(m_n^2 - m_p^2 + m_e^2)c^2 - m_n E_\tau}{m_n - E_\tau/c^2 \mp |\mathbf{p}_\tau|/c} \quad (55-10)$$

پس انتگرال E_τ عبارت است از

$$\int_{E_-}^{E_+} E_\tau [(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - 2m_n E_\tau] dE_\tau \equiv J(E_\tau) \quad (56-10)$$

و چون

$$d^3 \mathbf{p}_\tau = 4\pi |\mathbf{p}_\tau|^2 d|\mathbf{p}_\tau| = \frac{4\pi}{c^2} |\mathbf{p}_\tau| E_\tau dE_\tau \quad (57-10)$$

نتیجه می‌گیریم که

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\hbar c^2 (4\pi)^2} \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^2 J(E) \quad (58-10)$$

(چون موردی برای ابهام وجود ندارد، شاخص پایین را در E_τ حذف می‌کنیم؛ از این پس E انرژی الکترون است).

معادله (۵۸-۱۰) دقیق است (اگر بخواهید، از آن برای به‌دست آوردن مجدد معادله (۳۵-۱۰) با قراردادن $m_n \rightarrow m_\mu$ و $m_p, m_e \rightarrow 0$ استفاده کنید)، اما $J(E)$ تابعی دست و پاگیر است. از تعریف (۵۶-۱۰) داریم:

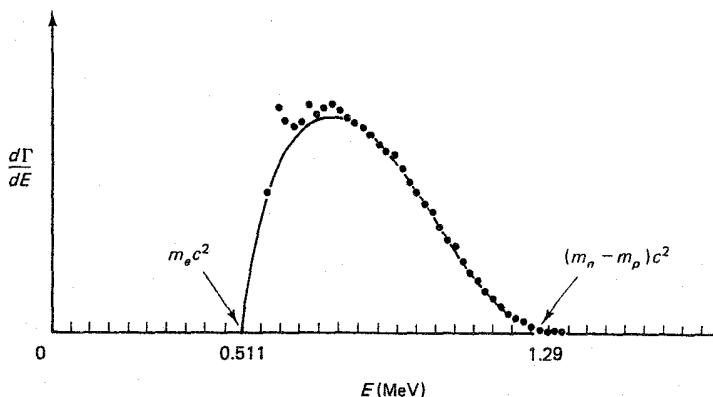
$$J(E) = \frac{1}{\tau} (m_n^2 - m_p^2 - m_e^2) c^2 (E_+^2 - E_-^2) - \frac{2m_n}{\tau} (E_+^3 - E_-^3) \quad (59-10)$$

که E_{\pm} از معادله (۵۵-۱۰) به‌دست می‌آید. در این مرحله، با توجه به اینکه چهار عدد کوچک وجود دارد، تقریب زدن سودمند است.

$$\epsilon \equiv \frac{m_n - m_p}{m_n} = 0.0014,$$

$$\delta \equiv \frac{m_e}{m_n} = 0.0005$$

$$\eta \equiv \frac{E_\tau}{m_n c^2} \quad (\delta < \eta < \epsilon), \quad \phi \equiv \frac{|\mathbf{p}_\tau|}{m_n c} \quad (0 < \phi < \eta) \quad (60-10)$$



شکل ۱۰-۲ توزیع انرژی الکترون ناشی از واپاشی بتای نوترون. (خط پر منحنی نظری و نقطه‌ها داده‌های تجربی است).

(آخری اینها از هم مستقل نیستند: $\phi^2 = \eta^2 - \delta^2$). با بسط تا پایین‌ترین مرتبه (مسئله ۱۰-۵) به‌دست می‌آوریم:

$$J \cong \frac{1}{4} m_n^2 c^4 \eta \phi (\epsilon - \eta)^2 = \frac{1}{c^2} E \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} [(m_n - m_p) c^2 - E]^2 \quad (61-10)$$

بنابراین توزیع انرژی الکترون از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\pi^2 \hbar} \left(\frac{g_w}{2 M_W c^2} \right)^4 E \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} [(m_n - m_p) c^2 - E]^2 \quad (62-10)$$

نتایج تجربی در شکل ۱۰-۲ نشان داده شده است. محدوده انرژی الکترونها از $m_e c^2$ تا $(m_n - m_p) c^2$ است (مسئله ۱۰-۶). با انتگرال‌گیری روی E ، آهنگ واپاشی کل را به‌دست می‌آوریم (مسئله ۱۰-۷):

$$\Gamma = \frac{1}{4 \pi^2 \hbar} \left(\frac{g_w}{2 M_W c^2} \right)^4 (m_e c^2)^5 \times \left[\frac{1}{15} (2a^2 - 9a^2 - 8) \sqrt{a^2 - 1} + a \ln(a + \sqrt{a^2 - 1}) \right] \quad (63-10)$$

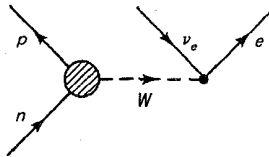
که در آن

$$a \equiv \frac{m_n - m_p}{m_e} \quad (64-10)$$

با قراردادن اعداد، درمی‌یابیم که (مسئله ۱۰-۸)

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = 1316 \text{ sec} \quad (10-65)$$

به اصطلاح، در محدوده مناسب قرار دارد: طول عمر تجربی* نوترون $16 \pm 898 \text{ sec}$ است و با علم به اینکه گستره طول عمر واپاشیهای ضعیف از ۱۵ دقیقه تا 10^{-13} ثانیه است، ممکن است که خوشحال شویم از اینکه مرتبه بزرگی درستی را به دست آورده‌ایم. اما چرا توافق دقیق وجود ندارد؟ مسئله اصلی آن است که ما پروتون و نوترون را طوری در نظر گرفتیم که گویی ذرات نقطه‌ای ساده‌اند و درست مانند لپتونها با W برهم‌کنش می‌کنند. برای برخورد صحیح با آنها، باید از ابتدا شروع کنیم و ببینیم که واقعاً نمی‌دانیم چگونه W با ساختارهای ترکیبی جفت می‌شود و در نمودار فاینمن (به منظور نشان دادن این بی‌اطلاعی) یک لکه می‌کشیم



و دامنه را برحسب «عاملهای شکل» ناشناخته‌ای بیان می‌کنیم که ساختار آنها را فقط هموردایی لورنتس محدود می‌کند — همان‌طور که در فصل ۸ برای رأس پروتون-فوتون انجام دادیم. فقط هنگامی که یک QCD جا افتاده بتواند جزئیات ساختار نوکلئونها را در اختیار ما قرار دهد خواهیم توانست به‌طور کامل محاسبات طول عمر نوترون را انجام دهیم.

اما، برای پراکندگی الکترون-پروتون در انرژی پایین فرمول موت هنوز خوب کار می‌کند: پس چرا اصولاً یک فرایند که در الکترودینامیک جوابهای درستی می‌دهد در برهم‌کنشهای ضعیف چنین نیست؟ در هر دو مورد طول موج «کاوه» (γ یا W بسته به مورد) بسیار بزرگتر از قطر «هدف» (p) یا n است (نگاه کنید به مسئله ۱۰-۹). ساختار داخلی نوکلئونها «تفکیک» نمی‌شود و همانند یک ذره نقطه‌ای عمل می‌کند. پرسش بسیار مهم آن است که، قدرت جفت‌شدگی خالص این جسم

* اعداد از کتابچه داده‌های ذرات (Particle Data Booklet) گرفته شده‌اند. کار با نوترونهای آزاد بسیار سخت است، و طول عمر «رسمی» نوترونها در طول زمان تغییر کرده است و در ۱۵ سال اخیر بیش از ۱۰٪ افت کرده است. همین‌طور توجه کنید که فیزیکدانان هسته‌ای مایل‌اند نیمه‌عمرها ($t_{1/2} = \tau \ln 2$) را در فهرست وارد کنند و متخصصان واپاشی بتا را اغلب آن را با «نیمه عمر تطبیقی» — که مقدار « ft » نامیده می‌شود — بررسی می‌کنند که در آن عوامل سینماتیکی و کولنی حذف شده‌اند. (برای نوترون عامل تصحیح f در حدود ۱٫۷ است). همه این مطالب برای آن است که شما را آگاه سازد که اعداد مورد استفاده در متون علمی برای «طول عمر» نوترون پراکنده‌اند، و آگاهی از اطلاعات دقیق و تاریخ مربوطه آن سودمند است.

چيست؟ البته، بار خالص پروتون e است (همان طور که برای μ^+ چنین است). مهم نيست که چه فرايندهای پيچيدهای در داخل پروتون در جريان است — کوارکهای ظرفيت گلوئونهای مجازی گسيل می دارند، گلوئونها جفتهاي کوارک-پادکوارک توليد می کنند، کوارکهای «دريا» دوباره ترکيب می شوند و مانند آن — زیرا در همهٔ اين فعاليتهاي بی امان بار پايسته می ماند. از دید یک فوتون با طول موج بلند، نوکلئون یک نقطه به نظر می رسد، و بار خالص نوکلئون مرکب مجموع بار کوارکهای ظرفيت است. اما هيچ دليل پيشيني دال بر اينکه اين موضوع در مورد جفت شدگی ضعيف به کار می رود وجود ندارد، هنگامی که یک گلوئون به زوج کوارک-پاد کوارک تبديل می شود، سهم خالص اين زوج در جفت شدگی ضعيف ممکن است صفر نباشد — چه کسی می داند؟ برای منظور داشتن اين مورد، جایگزینی زیر را در عامل رأس $n \rightarrow p + W$ انجام می دهيم:

$$(1 - \gamma^5) \rightarrow (c_V - c_A \gamma^5) \quad (66-10)$$

که c_V تصحيحی بر بردار «بار ضعيف» و c_A تصحيحی بر بردار محوری «بار ضعيف» است* حل، همین فرايند بنيادی، $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ نه فقط برای نوترونهای آزاد، بلکه برای هسته های پرتوزا نیز رخ می دهد، پس اصولاً فرصتهای مستقل زيادی برای اندازه گیری c_V و c_A در اختيار داريم.** نتايج تجربی به قرار زیرند:

$$c_V = 1.000 \pm 0.003, \quad c_A = 1.26 \pm 0.02 \quad (67-10)$$

شگفت آور آنکه بردار بار ضعيف را برهم کنشهای قوی درون نوکلئون تعديل نمی کند. احتمالاً، مانند بار الکتریکی، یک قانون پايستگی از آن «محافظت» می کند؛ اين را فرضیهٔ «جریان برداری پايسته»^۱ (CVC) می ناميم. حتی جملهٔ محوری تغيير چندان نمی کند؛ ظاهراً، اين نیز «تقریباً» پايسته است. اين موضوع را فرضیهٔ «جریان محوری تا اندازه ای پايسته»^۲ (PCAC) می ناميم. اثر جایگزینی (۶۶-۱۰) در طول عمر نوترون چیزی است که می توانید خودتان حساب کنید (اگر توانش را داشته باشید). در تقريب خوبی آهنگ واپاشی با ضريب زیر افزايش می يابد

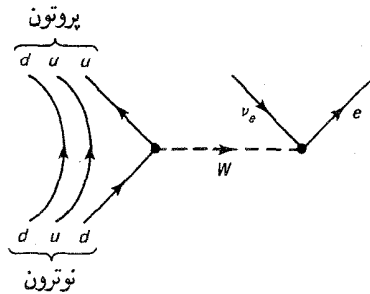
$$\frac{1}{4}(c_V^2 + 3c_A^2) = 1.44 \quad (68-10)$$

* c_V و c_A به حدود $q^2 = 0$ عامل شکل ضعيف متناظر مربوط هستند.
** یک مورد مورد توجه $^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}$ است، که (با توجه به اسپين و پاريتيه مشاهده شدهٔ ذرات اولين و نهايي) می دانيم که فقط شامل جفت شدگی برداری است. اين واکنش اندازه گیری نسبتاً دقيق و سراسری از c_V فراهم می سازد.

و طول عمر به همین نسبت کاهش می‌یابد:

$$\tau = \frac{1316 \text{ sec}}{1.44} = 914 \text{ sec} \quad (69-10)$$

اینک این مقدار در محدوده خطای مقدار تجربی قرار گرفته است. متأسفانه، این سازگاری گمراه‌کننده است زیرا همچنان تصحیح دیگری باید صورت گیرد. فرایند کواریکی زیربنایی در اینجا $d \rightarrow u + W$ است (با دو تماشاچی)



و این رأس کواریکی حامل ضریب $\cos \theta_C$ است که

$$\theta_C = 13.1^\circ \quad (70-10)$$

زاویه کایبو است. در بخش بعد در این مورد بیشتر صحبت می‌کنیم، اما نکته اساسی در اینجا آن است که مقدار نظری برای طول عمر نوترون، که برای ناپایستگی بار محوری تصحیح و با زاویه کایبو اصلاح شده باشد برابر است با

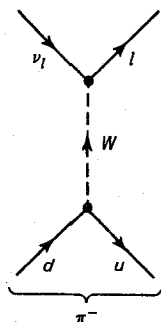
$$\tau = \frac{914 \text{ sec}}{\cos^2 \theta_C} = 963 \text{ sec} \quad (71-10)$$

که دوگام به پیش و یک گام به پس است!*

۴-۱۰ واپاشی پیون

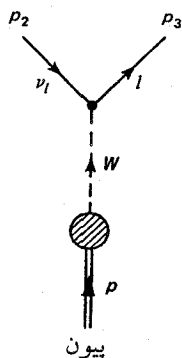
مطابق مدل کواریکی، واپاشی پیون باردار $(\pi^- \rightarrow \bar{l} + \bar{\nu}_l)$ که l یک موئون یا یک الکترون است) واقعاً یک رویداد پراکندگی است که در آن کواریکهای فرودی به یکدیگر وابسته‌اند:

* این آخر داستان نیست؛ تصحیح کولنی کوچکی نیز وجود دارد (ناشی از جاذبه بین الکترون و پروتون در حالت نهایی)؛ احتمالاً یک وابستگی به q^2 در عامل شکل حتی در حوالی $q^2 = 0$ وجود دارد؛ و شاید خطاهایی در داده‌های تجربی وجود داشته باشد. به‌ویژه، طول عمر نوترون، به خطاهای موجود در CA بسیار حساس است. اما ما در محدوده ۶٪ از نتایج تجربی قرار داریم، و زمان حرکت است.



از این لحاظ این فرایند یک مشابه برهم‌کنش ضعیف برای فرایند الکترومغناطیسی واپاشی پوزیترونیم $(e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma)$ و یا فرایند قوی واپاشی $(c + \bar{c} \rightarrow g + g)$ است. با دنبال کردن روشهای مثال ۸-۷ و بخش ۳-۹ فصل ۹ (مثال ۱۰-۱۰) می‌توانیم این فرایند را تحلیل کنیم، اما در آخر با یک ضریب $|\psi(0)|^2$ برخورد خواهیم کرد و در این مرحله هیچ ایده‌ای در مورد اینکه تابع موج کوارک (ψ) درون پیون چگونه است نداریم. با توجه به اینکه این محاسبه به هر حال دارای این عامل ضربی نامعین است، روند زیر ساده‌تر خواهد بود.

نمودار فاینمن را با لکه‌ای که نشانگر جفت‌شدگی π^- به W^- باشد دوباره رسم می‌کنیم:



شاید ندانیم که W چگونه با پیون جفت می‌شود، اما می‌دانیم چگونه با لپتونها جفت می‌شوند، پس دامنه باید به شکل کلی زیر باشد:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{\Lambda(M_W c)^2} [\bar{u}(\mathbf{3}) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(\mathbf{2})] F^\mu \quad (۷۲-۱۰)$$

که F^μ «تابع شکلی» است که لکه $\pi \rightarrow W$ را توصیف می‌کند. این عامل باید یک چاربردار باشد تا با γ_μ در عامل لپتونی ادغام شود، اما اسپین پیون صفر است و تنها بردار وابسته به

آن* که می‌توان به کمک آن F^μ را ساخت تکانه $p^{\mu*}$ است. (دیگر از نوشتن شاخص پایین تکانه پیون خوداری می‌کنیم $p \equiv p_1$). پس F^μ باید یک کمیت نرده‌ای ضربدر p^μ باشد:

$$F^\mu = f_\pi p^\mu \quad (۷۳-۱۰)$$

(اصولاً f_π تابعی از p^2 — تنها نرده‌ای موجود — است اما چون پیون در پوسته جرمی خود قرار دارد، $p^2 = m_\pi^2 c^2$ و بنابراین f_π تنها یک عدد ثابت است. آن را «ثابت واپاشی پیون» می‌نامیم.)** با جمع‌زنی روی اسپینهای خروجی، داریم

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \left[\frac{f_\pi}{\lambda} \left(\frac{g_w}{M_{Wc}} \right) \right]^2 p_\mu p_\nu \text{Tr} [\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_1 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_3 + m_l c)] \\ &= \frac{1}{\lambda} \left[f_\pi \left(\frac{g_w}{M_{Wc}} \right) \right]^2 [2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3)] \quad (۷۴-۱۰) \end{aligned}$$

[قبلاً در معادله (۹-۱۰) رد محاسبه شده است]. اما $p = p_2 + p_3$ ، پس

$$p \cdot p_2 = p_2 \cdot p_3, \quad p \cdot p_3 = m_l^2 c^2 + p_2 \cdot p_3 \quad (۷۵-۱۰)$$

و

$$p^2 = p_2^2 + p_3^2 + 2p_2 \cdot p_3$$

به‌طوری که

$$2p_2 \cdot p_3 = (m_\pi^2 - m_l^2) c^2 \quad (۷۶-۱۰)$$

* توجه کنید که عامل شکل (ضعیف) پیون را در سطح \mathcal{M} وارد کردیم، در صورتی که برای عاملهای شکل (الکترومغناطیسی) پروتون و توابع ساختار تا مرحله $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ صبر کردیم. زیرا پروتون دارای اسپین است و باید آن را در فهرست بردارهای موجود وارد کرد؛ فقط پس از میانگین‌گیری روی اسپین‌هاست که این فهرست به دو تا تقلیل می‌یابد و مسئله معقول می‌شود. اما، پیون اسپین ندارد، پس می‌توان عامل شکل را مستقیماً وارد \mathcal{M} کرد که به جای یک کمیت تانسوری، فقط کمیتی برداری است.

** ظاهراً ثابت واپاشی پیون شامل عامل $|\psi(0)|^2$ است که قبلاً به آن اشاره کردیم، و ناآگاهی خود را با محمل مناسب‌تری پوشانده بودیم (مسئله ۱۰-۱۰).

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{g_w}{2M_W} \right)^2 f_\pi^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2) \quad (۷۷-۱۰)$$

(یک ثابت).

آهنگ واپاشی از فرمول استاندارد (۳۲-۶) به دست می آید:

$$\Gamma = \frac{|p_l|}{4\pi \hbar m_\pi^2 c} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \quad (۷۸-۱۰)$$

و تکانه خروجی عبارت است از [نگاه کنید به معادله (۳۱-۶) یا مسئله ۳-۱۶]:

$$|p_l| = \frac{c}{2m_\pi} (m_\pi^2 - m_l^2) \quad (۷۹-۱۰)$$

پس

$$\Gamma = \frac{f_\pi^2}{\pi \hbar m_\pi^2} \left(\frac{g_w}{2M_W} \right)^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2)^2 \quad (۸۰-۱۰)$$

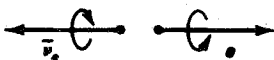
البته، بدون دانستن ثابت واپاشی، f_π ، نمی توانیم طول عمر پيون را محاسبه کنیم*. با وجود این می توانیم نسبت های انشعاب را تعیین کنیم

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.28 \times 10^{-4} \quad (۸۱-۱۰)$$

مقدار تجربی $1.28 \times 10^{-4} \pm 0.2$ است. در نگاه اول این مقدار نتیجه شگفت انگیزی است، زیرا پیش بینی می کند (به درستی) که پيون مد واپاشی به موئون را ترجیح می دهد، اگر چه الکترون بسیار سبک تر است. ملاحظات فضای فاز به نفع واپاشیهایی است که جرم تا حد امکان کاهش می یابد، و بجز در مواردی برخی قوانین پایداری مطرح شوند معمولاً درمی یابیم که سبک ترین حالت نهایی متداول ترین آنهاست. واپاشی پيون یک استثنای معروف است، که نیاز به توصیف دینامیکی ویژه ای دارد. معادله (۸۰-۱۰) سرنخی را به دست می دهد: توجه کنید که اگر الکترون بی جرم بود، مد $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ به کلی ممنوع می شد. آیا می توان این مورد حدی را فهمید؟ بلی،

* واقعیت مسلمی است که اگر قرار دهید $f_\pi = m_\pi c$ (یا به صورت بهتر $m_\pi c \cos \theta_c$) می توانید به طول عمر $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ بسیار نزدیک شوید، اما می دانم هیچ تأیید نظری قانع کننده ای برای این فرض وجود ندارد.

پیون دارای اسپین صفر است، بنابراین الکترون و پاد نوترینو باید با اسپینهای مخالف و در نتیجه هلیسیتیه‌های مساوی خارج شوند:



چون پاد نوترینو همواره راستگرد است، بنابراین الکترون نیز باید راستگرد باشد. اما اگر الکترون واقعاً بدون جرم بود (همانند نوترینو) فقط می‌توانست به صورت ذره‌ای چپگرد وجود داشته باشد. به عبارت دقیق‌تر، $1 - \gamma^5$ در عامل رأس ضعیف فقط باید با الکترونهای چپگرد جفت شود، همان‌طور که فقط با نوترینوهای چپگرد جفت می‌شود (مسئله ۱۰-۱۱). بدین سبب است که اگر الکترون بی‌جرم می‌بود واپاشی $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ به هیچ وجه نمی‌توانست رخ دهد و به همین دلیل این واپاشی برای الکترونهای فیزیکی با جرم بسیار نزدیک به صفر) به شدت سرکوب شده است.

۱۰-۵ برهم‌کنشهای ضعیف باردار کوارکها

جفت‌شدگی با W^\pm برای لپتونها صرفاً در محدوده یک نسل رخ می‌دهد:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad (\text{نسلهای لپتونی})$$

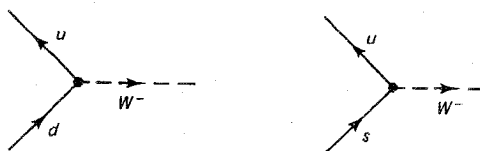
یعنی، $e^- \rightarrow \nu_e + W^-$ ، $\bar{\mu} \rightarrow \nu_\mu + W^-$ ، $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + W^-$ ، اما هیچ جفت‌شدگی بین نسلی مثلاً از نوع $e^- \rightarrow \nu_\mu + W^-$ نداریم. در واقع این مشاهدات در قوانین پایستگی عدد الکترونی، عدد موئونی و عدد تاویی تجلی می‌کند. جفت‌شدگی W با کوارکها به این سادگی نیست، زیرا هر چند ساختار نسلهای مشابه است

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (\text{نسلهای کوارک})$$

اما برهم‌کنشهای ضعیف هویت جداگانهٔ نسلهای را کاملاً محترم نمی‌شمارد. شک نیست که برهم‌کنشهایی به شکل $d \rightarrow u + W^-$ (فرایندی که زیربنای واپاشی نوترون است $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$) وجود دارند، اما برهم‌کنشهایی با جفت‌شدگی بین نسلی نظیر $s \rightarrow u + W^-$ نیز وجود دارد (مثلاً واپاشی $\Lambda \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ دیده می‌شود). در واقع، اگر چنین نبود باید سه قانون «پایستگی طعم» مطلق وجود می‌داشت: پایستگی «بالایی به اضافهٔ پایینی»، «افسون به اضافهٔ شگفت» و «حقیقت به اضافهٔ زیبایی» — مانند سه قانون پایستگی عدد لپتونی. در نتیجه، سبک‌ترین ذره

شگفت (K^-) می‌بایست مطلقاً پایدار می‌بود، و همین‌طور برای مزون B (سبک‌ترین ذره زیبا)؛ و جهان ما کاملاً متفاوت می‌بود.

در ۱۹۶۳ (هنگامی که u, d و s تنها کوآرکهای شناخته شده بودند) کابیو [۱] پیشنهاد کرد که رأس $d \rightarrow u + W^-$ حامل ضریب $\cos \theta_C$ است، در حالی که $s \rightarrow u + W^-$ دارای ضریب $\sin \theta_C$ است؛ سوای این مسئله جفت‌شدگی لپتونی آنها یکسان است [معادله (۱۰-۵)]:



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\cos\theta_C \quad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\sin\theta_C \quad (۱۰-۸۲)$$

فرایند با تغییر شگفتی ($s \rightarrow u + W^-$) آشکارا ضعیف‌تر از فرایندی است که شگفتی را پایسته نگاه می‌دارد ($d \rightarrow u + W^-$)، بنابراین از قرار معلوم «زاویه کابیو»، θ_C نسبتاً کوچک است. به لحاظ تجربی

$$\theta_C = ۱۳.۱^\circ \quad (۱۰-۸۳)$$

برهم‌کنشهای ضعیف تقریباً نسلهای کوآرک را محترم می‌شمارند ... اما نه کاملاً.

مثال ۱۰-۲

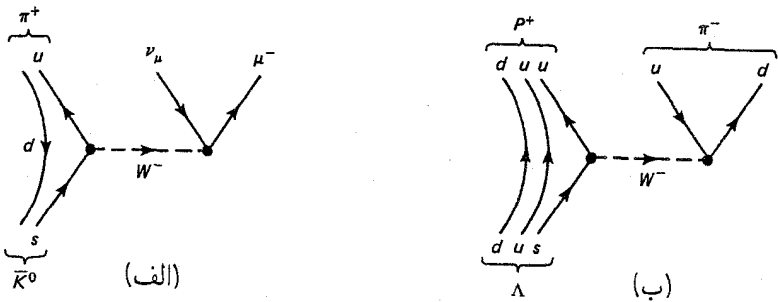
وآشیهای لپتونی

وآشایی $K^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l$ را در نظر بگیرید که l یک الکترون یا یک موئون است. این فرایند مشابه وآشایی π^- (بخش ۱۰-۴) است، اما در اینجا رأس کوآرک به جای $d + \bar{u} \rightarrow W^-$ ، به صورت $s + \bar{u} \rightarrow W^-$ است. از معادله (۱۰-۸) داریم:

$$\Gamma = \frac{f_K^2}{\pi \hbar m_K^2} \left(\frac{g_w}{4M_W} \right)^2 m_l^2 (m_K^2 - m_l^2)^2$$

قدرت جفت‌شدگی احتمالاً مانند قبل است، بجز آنکه f_π حاوی ضریب $\cos \theta_C$ بود و در اینجا f_K شامل ضریب $\sin \theta_C$ است. در نتیجه:

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l)} = \tan^2 \theta_C \left(\frac{m_\pi}{m_K} \right)^2 \left(\frac{m_K^2 - m_l^2}{m_\pi^2 - m_l^2} \right)^2 \quad (۱۰-۸۴)$$



شکل ۳-۱۰ (الف) یک نمونه واپاشی نیمه لپتونی ($\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$) (ب) یک نمونه واپاشی ضعیف غیر لپتونی ($\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$).

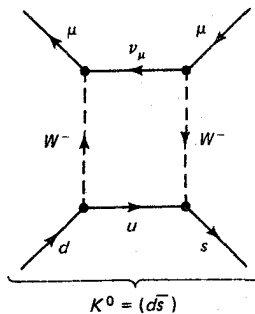
با قرار دادن اعداد مناسب، مقدار 0.96×10^{-10} را برای مُد موئون ($l = \mu$) و 0.19×10^{-10} برای مُد الکترون ($l = e$) به دست می‌آوریم: [نسبت‌های تجربی به ترتیب 1.34×10^{-10} و 0.26×10^{-10} هستند که متناظر با زاویه کابیوی 15.4° است. این واپاشیها برادر-محوری ناب هستند، و همان‌طور که قبلاً دیدیم — نگاه کنید به معادله (۱۰-۶۷) — نباید انتظار توافق کامل را داشته باشیم.

به دلایلی آشکار، فرایندهایی از نوعی که در مثال ۳-۱۰ در نظر گرفته شد را واپاشیهای لپتونی می‌نامند. واپاشیهای نیمه لپتونی نظیر $\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ و $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ (شکل ۳-۱۰ الف) نیز وجود دارند، یا برای واپاشی بتازای نوترون، $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ ، سرانجام، برهم‌کنشهای ضعیف غیر لپتونی نظیر $K^- \rightarrow \pi^0 + \pi^-$ یا $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$ (شکل ۳-۱۰ ب) نیز وجود دارند. معمولاً، تحلیل مورد اخیر از همه دشوارتر است زیرا آلودگی برهم‌کنش قوی در هر دو انتهای خط W وجود دارد. در این کتاب فرایندهای غیر لپتونی ضعیف را بررسی خواهیم کرد [۲].

مثال ۳-۱۰

واپاشیهای نیمه لپتونی

در مورد واپاشی نوترون ($n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$) فرایند کوارکی اصلی ($d \rightarrow u + W^-$ با دو تماشچی) است. با این حال، در کوارک d در نوترون وجود دارد و هر یک از آنها می‌توانند با W جفت شوند؛ دامنه خالص برای فرایند جمع آنهاست. ساده‌ترین راه برای دانستن اعداد استفاده از توابع موج کوارکی بخش ۵-۹ فصل ۵ است. حالت‌های طعم ψ_{12} ، برای مثال می‌دهد: $u\bar{d} - d\bar{u}$ که از آن $(u\bar{d} - d\bar{u})/\sqrt{2}$ به دست می‌آوریم $p = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ یا $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ است (همان‌طور که در انتهای بخش ۳-۱۰ اشاره کردیم). اما در واپاشی


 شکل ۴-۱۰ واپاشی $K^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

$\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e$ ، فرایند کوارکی همچنان $d \rightarrow u$ است، اما در اینجا داریم

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma} &= [(us - su)d + (ds - sd)u]/2 \rightarrow [(us - su)u + (us - su)u]/2 \\ &= (us - su)u = \sqrt{2} \hat{\Sigma}^+\end{aligned}$$

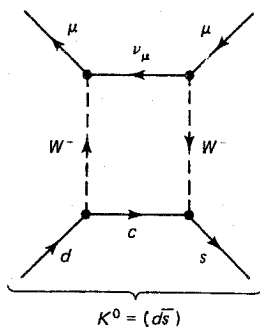
و بنابراین دامنه ضریب $\sqrt{2} \cos \theta_C$ دارد.* آهنگ واپاشی از معادله (۶۳-۱۰) به دست می‌آید که (در حالت $a \gg 1$) به شکل زیر درمی‌آید

$$\Gamma = \frac{1}{3 \cdot \pi^2 \hbar} \left(\frac{g_w}{2 M_W c^2} \right)^4 (\Delta m c^2)^5 X^2$$

که در آن Δm کاهش جرم باریونی و X ضریب کابیو ($\cos \theta_C$ برای واپاشی نوترون، $\sqrt{2} \cos \theta_C$ برای $\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e$ و غیره) است. یافتن اعداد به‌عنوان تمرین به شما واگذار می‌شود (مسئله ۱۳-۱۰).**

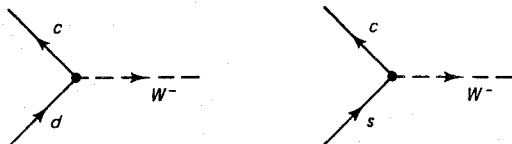
نظریه کابیو در مورد دهها آهنگ واپاشی بسیار موفق بود، اما یک مسئله نگران‌کننده باقی ماند: این تصویر به K^0 اجازه می‌دهد تا به جفت $\mu^+ \mu^-$ واپاشد (شکل ۴-۱۰). دامنه باید با $\sin \theta_C \cos \theta_C$ متناسب باشد، اما آهنگ محاسبه شده بسیار بزرگتر از حد تجربی مجاز است. * در واقع، یک تفاوت فنی در اینجا وجود دارد: کوارک فعال در حالت تک‌تایه اسپین به تماشاجی مقید است. خوشبختانه، این موضوع اثری در طول عمر ندارد.

** این فرایند فقط شامل کوارکهای ظرفیت است، بنابراین به ناپایداری جفت‌شدگی محوری حساس نیست. همان‌طور که در معادله (۶۸-۱۰) دیدیم PCAC می‌تواند به تصحیح نزدیک ۵۰٪ بینجامد، بنابراین نمی‌توان دقت زیادی را برای طول عمرها انتظار داشت. نظریه کابیو راهی برای محاسبه جفت‌شدگیهای محوری را در بردارد که در اینجا به آن نمی‌پردازیم.



شکل ۵-۱۰ سازوکار GIM [این نمودار ۱۰-۴ را خنثی می‌کند]. به جایگزینی کوارک مجازی c به جای u توجه کنید.

حل این پارادوکس را گلاشو، ایلیوپولوس و مایانی (GIM) [۳] در سال ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند. آنها کوارک چهارمی (c) را مطرح کردند — به خاطر داشته باشید که این تاریخ چهار سال قبل از «انقلاب نوامبر» بود که اولین دلیل تجربی سراسر را بر وجود افسون تولید کرد — که جفت‌شدگی آن با s و d به ترتیب شامل $\cos \theta_C$ و $-\sin \theta_C$ بود:



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)(-\sin\theta_C) \quad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\cos\theta_C \quad (۵-۱۰)$$

در «سازوکار GIM» نمودار شکل ۱۰-۴ را نمودار متناظر با c به جای u (شکل ۵-۱۰) خنثی می‌کند، زیرا این بار دامنه با $\sin \theta_C \cos \theta_C$ متناسب است*

طرح کابیو- GIM تعبیر ساده‌ای دارد: به جای کوارکهای فیزیکی d و s ، حالت‌های «صحیح»
 که برای برهم‌کنشهای ضعیف استفاده می‌شوند d' و s' هستند که با

* این خنثی شدن کامل نیست، زیرا جرم c با جرم u برابر نیست. با این حال، این ذرات مجازی به قدری خارج از پوستهٔ جرمی هستند که انتشارگرهای هر دوی آنها اساساً $\frac{1}{q^2}$ است. (در محاسبهٔ \mathcal{M} باید روی یک تکانهٔ داخلی باقی مانده که با قوانین پایستگی تثبیت نشده بود انتگرال بگیریم. این اساساً تکانه‌ای که «حول یک حلقه می‌چرخد». به علت دو انتشارگر W ، سهم اصلی در ناحیهٔ جرم W و به قدری بزرگتر از جرم u و c است که می‌توان با تقریب خوبی جرم آنها را نادیده گرفت. در واقع، واپاشی صورت می‌گیرد و بینهایت کند است، و اگر اثرات اختلاف جرم u/c را وارد کنید، محاسبات با آهنگ مشاهده شده سازگار خواهند بود.

$$d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C, \quad s' = -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \quad (۸۶-۱۰)$$

یا، به شکل ماتریسی

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (۸۷-۱۰)$$

W ها با حالت‌های «چرخیده کابیو»:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

درست همانند زوج‌های لپتونی $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$ جفت می‌شوند؛ جفت‌شدگی آنها با ذرات فیزیکی (حالت‌های با طعم مشخص) از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

یعنی $d \rightarrow u + W^-$ حامل ضریب $\cos \theta_C$ ، $s \rightarrow u + W^-$ ضریب $\sin \theta_C$ و نظایر آن است.*

در آن زمان، سازوکار GIM — با معرفی کوارک جدید برای تثبیت یک نقص فنی مرموز در نظریه‌ای آزموده نشده — کمی نامعقول به نظر می‌رسید. اما این شک با کشف $\psi(c\bar{c})$ در سال ۱۹۷۴ فروکش کرد. در این فاصله، کوبایاشی و ماساکاوا [۴] طرح کابیو GIM را چنان تعمیم

* این کاملاً قراردادی است که به جای u, c, d و s را بچرخانیم؛ می‌توان همین نتیجه را با معرفی $u' = u \cos \theta_C - c \sin \theta_C$ و $c' = u \sin \theta_C + c \cos \theta_C$ به دست آورد. راستی، شاید بپرسید که چرا این چرخش در بخش لپتونی رخ نمی‌دهد. پاسخ آن است که اغلب اتفاق می‌افتد — یا به عبارت دیگر اگر رخ دهد هیچ‌گاه متوجه آن نمی‌شویم. نکته آن است که همه نوترینوها بدون جرم‌اند و هر ترکیب خطی از آنها نیز همچنان بدون جرم است. بنابراین هیچ «برچسبی» برای تعیین حالت‌های «نچرخیده» وجود ندارد و آنچه مثلاً که ما ν_e می‌نامیم «نوترینوی جفت‌شده با e در برهم‌کنشهای ضعیف» است، همین‌طور d' «کوارک جفت‌شده با u در برهم‌کنشهای ضعیف است».

دادند که از عهده هر سه نسل کوارک برآید*. «نسلهای برهم‌کنش ضعیف»

$$(10-88) \quad \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} \quad (\text{نسلهای کوارک برهم‌کنش ضعیف})$$

با حالت‌های کوارک فیزیکی توسط ماتریس کوپایاشی-ماسکاو ارتباط دارند:

$$(10-89) \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

که برای مثال u_{ud} جفت‌شدگی u به d ($d \rightarrow u + W^-$) را مشخص می‌کند. نه ورودی در ماتریس KM وجود دارد اما همه آنها مستقل نیستند (مسئله (۱۰-۱۴). U می‌تواند به نوعی «شکل بندادی» تحویل یاد که در آن فقط سه «زاویه تعمیم یافته کابیو» ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) و یک عامل فاز (δ) [۵] باقی بماند:

$$(10-90) \quad U = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_2 & s_1 s_2 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

در اینجا c_i به جای $\cos \theta_i$ و s_i به جای $\sin \theta_i$ به کار رفته است. اگر $\theta_2 = \theta_3 = 0$ نسل سوم نمی‌تواند با دو نسل دیگر مخلوط شود و همان تصویر ابتدایی کابیو- GIM با $\theta_1 = \theta_C$ به دست می‌آید. با این حال، دلیل قانع‌کننده‌ای (و پاشی مشاهده شده مزون $B^-(b\bar{u})$) برای برخی مخلوط‌شدن‌های نسل سوم وجود دارد. هر چند سهم آن در توفیق طرح اولیه کابیو- GIM باید نسبتاً ناچیز باشد. مدل استاندارد هیچ بینشی نسبت به ماتریس KM به دست نمی‌دهد (در واقع، این یکی از نقاط ضعف مدل استاندارد است)؛ در اینجا، فقط مقادیر اجزای ماتریس حاصل از

* جالب توجه است که کوپایاشی و ماسکاو نسل سوم کوارک را قبل از آنکه نسل دوم کامل شود و خیلی قبل از آنکه شواهد تجربی برای نسل سوم لیون‌ها یا کوارک‌ها وجود داشته باشد پیشنهاد کرده بودند. انگیزه آنها تمایل به توجیه نقض CP در چارچوب طرح کابیو GIM بود. معلوم شد که بدین منظور باید عدد مختلطی را در ماتریس «دوران» (۱۰-۸۷) وارد کرد، اما این جمله را همواره می‌توان با تعریف مجدد مناسب فازهای کوارکی حذف کرد مگر آنکه به سراغ ماتریس 3×3 می‌رفتند و در نتیجه به سه نسل رهنمون شوند. فقط باید دید که آیا جمله δ در ماتریس KM که چشمه واقعی نقض CP در طبیعت است اما پیشگویی قبل از موقع سه نسل کاملاً تأیید شد.

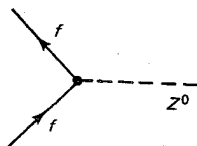
تجربه را در نظر می‌گیریم. کوشش اندکی صرف اندازه‌گیری دقیق این پارامترها شده است. تاکنون، فقط اندازه‌های آنها به دقت شناخته شده است [۶]:

$$|U_{ij}| = \begin{pmatrix} 0.9705 & -0.9770 & 0.21 & -0.24 & 0 & -0.14 \\ 0.21 & -0.24 & 0.971 & -0.973 & 0.36 & -0.70 \\ 0 & -0.24 & 0.36 & -0.69 & 0.997 & -0.999 \end{pmatrix} \quad (91-10)$$

مخلوط شدن نسل سوم (اجزای غیرقطری در سطر و ستون سوم)، چنانکه از طول عمر به غایت طولانی مزون B (10^{-12} ثانیه) به دست آمده است، درواقع، بسیار کوچک است.

۱۰-۶ برهم‌کنشهای ضعیف خنثی

در سال ۱۹۵۸ بلودمن [۷] پیشنهاد کرد که ممکن است برهم‌کنشهای ضعیف خنثی وجود داشته باشند که واسطه آنها عضو بدون باری از W ها- Z^0 باشد:



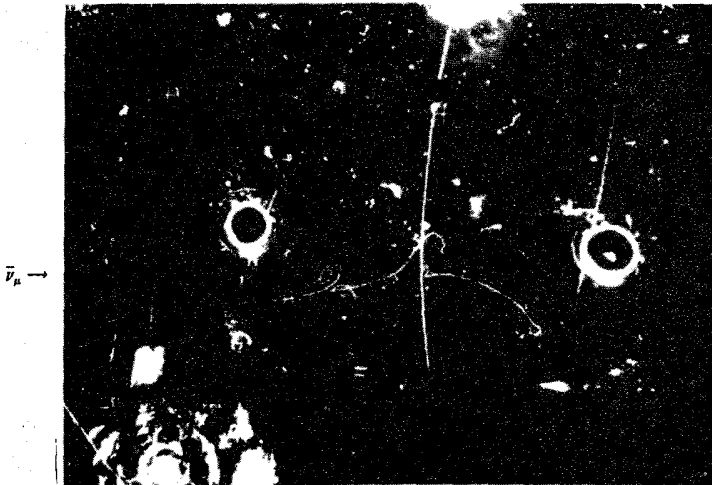
در اینجا f می‌تواند هر لپتون یا کوارکی باشد. با این حال، توجه کنید که همان فرمیونی که وارد شده است خارج می‌شود (درست مثل QED و QCD). مثلاً جفت شدگیهایی از نوع $\mu^- \rightarrow e^- + Z^0$. (که بایستگی اعداد موثونی و الکترونی را نقض می‌کند) یا $s \rightarrow d + Z^0$ (این فرایند خنثی با تغییر شگفتی به $\mu^+ + \mu^- \rightarrow K^0$ می‌انجامد که قبلاً گفتیم قویاً ممنوع است) مجاز نیستند*. در سال ۱۹۶۱ گلاشو [۸] اولین مقاله‌اش را در مورد وحدت برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی

* در مورد فرایندهای خنثی، فرق نمی‌کند که از حالتی فیزیکی (d, s, b) استفاده کنید یا از حالتی «خریده» کابیو» (d', s', b'). به طور کلی استدلال به صورت زیر است:

می‌دهد: $\mathcal{M} \sim \bar{d}' d' = \bar{d} d \cos^2 \theta_C + \bar{s} s \sin^2 \theta_C + (\bar{d} s + \bar{s} d) \sin \theta_C \cos \theta_C$

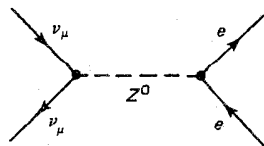
می‌دهد: $\mathcal{M} \sim \bar{s}' s' = \bar{d} d \sin^2 \theta_C + \bar{s} s \cos^2 \theta_C - (\bar{d} s + \bar{s} d) \sin \theta_C \cos \theta_C$

بنابراین جمع آن دو عبارت است از $\mathcal{M} \sim \bar{d}' d' + \bar{s}' s' = \bar{d} d + \bar{s} s$. پس دامنه خالص، پس از ترکیب هر دو نمودار، از هر کدام از حالتها که استفاده کنیم یکسان خواهد شد. (همین استدلال به سه نسل تعمیم می‌یابد، مادامی که ماتریس KM یکانی باشد).



شکل ۶-۱۰ اولین تصویر از فرایند ضعیف خنثی ($\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$) نوترینو از سمت چپ وارد می‌شود (بدون هیچ ردی) و با الکترونی که به صورت افقی به طرف راست در حرکت است، برخورد می‌کند، و دو فوتون (که در تصویر فقط هنگامی که زوج الکترون پوزیترون تولید می‌کند دیده می‌شود) گسیل می‌شود که همان طور که دیده می‌شود در میدان مغناطیسی اعمال شده مارپیچی به طرف داخل را می‌پیماید. (عکس از CERN).

منتشر کرد؛ نظریه او به وجود فرایندهای ضعیف خنثی نیاز داشت و ساختار آنها را تعیین کرده بود (نگاه کنید به بخش ۱۰-۷). در ۱۹۶۷، واینبرگ و سلام مدل گلاشو را به صورت «شکست خودبه‌خود نظریه پیمانه‌ای» فرمولبندی کردند [۹] و در سال ۱۹۷۱ توفت [۱۰] نشان داد که نظریه گلاشو-واینبرگ-سلام باز بهنجارپذیر است. پس دلایل نظری بسیار قانع‌کننده‌ای برای این فکر که برهم‌کنشهای ضعیف خنثی در طبیعت رخ می‌دهد وجود داشت، اما برای مدت طولانی هیچ داده تجربی که موید این امیدواری باشد وجود نداشت. سرانجام، در سال ۱۹۷۳ [۱۱] عکسی از اتاقک حباب در سرن (۶-۱۰) اولین دلیل قانع‌کننده برای واکنش $\bar{\nu}_\mu + e \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e$ را آشکار کرد که میانجیگری Z^0 را مطرح می‌کرد:

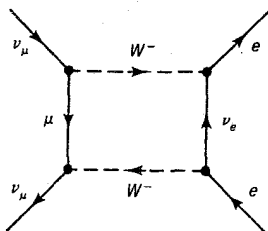


آزمایشهای مشابهی نیز حاکی از فرایند متناظر نوترینو-کوارک به شکل پراکندگی جامع نوترینو-نوکلئون بودند:

$$\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \bar{\nu}_\mu + X$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + X$$

سطح مقطعهای آنها حدود ثلث رویدادهای باردار مرتبط با آنها ($\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \mu^+ + X$) و ($\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$) بود که نشان می‌داد که اینها در واقع نوع جدیدی از برهم‌کنش ضعیف‌اند و نه فقط فرایندی از مرتبه بالاتر (که باید سطح مقطع بسیار کوچکتر داشته باشند).



نتایج CERN برای نظریه‌پردازان الکترو ضعیف، که به مدت چند سال منزوی شده بودند، دلگرم‌کننده بود. در ضمن یک سری آزمایشهای پراکندگی ناکشسان عمیق (در سرن) انجام شد که نه تنها ساختار بنیادی برهم‌کنشهای ضعیف خنثی و باردار، بلکه خود مدل کوآرک-پارتون را که مستقیماً از پراکندگی نوکلئون-الکترون (فرایندی الکترومغناطیسی) تا پراکندگی نوترینو-نوکلئون (فرایند ضعیف) به دست می‌آمد را نیز تأیید کرد [۱۲].

همان‌طور که دیده شد، جفت‌شدگی کوآرکها و لپتونها با W^\pm یک شکل « $V-A$ » عمومی است، عامل رأس همواره برابر است با

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad (\text{عامل رأس } W^\pm) \quad (92-10)$$

(درست است که جفت‌شدگی محوری به ساختارهای ترکیبی، نظیر یک پروتون، تعدیل می‌شود، اما این نتیجه برهم‌کنش قوی است — فرایند کوآرکی زیربنایی $V-A$ ناب است). جفت‌شدگی Z^0 به این سادگی نیست:

$$\frac{-ig_z}{2} \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) \quad (Z^0 \text{ عامل رأس}) \quad (93-10)$$

که در آن g_z ثابت جفت‌شدگی خنثی است و ضرایب c_V^f و c_A^f به کوآرک یا لپتون (f) خاص موجود بستگی دارد. مدل GWS، تمام این اعداد را یک پارامتر بنیادی θ_w ، موسوم به «زاویه اختلاط ضعیف» (یا «زاویه واینبرگ») تعیین می‌کند. نگاه کنید به جدول ۱-۱۰. به علاوه، ثابتهای جفت‌شدگی ضعیف به یکای بنیادی بار الکتریکی مربوط‌اند:

جدول ۱-۱۰ جفت‌شدگیهای بردار محوری و بردار خنثی در مدل GWS

c_A	c_V	f
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	ν_e, ν_μ, ν_τ
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin \theta_w$	e^-, μ^-, τ^-
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	u, c, t
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	d, s, b

$$g_w = \frac{g_e}{\sin \theta_w}, \quad g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \quad (94-10)$$

که g_e ثابت جفت‌شدگی الکترومغناطیسی (با یکاهای مناسب، بار یوزیترون) است. در بخش بعد خواهیم دید که این پیشگوییها از کجا آمده‌اند. مدل استاندارد هیچ راهی را برای محاسبه خود θ_w تأمین نمی‌کند؛ بلکه نظیر ماتریس KM، مقدار آن از تجربه به‌دست می‌آید:

$$\theta_w = 28.7^\circ \quad (\sin^2 \theta_w = 0.23) \quad (95-10)$$

به‌دست آوردن θ_w چالشی بزرگ برای هر نظریه‌ای است که از مدل استاندارد فراتر برود. در ضمن انتشارگر Z^0 [معادله (۱۰-۳)] عبارت است از

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2 c^2)}{q^2 - M_Z^2 c^2} \quad (96-10)$$

در حالت $q^2 \ll M_Z^2 c^2$ ، این عبارت تبدیل می‌شود به

$$\frac{i g_{\mu\nu}}{(M_Z c)^2} \quad (97-10)$$

سرانجام، جرمهای W^\pm و Z^0 با رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند

$$M_W = M_Z \cos \theta_w \quad (98-10)$$

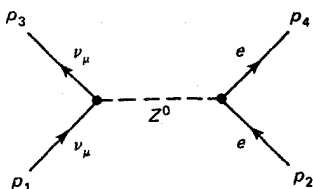
معادله‌های (۱۰-۹۳) - (۱۰-۹۸) پیشگوییهای بنیادی مدل GWS هستند. با معلوم بودن زاویه اختلاط ضعیف، می‌توانیم جرمهای W و Z را محاسبه کنیم (مسئله ۱۰-۱۷). کشف آنها توسط

رویا در سال ۱۹۸۳ در سرن با $M_W = 82 \text{ GeV}/c^2$ و $M_Z = 92 \text{ GeV}/c^2$ (همان‌طور که پیشگویی شده بود) دلیل قانع‌کننده‌ای برای مدل GWS بود [۱۳].

مثال ۱۰-۴

پراکندگی کشسان نوترینو-الکترون

در مثال ۱۰-۱ سطح مقطع فرایندی با میانجیگری W ، $\nu_\mu + e \rightarrow \nu_e + \mu$ را محاسبه کردیم. اکنون واکنش $\nu_\mu + e \rightarrow \nu_\mu + e$ را که میانجی‌اش Z^0 است بررسی می‌کنیم:



دامنه عبارت است از

$$\mathcal{M} = \frac{g_z^2}{\lambda(M_{ZC})^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)u(2)] \quad (99-10)$$

و بنابراین

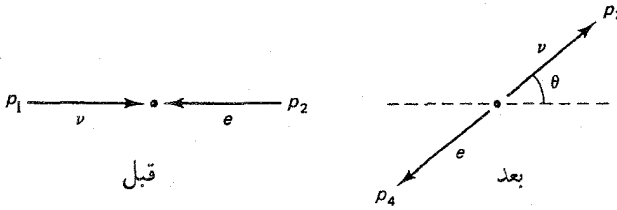
$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= 2 \left(\frac{g_z}{4M_{ZC}} \right)^4 \text{Tr}\{\gamma^\mu(1-\gamma^5)\not{p}_1\gamma^\nu(1-\gamma^5)\not{p}_2\} \\ &\quad \times \text{Tr}(\gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_2 + mc)\gamma_\nu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_1 + mc)) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{g_z}{M_{ZC}} \right)^4 \{ (c_V + c_A)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_1) \\ &\quad + (c_V - c_A)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_1) - (mc)^2 (c_V^2 - c_A^2)(p_1 \cdot p_2) \} \end{aligned} \quad (100-10)$$

که m جرم الکترون و c_V و c_A جفت‌شدگیهای ضعیف خنثی برای الکترون هستند. حال اگر به چارچوب CM برویم و جرم الکترون را نادیده بگیریم (یعنی قرار دهیم $m \rightarrow 0$) خواهیم داشت:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_z E}{M_{ZC}^2} \right)^4 \left[(c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (101-10)$$

که E انرژی الکترون (یا نوترینو)، و θ زاویه پراکندگی (شکل ۱۰-۷) است. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی [معادله (۴۲-۶)] عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2 \left(\frac{\hbar c}{\pi} \right)^2 \left(\frac{g_z}{4M_{ZC}^2} \right)^4 E^2 \left[(c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (102-10)$$



شکل ۷-۱۰ پراکندگی کشسان الکترون-نوترینو در CM .

و سطح مقطع پراکندگی کل (انتگرال‌گیری شده روی تمام زاویه‌ها) برابر است با

$$\sigma = \frac{2}{3\pi} (\hbar c)^2 \left(\frac{g_z}{2M_Z c^2} \right)^2 E^2 (c_V^2 + c_A^2 + c_V c_A) \quad (۱۰-۱۰۳)$$

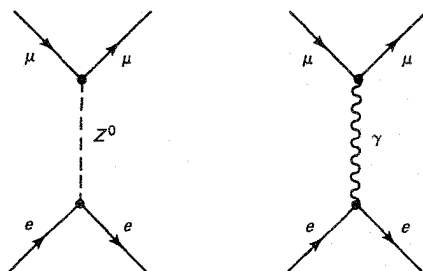
با قرار دادن مقادیر GWS بر c_V و c_A (از جدول ۱۰-۱)، و مقایسه نتیجه با مثال ۱۰-۱ [معادله (۱۰-۱۴)] درمی‌یابیم که برای انرژی‌های خیلی بیشتر از جرم موئون داریم

$$\frac{\sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-)}{\sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_e + \mu^-)} = \frac{1}{4} - \sin^2 \theta_w + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w = 0.9 \quad (۱۰-۱۰۴)$$

مقدار تجربی فعلی [۱۴] 0.8 ± 0.05 است که با توجه به 10% خطای اندازه‌گیری و خطای موجود در θ_w (تا اندازه‌ای کوچکتر)، دارای سازگاری عالی است.

شاید بپرسید چرا آشکارسازی آزمایشگاهی برهم‌کنشهای ضعیف خنثی این قدر به طول انجامید؛ یعنی ۱۵ سال فاصله بین تحقیقات نظری اولیه بلودمن و آزمایشهای قطعی در سرن وجود دارد. علت آن است که بیشتر فرایندهای ضعیف را فرایندهای الکترومغناطیسی رقیب «می‌پوشانند». مثلاً $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ می‌تواند یا با Z^0 مجازی یا با γ مجازی رخ می‌دهد (شکل ۱۰-۸)؛ در انرژی‌های کم سازوکار فوتون به شدت غالب است*. این دلیلی است بر آنکه چرا در ابتدا از پراکندگی نوترینو برای تأیید وجود برهم‌کنشهای ضعیف خنثی استفاده شد؛ نوترینوها جفت‌شدگی الکترومغناطیسی ندارند، بنابراین اثرات ضعیف پوشیده نمی‌ماند. اما آزمایشهای نوترینویی بسیار مشکل است؛ و این دلیل تأخیر بود. راه دیگر انجام آزمایشها در انرژی‌های بسیار زیاد است — به‌ویژه، در حوالی جرم Z^0 که مخرج انتشارگر Z^0 کوچک می‌شود

* با این حال، جالب توجه است که در هر فرایند الکترومغناطیسی آلودگی مختصری از فرایند ضعیف وجود دارد، زیرا Z^0 با هر آنچه که با آن جفت شود، جفت می‌شود. مثلاً پتانسیل کولنی بین الکترون و هسته‌ها در اتم با تبادل Z^0 اندکی تغییر می‌کند، و این موضوع در طیف اتمی قابل مشاهده است. همین‌طور، برهم‌کنش ضعیف سهم مختصری در پراکندگی الکترون-پروتون دارد. هر چند این اثرات ناچیزند، اما علامت‌گوییایی دارند که نقض پاریته است. (نگاه کنید به مرجع ۱۵).

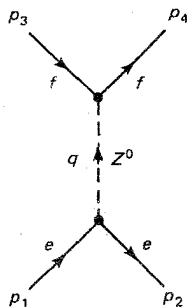

 شکل ۱۰-۸ سهمهای ضعیف و الکترومغناطیسی در $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

و برهم‌کنش «ضعیف» متناظر بزرگ می‌شود. در روزهای اولیه برآورد θ_w مشکل و در نتیجه جرم Z^0 کاملاً نامعین بود. اما در اواخر دههٔ هفتاد داده‌های آزمایشی متنوعی $\theta_w \approx 29^\circ$ را تعیین کردند که به $M_Z = 90 \text{ GeV}/c^2$ می‌انجامید (مسئله ۱۰-۱۷). این پیشگویی در سال ۱۹۸۳ به صورت تکان‌دهنده‌ای تأیید شد [۱۵] و باعث کوششهای فراوانی در ساختن برخورددهندهٔ الکترون-پوزیترون شد که در قلهٔ Z^0 عمل می‌کرد. [دوتا از این نوع وسایل عبارت‌اند از برخورددهندهٔ خطی استانفورد (SLC) در SLAC و LEP در سرن، که به ترتیب در ۱۹۸۷ و ۱۹۸۹ شروع به کار کردند.]

مثال ۱۰-۵

پراکندگی الکترون-پوزیترون نزدیک قطب Z^0

فرایند $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$ (شکل ۱۰-۹) را در نظر بگیرید، که در آن f می‌تواند هر کوارک یا


 شکل ۱۰-۹ پراکندگی الکترون-پوزیترون در حوالی قطب Z^0 .

لپتون باشد*. در اینجا از شکل تقریبی انتشارگر Z^0 [معادله (۹۷-۱۰)] استفاده نمی‌کنیم، زیرا دقیقاً به ناحیه $q^2 \approx (M_Z c)^2$ علاقه‌مندیم. دامنه عبارت است از

$$\mathcal{M} = - \frac{g_z^2}{4(q^2 - (M_Z c)^2)} [\bar{u}(4)\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) v(3)] \\ \times \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{(M_Z c)^2} \right) [\bar{v}(2)\gamma^\nu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) u(1)] \quad (105-10)$$

که $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. چون در حوالی 90 GeV کار می‌کنیم، می‌توانیم جرمهای کوارک و لپتون را نادیده بگیریم.** در این مورد جمله دوم سهمی در انتشارگر ندارد چون q_μ با γ^μ ادغام می‌شود و می‌دهد:

$$\bar{u}(4) \not{q} (c_V - c_A \gamma^5) v(3)$$

اما $\not{q} = \not{p}_3 + \not{p}_4$ و $\bar{u}(4) \not{p}_4 = 0$ (معادله دیراک (۹۴-۷) برای ذره بی‌جرم)، و به همین دلیل

$$\not{p}_3 (c_V - c_A \gamma^5) v(3) = (c_V + c_A \gamma^5) \not{p}_3 v(3) = 0$$

پس

$$\mathcal{M} = - \frac{g_z^2}{4[q^2 - (M_Z c)^2]} [\bar{u}(4)\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) v(3)] \\ \times [\bar{v}(2)\gamma_\mu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) u(1)] \quad (106-10)$$

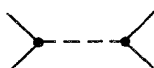
و نتیجه می‌شود که

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left[\frac{g_z^2}{4(q^2 - (M_Z c)^2)} \right]^2 \text{Tr} \{ \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) \not{p}_3 \gamma^\nu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) \not{p}_4 \} \\ \times \text{Tr} \{ \gamma_\mu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) \not{p}_1 \gamma_\nu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) \not{p}_2 \} \quad (107-10)$$

حال، اولین رد عبارت است از

$$(c_V^f + c_A^f) [p_3^\mu p_4^\nu + p_3^\nu p_4^\mu - g^{\mu\nu} (p_3 \cdot p_4)] - 2i c_V c_A \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} p_{3\lambda} p_{4\sigma} \quad (108-10)$$

* اما، نمی‌تواند الکترون باشد، زیرا در آن صورت باید نمودار زیر را نیز در نظر بگیریم.



** فرض کرده‌ام که $m_f \ll M_Z$ که بجز وقتی که f کوارک بالا باشد تقریب ایمنی است. آنچه که در حال حاضر می‌دانیم آن است که $m_t > 23 \text{ GeV}$.

و نظیر همین عبارت برای رد دوم وجود دارد، پس به‌دست می‌آوریم

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{2} \left[\frac{g_z^2}{q^2 - (M_Z c)^2} \right]^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2] [(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] \\
 &\quad \times [(p_1 \cdot p_2)(p_1 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2)] \\
 &\quad + 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e [(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) - (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2)] \} \quad (109-10)
 \end{aligned}$$

در چارچوب CM این رابطه تبدیل می‌شود به:

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \left[\frac{g_z^2 E^2}{(YE)^2 - (M_Z c^2)^2} \right]^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2] [(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] (1 + \cos^2 \theta) \\
 &\quad - 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \} \quad (110-10)
 \end{aligned}$$

که E انرژی هر یک از ذرات و θ زاویه پراکندگی است. پس سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی (۶-۴۲) عبارت است از:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{\hbar c g_z^2 E}{16\pi [(YE)^2 - (M_Z c^2)^2]} \right)^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2] [(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] (1 + \cos^2 \theta) \\
 &\quad - 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \} \quad (111-10)
 \end{aligned}$$

و سطح مقطع کل برابر است با

$$\sigma = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\hbar c g_z^2 E}{4[(YE)^2 - (M_Z c^2)^2]} \right)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2] [(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] \quad (112-10)$$

این رابطه نشان می‌دهد که σ در قطب Z^0 بینهایت می‌شود، یعنی وقتی انرژی کل (YE) به مقدار $M_Z c^2$ می‌رسد (یعنی درست وقتی که Z^0 در پوستهٔ جرمی‌اش قرار می‌گیرد). مسئله این است که در اینجا Z^0 را یک ذرهٔ پایدار در نظر گرفتیم، که چنین نیست. Z^0 دارای طول عمر معین τ_Z (که هنوز دقیقاً اندازه‌گیری نشده) است که تأثیر آن «پخش شدن» جرم آن است. می‌توان طول عمر را با اصلاح انتشارگر به حساب آورد [۱۶].

$$\frac{1}{q^2 - (M_Z c)^2} \rightarrow \frac{1}{q^2 - (M_Z c)^2 + i\hbar M_Z \Gamma_Z} \quad (113-10)$$

که Γ_Z آهنگ واپاشی ($\Gamma_Z = \frac{1}{\tau_Z}$) است. با این تعدیل سطح مقطع می‌شود

$$\sigma = \frac{(\hbar c g_z^2 E)^2}{48\pi} \frac{[(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2] [(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2]}{[(YE)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar M_Z c^2 \Gamma_Z)^2} \quad (114-10)$$

چون $\hbar\Gamma_Z \ll M_Z c^2$ ، تصحیح ناشی از متناهی بودن طول عمر Z^0 جز در نقاط بسیار نزدیک قطب Z^0 ، قابل چشمپوشی است، که تأثیر آن هموار کردن تیرک نامتناهی است. در فصل ۸ سطح مقطع را برای همین فرایند که واسطه‌اش فوتون بود محاسبه کردیم [معادله (۸-۶)]:

$$\sigma = \frac{(\hbar c g_e^f)^2 (Q^f)^2}{48\pi E^2} \quad (۱۱۵-۱۰)$$

که Q^f بار f برحسب e است. پس نسبت آهنگهای ضعیف به الکترومغناطیسی (مثلاً در تولید موئون عبارت است از

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \left\{ \frac{(\frac{1}{3} - 2\sin^2\theta_w + 4\sin^4\theta_w)^2}{(\sin\theta_w \cos\theta_w)^2} \right\} \times \frac{E^2}{[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar\Gamma_Z M_Z c^2)^2} \quad (۱۱۶-۱۰)$$

اگر از مقدار فعلی زاویه اختلاط ضعیف (۹۵-۱۰) استفاده کنیم، عامل داخل آکولاد تقریباً برابر ۲ می‌شود. در ناحیه به اندازه کافی زیر قطب Z^0 ($2E \ll M_Z c^2$) داریم

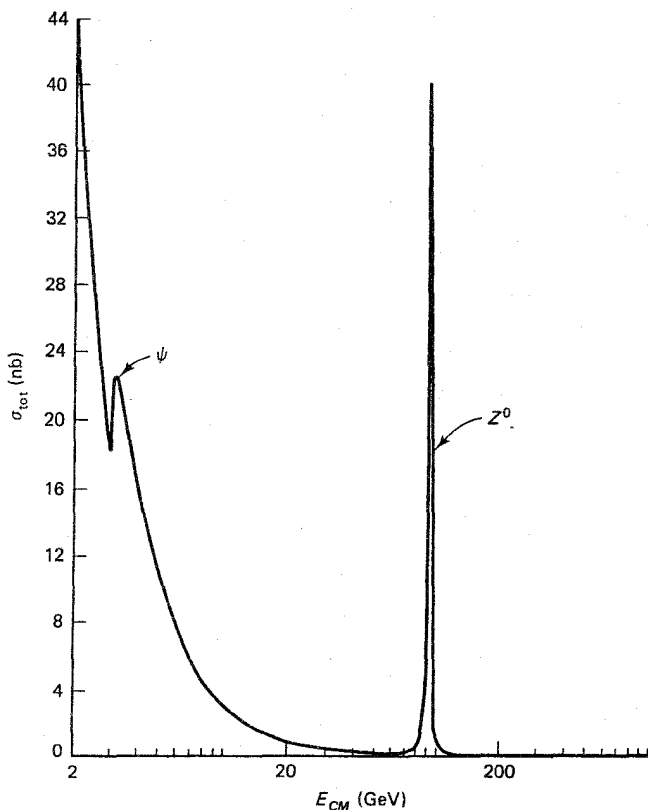
$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \cong 2 \left(\frac{E}{M_Z c^2} \right)^2 \quad (۱۱۷-۱۰)$$

و مسیر الکترومغناطیسی عالی می‌شود (در $2E = \frac{1}{3} M_Z c^2$ سهم برهم‌کنش ضعیف کمتر از ۱٪ است). اما درست روی قطب Z^0 ($2E = M_Z c^2$) داریم

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \cong \frac{1}{8} \left(\frac{M_Z c^2}{\hbar\Gamma_Z} \right) \quad (۱۱۸-۱۰)$$

طول عمر Z^0 به راحتی با استفاده از $\hbar\Gamma_Z = 2.5 \text{ GeV}$ برآورد می‌شود (مسئله ۱۰-۲) و به دست می‌آوریم $\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \cong 200$. بنابراین، در قطب Z^0 سازوکار ضعیف با ضریبی بالاتر از ۱۰۰ و احتمالاً بالاتر از ۱۰۰۰ ترجیح داده می‌شود* (شکل ۱۰-۱۰ را ببینید).

* موضوع مورد توجه دیگر «تداخل» الکترومغناطیسی-ضعیف است که هنگامی که دامنه‌های با هم ترکیب شوند رخ می‌دهد: $|\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z|^2 = |\mathcal{M}_\gamma|^2 + |\mathcal{M}_Z|^2 + 2 \text{Re}(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*)$. می‌دهد: حتی در انرژیهای زیر قطب Z^0 ، فراهم می‌آورد (هالزوم و مارتین، مرجع ۱۲، بخش ۱۳-۶ و مرجع ۱۵ را ببینید). در واقع، موفقیت آزمایشهای تداخل الکتروضعیف در ۱۹۷۸ اغلب نظریه‌پردازان را متقاعد کرد که مدل GWS درست است. برای روایتی دیگر نگاه کنید *Physics Today*, September 1978, p.17.



شکل ۱۰-۱۰ پراکندگی الکترون-پوزیترون در حوالی قطب Z^0 .

۱۰-۷ وحدت الکتروضعیف

۱۰-۷-۱۰ حالت‌های فرمیونی کایرال

اکنون همه ورق‌ها رو شده‌اند*؛ تنها چیزی که می‌ماند این است که توضیح دهیم پارامترهای GWS در جدول ۱۰-۱ و معادله‌های (۱۰-۹۴) تا (۱۰-۹۸) از کجا می‌آیند. هدف اولیهٔ گلاشو وحدت برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی و ضعیف به منظور ترکیب آنها در یک سیستم نظری واحد بود، به قسمی که به صورت پدیده‌های بی‌ربط ظاهر نشوند بلکه نشانه‌های متفاوت یک برهم‌کنش بنیادی «الکتروضعیف» باشند. در سال ۱۹۱۶ این یک پیشنهاد جسورانه بود [۱۷]. در وهلهٔ اول تفاوت فاحشی بین قدرت نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی وجود داشت. با این حال، همان‌طور که

* در مورد جفت‌شدگی‌های W و Z^0 ها با یکدیگر (یا W ها با فوتونها) بحثی نکردیم. قاعده‌ها شبیه همان قاعده‌های جفت‌شدگی گلوئون-گلوئون در QCD است و در پیوست «د» فهرست شده‌اند.

گلاشو و دیگران تأکید کردند این اختلاف را می‌توان ناشی از آن دانست که در برهم‌کنشهای ضعیف، واسطه‌ها ذرات بسیار سنگین هستند. البته این پاسخ بلافاصله به پرسش دومی می‌انجامد که: اگر واقعاً فقط یک برهم‌کنش بنیادی وجود دارد چرا میانجی الکترومغناطیسی (γ) بدون جرم است، در صورتی که میانجیهای ضعیف (W^\pm و Z^0) بسیار سنگین‌اند؟ گلاشو پاسخ مناسبی برای این پرسش نداشت (او با طفره رفتن می‌گفت که «این مشکلی است که باید نادیده بگیریم!»). راه حل را واینبرگ و سلام در ۱۹۶۷ به صورت «سازوکار هیگز» (فصل ۱۱) ارائه کردند (مراجع ۸ و ۹). سرانجام، تفاوت ساختاری بین عاملهای رأس ضعیف و الکترومغناطیسی وجود دارد که در اولین نگاه هرگونه امکان وحدت را منتفی می‌سازد: اولی برداری ناب است (γ^μ) در صورتی که دومی شامل قسمتهای برداری و بردار محوری است. به ویژه، جفت‌شدگی W^\pm به طور «بیشین» دارای ویژگی $V-A$ است ($\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$).

آخرین مشکل را با بردار هوشمندانه‌ای که ماتریس ($1 - \gamma^5$) را در اسپینور خود ذره ادغام می‌کند، برطرف می‌کنیم. به طور دقیق، تعریف می‌کنیم

$$u_L(p) \equiv \frac{(1 - \gamma^5)}{2} u(p) \quad (119-10)$$

شاخص پایین (L) موید «چپ‌گردی» است و برای «هلپسیته ۱-» است. با این حال، از جهاتی گمراه‌کننده است، زیرا به طور کلی u_L ویژه حالت هلپسیته نیست. در واقع، همان‌طور که به راحتی می‌توانید نشان دهید (نگاه کنید به مسئله ۱۰-۲۳)

$$\gamma^5 u(p) = \begin{pmatrix} \frac{c(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E + mc^2} & 0 \\ 0 & \frac{c(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E - mc^2} \end{pmatrix} u(p) \quad (120-10)$$

اگر ذره مورد بررسی بدون جرم باشد، آن‌گاه $E = |\mathbf{p}|c$ و

$$\gamma^5 u(p) = (\hat{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\Sigma}) u(p) \quad (121-10)$$

که مانند قبل

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \quad (122-10)$$

یادآور می‌شویم که [معادله (۷-۴۸)] $\hbar/2\Sigma$ ماتریس اسپین برای ذره دیراک است و بنابراین $(\hat{p} \cdot \Sigma)$ هلیسیته است، با ویژه مقادیرهای ± 1 .

$$\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u(p) = \begin{cases} 0, & \text{اگر } u(p) \text{ دارای هلیسیته } +1 \text{ باشد} \\ u(p), & \text{اگر } u(p) \text{ هلیسیته } -1 \text{ داشته باشد} \end{cases} \quad (m=0 \text{ برای}) \quad (10-123)$$

به طور کلی تر، $1/2(1 - \gamma^5)$ به عنوان «عملگر تصویر» عمل می‌کند که مؤلفه هلیسیته $1 - u(p)$ را برمی‌گزیند. از سوی دیگر، اگر ذره بدون جرم نباشد، فقط در ناحیه فرانسیتی ($E \gg mc^2$) معادله (۱۰-۱۲۱) (تقریباً) معتبر است و بنابراین فقط در این حد است که u_L (آن طور که با معادله (۱۰-۱۱۹) تعریف شد) دارای هلیسیته -1 است. با وجود این، همه u_L را حالت «چپگرد» می‌نامند و ما نیز از همین زبان متداول استفاده می‌کنیم*. در ضمن، برای پاد ذره معادله (۱۰-۱۲۱) به صورت زیر است

$$\gamma^5 v(p) = -(\hat{p} \cdot \Sigma)v(p) \quad (m=0 \text{ اگر}) \quad (10-124)$$

(نگاه کنید به مسئله ۱۰-۲۳) و بدین دلیل تعریف می‌کنیم

$$v_L(p) \equiv \frac{(1 + \gamma^5)}{2}v(p) \quad (10-125)$$

اسپینورهای «راستگرد» متناظر عبارت‌اند از:

$$u_R(p) \equiv \frac{(1 + \gamma^5)}{2}u(p), \quad v_R(p) \equiv \frac{(1 - \gamma^5)}{2}v(p) \quad (10-126)$$

و برای اسپینورهای الحاقی داریم:

$$\bar{u}_L = u_L^\dagger \gamma^0 = u^\dagger \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \frac{(1 + \gamma^5)}{2} = \bar{u} \frac{(1 + \gamma^5)}{2} \quad (10-127)$$

[به یاد داشته باشید که γ^5 هرمیتی است ($\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$) و با γ^μ پاد جابه‌جا می‌شود ($\gamma^\mu \gamma^5 = -\gamma^5 \gamma^\mu$)] همین طور

* لطفاً توجه داشته باشید که معادله (۱۰-۱۱۹) تعریف u_L است — هیچ‌کس اعتراضی به آن ندارد. تنها نگرانی نام‌گمراه‌کننده آن است. «چپگردی» به معنای «هلیسیته -1 » نیست، بجز موردی که جرم ذره ناچیز باشد.

جدول ۲-۱۰ اسپینورهای کایرال

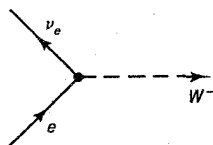
پادذرات	ذرات
$v_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)v$	$u_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)u$
$v_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)v$	$u_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)u$
$\bar{v}_L = \bar{v}\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)$	$\bar{u}_L = \bar{u}\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)$
$\bar{v}_R = \bar{v}\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)$	$\bar{u}_R = \bar{u}\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)$

m و R به ترتیب متناظر با هلیسیت $+1$ و -1 است اگر $m = 0$

باشد، و اگر $E \gg mc^2$ باشد تقریباً چنین است.

$$\bar{v}_L = \bar{v}\frac{(1 - \gamma^5)}{2}, \quad \bar{u}_R = \bar{u}\frac{(1 - \gamma^5)}{2}, \quad \bar{v}_R = \bar{v}\frac{(1 + \gamma^5)}{2} \quad (128-10)$$

این اسپینورهای مختلف را (که در جدول ۲-۱۰ آمده‌اند) حالت‌های «کایرال» فرمیونی می‌نامیم (از واژه یونانی برای «دست») تأکید می‌کنم که اینجا همه فقط نمادگذاری و اصطلاح‌شناسی است؛ و فقط به این دلیل مفید است که به ما اجازه می‌دهند تا برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را به شکل تازه‌ای که وحدت آنها را تسهیل کند در آوریم. برای شروع، جفت‌شدگی یک الکترون و نوترینو W^- را با W^- در نظر بگیرید (مثلاً آن‌طور که در معکوس واپاشی بتازای مثال ۱۰-۱ رخ می‌دهد):



سهم \mathcal{M} از این رأس از رابطه زیر به دست می‌آید

$$j_{\mu}^{-} = \bar{v}\gamma_{\mu}\left(\frac{1 - \gamma^5}{2}\right)e \quad (129-10)$$

(در اینجا e و ν نشانگر اسپینورهای ذرات‌اند؛ برای مدتی باید رد انواع مختلف ذرات را به دقت دنبال کنیم و $u_{\nu e}$ و غیره مایه زحمت می‌شوند). این کمیت (با بار منفی) «جریان» ضعیف نامیده می‌شود و همان‌طور که خواهیم دید نقشی شبیه جریان الکتریکی در QED را ایفا می‌کند. اکنون داریم:

$$\left(\frac{1 - \gamma^5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}[1 - 2\gamma^5 + (\gamma^5)^2] = \left(\frac{1 - \gamma^5}{2}\right) \quad (130-10)$$

$$\gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) = \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \quad (131-10)$$

پس

$$\gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) = \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \quad (132-10)$$

شاید بهبود چندانی به نظر نرسد، اما این رابطه ما را قادر می‌سازد تا معادله (۱۲۹-۱۰) را برحسب اسپینورهای کایرال، مرتب‌تر بنویسیم:

$$j_\mu^- = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L \quad (133-10)$$

اکنون عامل رأس ضعیف کاملاً برداری است — اما فقط الکترونهای چپگرد را به نوتروینوهای چپگرد جفت می‌کند. ولی تفاوت ساختای با رأس بنیادی در QED دارد؛ اما، می‌توانیم کار مشابهی را در اینجا انجام دهیم. توجه داشته باشید که

$$u = \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u + \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) u = u_L + u_R \quad (134-10)$$

(همین‌طور $\bar{u} = \bar{u}_L + \bar{u}_R$)، پس خود «جریان» الکترومغناطیسی را می‌توان برحسب اسپینورهای کایرال نوشت:

$$j_\mu^{em} = -\bar{e} \gamma_\mu e = -(\bar{e}_L + \bar{e}_R) \gamma_\mu (e_L + e_R) = -\bar{e}_L \gamma_\mu e_L - \bar{e}_R \gamma_\mu e_R \quad (135-10)$$

(برای اهداف بعدی بهتر است ضریب ۱-، برای به حساب آوردن بار منفی الکترون، وارد شود). توجه کنید که «عبارت ضربی» حذف می‌شود:

$$\bar{e}_L \gamma_\mu e_R = \bar{e} \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) e = \bar{e} \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) e \quad (136-10)$$

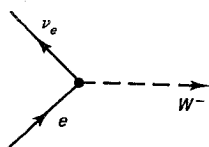
اما

$$(1 - \gamma^5)(1 + \gamma^5) = 1 - (\gamma^5)^2 = 0 \quad (137-10)$$

به نظر می‌رسد معادله‌های (۱۰-۱۳۳) و (۱۰-۱۳۵) چیزی باشند که با آنها شاید بتوان نظریه وحدت یافته را ساخت. درست است که جریان ضعیف فقط با حالت‌های چپگرد جفت می‌شود، در حالی که جریان الکترومغناطیسی با هر دو نوع حالت، اما سوای این آنها بسیار شبیه یکدیگرند. این فرمولبندی به قدری جذاب است که فیزیکدانان را برمی‌انگیزد تا فرمیونهای چپگرد و راستگرد را تقریباً ذرات متفاوت در نظر بگیرند*. از این نظر عامل $(1 - \gamma^2)/2$ در جفت‌شدگی ضعیف باردار ذرات شرکت‌کننده را مشخص می‌کند نه برهم‌کنش آنها را؛ مورد اخیر در همه موارد قوی، الکترومغناطیسی و ضعیف — برداری است.

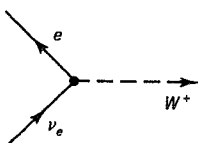
۱۰-۲. ایزواسپین و فوق بار ضعیف

علاوه بر جریان ضعیف دارای بار منفی زیر



$$j_{\mu}^{-} = \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L$$

که فرایند $e^{-} \rightarrow \nu_e + W^{-}$ را توصیف می‌کند، جریان دارای بار مثبتی نیز وجود دارد:



$$j_{\mu}^{+} = \bar{e}_L \gamma_{\mu} \nu_L$$

که نشانگر فرایند $\nu_e \rightarrow e^{-} + W^{+}$ است. می‌توان هر دو را با معرفی یک دوتایه چپگرد به صورت موجزتری بیان کرد،

* خطری در اینجا وجود دارد. شاید خودتان به این فکر افتاده باشید که مثلاً آیا الکترون چپگرد همان جرم الکترون راستگرد را دارد؛ یا با توجه به اینکه هیچ برهم‌کنش برداری نمی‌تواند یک ذره چپگرد را به ذره راستگرد جفت کند [معادله‌های (۱۰-۱۳۶) و (۱۰-۱۳۷) را ببینید]، شاید بپرسید چگونه این دو «دنیا» با هم ارتباط برقرار می‌کنند. همه این پرسشها ناشی از سوءتفاهم در مورد u_L و u_R است. مسئله این است که آنها در توصیف برهم‌کنشهای ذرات مفیدند، دستگردی در انتشار یک ذره آزاد پایسته نیست (مگر آنکه جرم صفر باشد). (رسماً γ^5 با هامیلتونی ذره آزاد جابه‌جا نمی‌شود). در حقیقت u_L و u_R در معادله دیراک صدق نمی‌کنند (مسئله ۱۰-۲۴). ذره‌ای که در آغاز چپگرد است خیلی زود یک مؤلفه راستگرد پیدا می‌کند. (در عوض، هلیسیت در انتشار ذره آزاد پایسته است). فقط برای فرمیونهای بدون جرم می‌توان اجزای راستگرد و چپگرد را به معنای واقعی کلمه ذراتی متمایز در نظر گرفت، و البته نوترینوهای راستگرد و چپگرد ذرات متمایز هستند؛ همان‌طور که می‌دانیم نوترینوهای راستگرد وجود ندارند.

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad (۱۳۸-۱۰)$$

و ماتریسهای 2×2 :

$$\tau^+ \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^- \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (۱۳۹-۱۰)$$

به طوری که

$$j_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L \quad (۱۴۰-۱۰)$$

با نمادگذاری موجزتری بیان کرد.

ماتریسهای τ^\pm ترکیبهای خطی دو ماتریس اول اسپین پائولی [معادله (۴-۲۶)] هستند:

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2) \quad (۱۴۱-۱۰)$$

(در اینجا به جای σ از τ استفاده کرده‌ام تا از اشتباه گرفتن احتمالی با اسپین معمولی اجتناب کنم). این بسیار شبیه ایزواسپین در فصل ۴ بخش ۴-۵ است که در آن پروتون و نوترون را در یک دوتایه مشابه با (۱۳۸-۱۰) قرار دادیم. در واقع، می‌توان در فکری تقارن کامل «ایزواسپین ضعیف»

بود اگر فقط یک جریان ضعیف سوم متناظر با $\frac{1}{2}\tau^3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ وجود می‌داشت:

$$j_\mu^3 = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2}\tau^3 \chi_L = \frac{1}{2}\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2}\bar{e}_L \gamma_\mu e_L \quad (۱۴۲-۱۰)$$

«عالی!» (ادعای شما را می‌شنوم). «جریان ضعیف خنثی وجود دارد!» زیاد تند نروید. این جریان فقط ذرات چپگرد را جفت می‌کند. به بیان قدیمی‌تر این جریان $V-A$ ناب است، در صورتی که در برهم‌کنش ضعیف خنثی مؤلفه‌های راستگرد نیز دخیل‌اند.

توجه به شباهت با ایزواسپین، ما را به در نظر گرفتن مشابه ضعیف فوق بار* (Y) رهنمون می‌شود، که با فرمول گلمان-نیشی جیما [معادله (۴-۳۷)] به بار الکتریکی (Q در آحاد e) و مؤلفه

* شما احتمالاً این کلمه را فراموش کرده‌اید، اما فوق بار اساساً همان شگفتی است، ولی در مورد باریونها فقط جابه‌جا شده است، پس سطر مرکزی در نمودار راه هشت‌تایه همواره دارای $Y = 0$ است. به بیان دقیق‌تر $Y = S + A$ که A عدد باریونی است.

سوم ایزواسپین (I^3) مربوط می‌شود:

$$Q = I^3 + \frac{1}{2}Y \quad (۱۴۳-۱۰)$$

اکنون جریان «فوق بار ضعیف» را وارد می‌کنیم.

$$j_\mu^Y = 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3 = -2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{\nu}_L\gamma_\mu \nu_L \quad (۱۴۴-۱۰)$$

تا جایی که به ایزواسپین مربوط می‌شود، این عبارت یک ساخت ناورد است، زیرا مورد اخیر به طور کلی کاری به مؤلفه‌های راستگرد ندارد، و خود ترکیب:

$$\bar{e}_L\gamma_\mu e_L + \bar{\nu}_L\gamma_\mu \nu_L = \bar{\chi}_L\gamma_\mu \chi_L$$

ناورد است*. گروه تقارن زیربنایی آن $SU(2)_L \otimes U(1)$ نامیده می‌شود؛ $SU(2)_L$ به ایزواسپین ضعیف (با شاخصی که دال بر آن است که فقط حالت‌های چپگرد دخیل‌اند) و $U(1)$ مربوط به فوق بار ضعیف (شامل هر دو خصلت کایرالی) است.

همه کارها را برحسب الکترون و نوترینوی آن انجام داده‌ایم، اما تعمیم آن به دیگر لپتونها و کوارکها امری بدیهی است. از دو تایه‌های چپگرد (در مورد کوارکها، کابییوی چرخیده)

$$\chi_L \rightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} d \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L \quad (۱۴۵-۱۰)$$

سه جریان ایزواسپین ضعیف:

$$j_\mu = \frac{1}{2}\bar{\chi}_L\gamma_\mu \tau \chi_L \quad (۱۴۶-۱۰)$$

و جریان فوق بار ضعیف

$$j_\mu^Y = 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3 \quad (۱۴۷-۱۰)$$

* اگر بخواهید می‌توانید فکر کنید که آنچه انجام داده‌ایم ترکیب کردن دو دوتایه ایزواسپین ضعیف برای ساختن یک ایزو سه‌تایه $\bar{\nu}_L e_L, (\bar{\nu}_L \nu_L - \bar{e}_L e_L), \bar{e}_L \nu_L$ [مانند (۵-۸۹)] و یک ایزو تک‌تایه $(\bar{\nu}_L \nu_L + \bar{e}_L e_L)$ [مانند (۵-۹۰)] است. سه‌تایه اول برای ساختن جریانهای ایزواسپین ضعیف j^\pm و j^3 به‌کار می‌رود و آخری همراه با یک موجود راستگرد جریان فوق بار ضعیف، j^Y ، را به‌وجود می‌آورد.

را می‌سازیم که j_μ^{em} جریان الکتریکی است:

$$j_\mu^{em} = \sum_{i=1}^2 Q_i (\bar{u}_{iL} \gamma_\mu u_{iL} + \bar{u}_{iR} \gamma_\mu u_{iR}) \quad (۱۴۸-۱۰)$$

(جمع روی ذرات دوتایه با بار الکتریکی Q_i انجام شده است).*

۱۰-۷-۳ اختلاط الکتروضعيف

حال، مدل GWS مدعی است که سه جریان ایزواسپین ضعيف، با قدرت g_w ، به ایزو سه‌تایه ضعيف بوزونهای برداری میانه، W جفت می‌شود، در صورتی که جریان فوق بار ضعيف با قدرت $g'/2$ با ایزو تک‌تایه بوزونهای برداری میانه، B جفت می‌شود:

$$-i \left[g_w \mathbf{j}_\mu \cdot \mathbf{W}^\mu + \frac{g'}{2} j_\mu^Y B^\mu \right] \quad (۱۴۹-۱۰)$$

این ساختار اساسی همه الکترودینامیک و همه برهم‌کنشهای ضعيف را در بردارد. حروف سیاه نشانگر سه بردار در فضای ایزواسپین ضعيف است؛ ضرب نقطه‌ای را می‌توان به صورت صریح زیر نوشت:

$$\mathbf{j}_\mu \cdot \mathbf{W}^\mu = j_\mu^1 W^{\mu 1} + j_\mu^2 W^{\mu 2} + j_\mu^3 W^{\mu 3} \quad (۱۵۰-۱۰)$$

یا، برحسب جریانه‌های باردار، $j_\mu^\pm = j_\mu^1 \pm i j_\mu^2$:

$$\mathbf{j}_\mu \cdot \mathbf{W}^\mu = (1/\sqrt{2}) j_\mu^+ W^{\mu +} + (1/\sqrt{2}) j_\mu^- W^{\mu -} + j_\mu^3 W^{\mu 3} \quad (۱۵۱-۱۰)$$

* شاید برسید چه تفاوتی بین ایزواسپین ضعيف (و فوق بار) و همتهای معمولی آنها («قوی») وجود دارد. به خصوص این پرسش هنگامی بجاست که به کوارکهای سبک پردازیم: دوتایه ایزواسپین ضعيف $\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$ است، در صورتی که

دوتایه ایزواسپین قوی $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ است. سؤالی نسبتاً مشابه: آیا چیزی در این هست؟ خیر. روی هم رفته (i) ایزواسپین ضعيف در مورد لیتونها و کوارکها به کار می‌رود (و بر هر سه نسل کوارکی)؛ (ii) ایزواسپین ضعيف فقط شامل خصلت کایرالی چپگرد است (همه حالت‌های راستگرد تک‌تایه‌اند. یعنی تا آنجا که به ایزواسپین ضعيف مربوط می‌شود ناوردا هستند)؛ (iii) ایزو دوتایه‌ها کایبو-چرخیده‌اند. به‌طور ساده، ایزواسپین قوی و ایزواسپین ضعيف، بجز در مورد ساختار ریاضی مشترک، ربطی به هم ندارند (که از این نظر مانند بسیاری سیستمهای دیگر، نظیر اسپین ۱/۲ هستند) و (شاید متأسفانه) نام مشترکی دارند.

که

$$W_{\mu}^{\pm} \equiv (1/\sqrt{2})(W_{\mu}^1 \mp iW_{\mu}^2) \quad (152-10)$$

توابع موج نشانگر ذرات W^{\pm} هستند.

اکنون می‌توان جفت‌شدگیهای به W^{\pm} را از ضرایب W_{μ}^{\pm} در عبارت (۱۴۹-۱۰) به دست آورد. برای مثال در فرایند $e^{-} \rightarrow \nu_e + W^{-}$ داریم $j_{\mu}^{-} = \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L = \bar{\nu} \gamma_{\mu} [(1 - \gamma^5)/2] e$ داریم $e^{-} \rightarrow \nu_e + W^{-}$ (معادله (۱۲۹-۱۰) را ببینید)، عبارت

$$-ig_w(1/\sqrt{2})j_{\mu}^{-}W^{\mu-} = -\frac{ig_w}{2\sqrt{2}}[\bar{\nu}\gamma_{\mu}(1 - \gamma^5)e]W^{\mu-} \quad (153-10)$$

را می‌دهد. عامل رأس عبارت است از:

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma_{\mu}(1 - \gamma^5) \quad (154-10)$$

که درست چیزی است که با آن شروع کردیم [معادله (۵-۱۰)].

اما تقارن زیربنایی $SU(2)_L \otimes U(1)$ در نظریهٔ GWS «شکسته» می‌شود: دو حالت خنثی، W^3 و B ، «آمیخته» می‌شوند و یک ترکیب خطی بدون جرم (فوتون) و یک ترکیب خطی سنگین (Z^0) را که متعامدند تولید می‌کنند:

$$\begin{aligned} A_{\mu} &= B_{\mu} \cos \theta_w + W_{\mu}^3 \sin \theta_w \\ Z_{\mu} &= -B_{\mu} \sin \theta_w + W_{\mu}^3 \cos \theta_w \end{aligned} \quad (155-10)$$

(اکنون می‌بینید که چرا θ_w «زاویهٔ اختلاط ضعیف» نام گرفته است.) پس قسمت خنثی برهم‌کنش الکترو ضعیف (۱۴۹-۱۰) برحسب حالت‌های فیزیکی (Z^{μ} و A^{μ}) عبارت خواهد شد از:

$$\begin{aligned} -i \left[g_w j_{\mu}^3 W^{\mu 3} + \frac{g'}{2} j_{\mu}^Y B^{\mu} \right] &= -i \left\{ \left[g_w \sin \theta_w j_{\mu}^3 + \frac{g'}{2} \cos \theta_w j_{\mu}^Y \right] A^{\mu} \right. \\ &\quad \left. + \left[g_w \cos \theta_w j_{\mu}^3 - \frac{g'}{2} \sin \theta_w j_{\mu}^Y \right] Z^{\mu} \right\} \end{aligned} \quad (156-10)$$

البته می‌دانیم که جفت‌شدگی الکترومغناطیسی، به زبان فعلی عبارت است از

$$-ie j_{\mu}^{em} A^{\mu} \quad (157-10)$$

در ضمن، از معادله (۱۴۷-۱۰) داریم، $j_\mu^{em} = j_\mu^z + 1/2 j_\mu^Y$. بدیهی است که سازگاری نظری وحدت یافته الکتروضعیف با QED معمولی ایجاب می‌کند که

$$g_w \sin \theta_w = g' \cos \theta_w = g_e \quad (158-10)$$

ثابت‌های جفت‌شدگی الکترومغناطیسی و ضعیف مستقل از هم نیستند. فقط جفت‌شدگی ضعیف با Z^0 باقی می‌ماند. با استفاده از معادله‌های (۱۴۷-۱۰)، (۱۵۶-۱۰) و (۱۵۸-۱۰)، به‌دست می‌آوریم:

$$-ig_z(j_\mu^z - \sin^2 \theta_w j_\mu^{em})Z^\mu \quad (159-10)$$

که

$$g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \quad (160-10)$$

از عبارت (۱۵۹-۱۰) می‌توانیم جفت‌شدگی‌های ضعیف خنثی را به‌دست آوریم. مثلاً فرایند $\nu_e \rightarrow \nu_e + Z^0$ منحصرأ ناشی از جمله j_μ^z است؛ با رجوع به معادله (۱۴۲-۱۰)، داریم

$$-i\frac{g_z}{2}(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L)Z^\mu = -\frac{ig_z}{2}\left[\bar{\nu}\gamma_\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu\right]Z^\mu$$

و بنابراین جفت‌شدگی‌های برداری و بردار محوری [معادله (۹۳-۱۰)] عبارت‌اند از $c_V^\nu = c_A^\nu = \frac{1}{2}$. به‌دست آوردن بقیه اجزای جدول ۱-۱۰ را به خواننده وامی‌گذارم.* (مسئله ۱۰-۲۶).

سرانجام، این پرسش مطرح می‌شود که چرا تقارن زیربنایی $SU(2)_L \otimes U(1)$ برهم‌کنش‌های الکتروضعیف «شکسته» می‌شود — چرا حالت‌های B و W^\pm «مخلوط» می‌شوند؟ [معادله (۱۵۵-۱۰)] — تا Z^0 و فوتون را بسازند؟ اگر هر دوی برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی و ضعیف تجلی یک نیروی الکتروضعیف‌اند، چرا واسطه‌های ضعیف (W^\pm و Z^0) تا این اندازه سنگین شده‌اند، در صورتی که واسطه الکترومغناطیسی (γ) بدون جرم است؟ به این مطالب در فصل بعد می‌پردازیم.

* چون زاویه اختلاط ضعیف در مدل GWS تعیین نشده است، اثر آن در دو ثابت جفت‌شدگی مثلاً g_w و g_e با g_z باقی می‌ماند؛ از این جهت این نظریه کاملاً نظریه وحدت یافته نیست، اما یک نظریه مرکب از برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی و ضعیف است.

مراجع و یادداشتها

1. N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 531 (1963).

۲. برای محاسبات مفصل‌تر در نظریه برهم‌کنش ضعیف به رساله کلاسیک در

Theory of Weak Interactions in Particl Physics; R. E. Marshak, Riazuddin, and C. P. Ryan (New York: Wiley, 1969)

مراجعه کنید یا به متن مختصر در

Weak Interactions; E. D. Commins; (New York: McGraw-Hill, 1973)

برای مروری به روز برهم‌کنشهای ضعیف در مدل کوارکی نگاه کنید به

J. F. Donoghue, E. Golowich, and B. Holstein, *Phys. Rep.* **131**, 319 (1986)

یا

E. D. Commins and P. H. Bucksbaum: *Weak Interactions of Leptons and Quarks* (Cambridge Univ. Press , 1983).

3. S. L. Glashow, J. Illiopoulos, and L. Maiani, *Phys. Rev.* **D2**, 1585 (1970).

این مقاله و مقاله‌های بنیادی دیگر در مورد نظریه برهم‌کنش ضعیف در کتاب زیر دوباره چاپ شده‌اند.

Gauge Theory of Weak and Electromagnetic Interactions, C. H. Lai, ed. (Singapore: World Scientific, 1981).

4. M.Kobayashi and K.Maskawa, *Prog.Theor.Phys.* **49**, 652 (1973).

۵. مؤلفهای مختلف از قراردادهای مختلفی در نوشتن ماتریس KM استفاده کرده‌اند؛ من نمادگذاری L.-L.Chau, *Phys. Rep*, **95**, 2(1083) را دنبال کرده‌ام.

6. F. J. Gilman, *Rev. Mod. Phys.* **56**, S297 (1984).

برای بحث مفیدی در مورد ماتریس KM نگاه کنید به کتاب زیر:

Gauge Theory of Elementary Particle Physics, T.- P. Cheng and L.-F. Li (New York: Oxford, 1984), Sect. 12.2.

7. S. A. Bludman, *Nuovo Cimento* **9**, 443 (1958).

از جهتی فرایند نموده در شکل (۱۰-۴) یک برهم‌کنش ضعیف خنثی است، زیرا s و d دارای بار مشابه‌اند. با این حال، کلمه «خنثی» را برای برهم‌کنشهای ضعیفی که واسطه آنها Z^0 است نگه می‌داریم.

۸. در مرجع ۳ نیز چاپ شده است.

S. L. Glashow. *Nucl. Phys.* **22**, 579 (1961).

9. S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967); A. Salam, *Elementary Particle Theory*, N. Svartholm, ed. (Stockholm: Almquist and Wiksell, 1968).

چاپ شده در مرجع ۳.

10. G. 't Hooft. *Nucl. Phys.* **B33**, 173 (1971) and **B35**, 167 (1971).

چاپ شده در مرجع ۳.

11. F. J. Hasert et al., *Phys. Lett.* **46B**, 138

۱۲. برای مثال، کتابهای زیر را ببینید:

D. H. Perkins, *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. (Reading MA: Addison-Wesley, 1982), Sect. 8.8.2; I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics* (Bristol: Adam Hilger, 1982) Sect. 6. 2; F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984), Sects. 12.7 and 12.10; F. E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons* (London: Academic, 1979), Sect. 11.3.

13. G. Arnison, et al., *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983) and **126B**, 398 (1983).

برای مروری بر این اکتشافات مقاله:

E. Radermacher, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **14**, 231 (1985)

را ببینید.

۱۴. داده‌های مربوط به $\nu_\mu + \bar{e} \rightarrow \nu_e + \mu^-$ از

F. Bergsma et al., *Phys. Lett.* **122B**, 465 (1983)

و داده‌ها مربوط به $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + \bar{e}$ از

R. H. Heisterberg et al., *Phys. Rev. Lett.* **44**, 635 (1980)

اقتباس شده‌اند. (داده‌های اولیه)

P. Alibrán et al., *Phys. Lett.* **74B**, 422 (1978)

که با مدل GWS ناسازگار بود، غلط بودند، هر چند در آن زمان باعث نگرانی شدند؛ این داده‌ها را

N. Armenise et al. *Phys. Lett.* **86B**, 225 (1979)

تصحیح کرد).

15. E. N. Fortson and L. Wilets, *Advances in Atomic and Molecular Physics*, **16**, 319 (1980); C. Y. Prescott et al., *Phys. Lett.* **77B**, 347 (1978) and **84B**, 524 (1979); S. L. Wu, *Phys. Rep.* **107**, 229 (1984).

۱۶. برای مثال نگاه کنید به کتاب زیر:

H. Frauenfelder and E. M. Henley, *Subatomic physics*, (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1974), Sect. 5. 7.

۱۷. حتی جسورانه‌تر در سال ۱۹۵۷، هنگامی بود که شوئینگر کار بنیادی اساسی‌اش را در مورد این نظریه نوشت:

J. Schwinger, *Ann. Phys. (NY)* **2**, 407 (1957).

چاپ شده در مرجع ۳.

مسائل

۱-۱۰ الف) $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ را برای $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$ با استفاده از جفت‌شدگی کلی‌تر $\gamma^\mu(1 + \epsilon\gamma^5)$ حساب کنید. تحقیق کنید که جواب شما برای $\epsilon = -1$ به معادله (۱۱-۱۰) تبدیل می‌شود.

$$\sum_{\text{اسپینها}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{g_w}{M_{WC}} \right)^4 [(1 - \epsilon^2)(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (1 + \epsilon\epsilon^2 + \epsilon^4)(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)] \quad \text{[پاسخ]}$$

(ب) قرار دهید $m_e = m_\mu = 0$ و سطح مقطع دیفرانسیلی را در CM محاسبه کنید. سطح مقطع کل را نیز بیابید.

(ج) اگر داده‌های دقیقی از این واکنش داشتید، چگونه می‌توانستید ϵ را تعیین کنید؟
 ۱۰-۲ طول عمر لپتون τ را حساب کنید. آن را با نتایج تجربی مقایسه کنید. (فرض کنید که جرم موئون در مقایسه با m_τ ناچیز است. آیا داده‌های تجربی این تقریب را تأیید می‌کند؟)
 ۱۰-۳ فرض کنید برهم‌کنش ضعیف برداری ناب بود (چنانکه فرمی فرض کرده بود). آیا می‌توانستید همچنان نموداری را که در شکل ۱۰-۱ نشان داده شده است به‌دست آورید؟
 ۱۰-۴ از جفت‌شدگی $\gamma^\mu(1 + \epsilon\gamma^5)$ برای $n \rightarrow p + W$ و $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$ برای لپتون‌ها استفاده کنید و دامنهٔ میانگین‌گیری شده روی اسپین را برای واپاشی بتازای نوترون حساب کنید. نشان دهید هنگامی که $\epsilon = -1$ باشد، نتیجه به معادلهٔ (۱-۴۳) تبدیل می‌شود.

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{g_w}{M_{WC}} \right)^2 [(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2)(1 - \epsilon)^2 + (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2)(1 + \epsilon)^2 - (1 - \epsilon^2)m_p m_n c^2 (p_2 \cdot p_2)]$$

[پاسخ:]

۱۰-۵ (الف) معادلهٔ (۱۰-۵۵) را به‌دست آورید. (ب) معادلهٔ (۱۰-۶۱) را به‌دست آورید.
 ۱۰-۶ در متن درس گفته شد که انرژی الکترون در واپاشی نوترون در حدود $(m_n - m_p)c^2$ است. این دقیق نیست، زیرا این رابطه از انرژی جنبشی پروتون و نوترون را نادیده می‌گیرد. کدام پیکربندی سینماتیکی بیشینهٔ انرژی الکترون را می‌دهد؟ با استفاده از پایستگی انرژی و تکانه را انرژی بیشینهٔ الکترون را به‌صورت دقیق تعیین کنید.

$$[(m_n^2 - m_p^2 + m_e^2)c^2 / 2m_n]$$

[پاسخ:]

این مقدار چقدر از جواب تقریبی دور است (درصد خطا چقدر است)؟
 ۱۰-۷ (الف) از معادلهٔ (۱۰-۶۲) انتگرال بگیرید تا معادلهٔ (۱۰-۶۳) را به‌دست آورید.
 (ب) تقریبی مناسب برای $\Delta m = (m_n - m_p)$ و $m_e \ll \Delta m$ را به‌کار ببرید. دقت کنید که اکنون m_e اینک حذف می‌شود. Z.

۱۰-۸ معادلهٔ (۱۰-۶۵) را به‌دست آورید.
 ۱۰-۹ کمترین طول موج دوبروی $W(\lambda = \frac{h}{p})$ را در واپاشی نوترون بیابید و آن را با قطع نوترون ($\sim 10^{-13}$ cm) مقایسه کنید. [پاسخ: بیشینهٔ $|p| = 1.18 \text{ MeV}/c$ هنگامی رخ می‌دهد که p و e در خلاف جهت یکدیگر گسیل شوند، پس کمینهٔ $\lambda = 10^{-10}$ cm است).
 ۱۰-۱۰ با استفاده از روشهای مثال ۷-۸ و بخش ۹-۳ واپاشی π^- را به عنوان فرایند پراکندگی تحلیل کنید. آهنگ واپاشی را محاسبه کنید و با مقایسهٔ جواب خود با آنچه در متن درس به‌دست

آمده است، فرمولی برای f_π برحسب $|\psi(0)|^2$ به‌دست آورید. فرض کنید $m_u = m_d = m$.

$$\left[f_\pi^2 = \frac{4\hbar^2 m}{m_\pi^2 c} \cos^2 \theta_C |\psi(0)|^2 \quad \text{پاسخ:} \right]$$

۱۰-۱۱ نشان دهید اگر $mc^2 \ll E$

$$\gamma^5 u \cong \begin{pmatrix} \sigma \cdot \hat{p} & 0 \\ 0 & \sigma \cdot \hat{p} \end{pmatrix} u$$

u اسپینور ذره است که در معادلهٔ دیراک صدق می‌کند:

$$u = \begin{pmatrix} u_A \\ \frac{c(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E + mc^2} u_A \end{pmatrix}$$

که $E > 0$. [معادلهٔ (۷-۳۶)]. بنابراین نشان دهید که ماتریس تصویر

$$P_\pm \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$$

مؤلفه‌های ± 1 هلیسیتیته u را به‌دست می‌دهد:

$$\Sigma \cdot \hat{p}(P_\pm u) = \pm(P_\pm u)$$

۱۰-۱۲ نسبت آهنگهای واپاشی $K^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ و $K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ را حساب کنید.

طول عمر مشاهده شدهٔ K^- $10^{-8} \times 1.2$ ثانیه است و ۶۴٪ ذرات K^- در شاخهٔ $\mu^- + \bar{\nu}_\mu$ واپاشیده می‌شود. ثابت واپاشی کاتون f_K را برآورد کنید.

۱۰-۱۳ آهنگ واپاشی را برای فرایندهای زیر محاسبه کنید:

$$\Sigma^- \rightarrow \Lambda + e + \bar{\nu}_e \quad (\text{ب}) \quad \Sigma^+ \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e \quad (\text{الف})$$

$$\Lambda \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e \quad (\text{د}) \quad \Xi^- \rightarrow \Xi^- + e + \bar{\nu}_e \quad (\text{ج})$$

$$\Xi^+ \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e \quad (\text{و}) \quad \Sigma^- \rightarrow n + e + \bar{\nu}_e \quad (\text{ه})$$

فرض کنید جفت‌شدگی همواره $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$ است — یعنی، تصحیح برهم‌کنش قوی بر جفت‌شدگی محوری را نادیده بگیرید — اما ضریب کایبو را فراموش نکنید. آنها را با نتایج تجربی مقایسه کنید (در صورت در دسترس بودن).

۱۴-۱۰ (الف) نشان دهید مادامی که ماتریس KM یکانی است ($U^{-1} = U^{\dagger}$) سازوکار GIM برای حذف $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ برای هر سه (یا هر تعداد از) نسلها کار می‌کند.

(ب) چند پارامتر حقیقی مستقل در ماتریس یکانی 3×3 عمومی وجود دارد؟ در ماتریس $n \times n$ یکانی چندتا؟

در تغییر فاز تابع موج هر کوارک آزادیم (بهنجارش u فقط $|N|^2$ را تعیین می‌کند؛ مسئله ۳-۷ را ببینید)، پس $2n$ تا از این پارامترها اختیاری‌اند — یا بهتر $(2n - 1)$ زیرا تغییر فاز تابع موج همه کوارکها به یک مقدار هیچ اثری در U ندارد. سؤال: آیا می‌توانیم ماتریس KM را به ماتریس حقیقی تقلیل دهیم (اگر این ماتریس حقیقی و یکانی باشد، آن‌گاه متعامد است: $U^{-1} = \bar{U}$).

(ج) چند پارامتر حقیقی مستقل در ماتریس متعامد عمومی 3×3 (حقیقی) وجود دارد؟ در ماتریس $n \times n$ چطور؟

(د) پس پاسخ چیست؟ آیا می‌توان ماتریس KM به ماتریس حقیقی تبدیل کرد؟ در مورد حالتی فقط با دو نسل ($n = 2$) چطور؟

۱۵-۱۰ نشان دهید ماتریس KM (10^{-9} – 10^{-10}) برای هر عدد حقیقی $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ و δ یکانی است.

۱۶-۱۰ فرض کنید از مزون $(t\bar{d})T^+$ شروع کرده‌اید. با معلوم بودن معادله (10^{-9} – 10^{-10})، محتمل‌ترین رشته واپاشی کدام است؟ [پاسخ: با کنار گذاشتن پیونها یا لپتونها، انتظار داریم: $T^+ \rightarrow B^0 \rightarrow D^+ \rightarrow \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+$].

۱۷-۱۰ از مقدار ثابت فرمی G_F (معادله (10^{-5} – 10^{-4})) و θ_w (معادله (10^{-1} – 10^{-2})) استفاده کنید و جرم W^{\pm} و Z^0 را در نظریه GWS «پیش‌بینی» کنید. نتیجه را مقادیر تجربی مقایسه کنید.

۱۸-۱۰ در مثال ۴-۱۰ به جای نوترینوهای الکترون از نوترینوهای موئون استفاده کردیم. واقعیت آن است که تولید باریکه‌های ν_{μ} و $\bar{\nu}_{\mu}$ آسان‌تر از تولید باریکه‌های ν_e و $\bar{\nu}_e$ است، اما یک دلیل نظری هم وجود دارد که چرا $\nu_{\mu} + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ ساده‌تر از $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ یا $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$ توضیح دهید.

۱۹-۱۰ (الف) سطح مقطع دیفرانسیلی و کل را برای $\bar{\nu}_{\mu} + e^- \rightarrow \bar{\nu}_{\mu} + e^-$ در مدل GWS محاسبه کنید.

[پاسخ: همانند معادله (10^{-3} – 10^{-1}) فقط با این تفاوت که علامت c_{ACV} عکس می‌شود. نگاه کنید به معادله ۴۹-۱۳ مرجع ۱۲].

(ب) نسبت $\sigma(\bar{\nu}_{\mu} + e^- \rightarrow \bar{\nu}_{\mu} + e^-) / \sigma(\nu_{\mu} + e^- \rightarrow \nu_{\mu} + e^-)$ را بیابید. فرض کنید انرژی به اندازه‌ای زیاد است که می‌توانید قرار دهید: $m_e = 0$.

۱۰-۲۰ (الف) آهنگ واپاشی را برای $Z^0 \rightarrow f + \bar{f}$ در آن f هر کوارک یا لپتونی می‌تواند باشد. فرض کنید f (در مقایسه با Z) بسیار سبک است، یعنی جرم قابل چشم‌پوشی است.

$$\left[\Gamma(Z^0 \rightarrow f + \bar{f}) = \frac{g_z^2 M_Z c^2}{48\pi\hbar} (|c_V^f|^2 + |c_A^f|^2) \right] \text{ پاسخ:}$$

(ب) فرض کنید که اینها مدهای واپاشی غالب هستند، نسبتهای انشعاب را برای هر قطعه کوارک و لپتون بیابید (به یاد داشته باشید که کوارکها در سه رنگ ظاهر می‌شوند). فرض کنید $M_Z < 2m_t$ و تقریب به کار رفته در (الف) حتی برای t نیز معتبر است.

[پاسخ: ۳٪ برای هر e, μ, τ ; ۶٪ برای هر ν_e, ν_μ, ν_τ ; ۱۰٪ برای هر t, c, u ; ۱۴٪ برای هر b, s, d].
(ج) طول عمر Z^0 را محاسبه کنید. اگر نسل چهارمی وجود می‌داشت، این طول عمر چقدر تغییر می‌کرد؟ (دقت کنید که اندازه‌گیری دقیق طول عمر Z^0 معلوم می‌کند که چند کوارک و لپتون می‌تواند جرم کمتر از $45 \text{ GeV}/c^2$ داشته باشد).

۱۰-۲۱ R (نسبت کل تولید زوج کوارک به تولید زوج موئون در پراکندگی e^+e^-) را هنگامی که واسطه فرایند Z^0 باشد برآورد کنید. برای استدلال فرض می‌کند کوارک بالا بسیار سبک است، پس می‌توان معادله (۱۰-۱۱۲) را به کار بست. رنگ را فراموش نکنید.

۱۰-۲۲ نسبت در معادله (۱۰-۱۱۶) را برحسب انرژی کل ($2E$) رسم کنید. از ۲ برای عبارت داخل آکولاد و $90 \text{ GeV} = M_Z c^2$ و $25 \text{ GeV} = \hbar\Gamma_Z$ استفاده کنید.

۱۰-۲۳ با استفاده از (۷-۳۶) معادله (۱۰-۱۲۰) را به دست آورید. معادله (۱۰-۱۲۴) را نیز به دست آورید.

۱۰-۲۴ (الف) اگر $u(p)$ در معادله دیراک (۷-۳۴) صدق کند، نشان دهید u_L و u_R (جدول ۱۰-۲) در آن صدق نمی‌کنند (مگر $m = 0$).

(ب) ویژه مقدارها و ویژه اسپینورهای ماتریسهای $(1 \pm \gamma^5)$ را P_{\pm} بیابید.

(ج) آیا اسپینورهایی وجود دارند که ویژه حالت‌های همزمان P_+ و عملگر دیراک $(\not{p} - mc)$ باشند؟

[پاسخ: خیر؛ این عملگرها باهم جابه‌جا نمی‌شوند].

۱۰-۲۵ برای دوتایه کوارکی u و d' جریانهای ایزواسپین ضعیف j_μ^\pm و j_μ^3 را به دست آورید. جریان الکترومغناطیسی (j_μ^{em}) و جریان فوق بار ضعیف (j_μ^Y) را نیز تشکیل دهید (پاسخ را برحسب d' بنویسید).

۱۰-۲۶ از عبارت (۱۰-۱۵۹)، جفت‌شدگیهای برداری و بردار محوری جدول ۱۰-۱ را تعیین کنید.

نظریه‌های پیمانه‌ای

این فصل «نظریه‌های پیمانه‌ای» را مطرح می‌کند که اکنون معتقدیم زیربنای کلیهٔ برهم‌کنشهای ذرات بنیادی است. با شروع از فرمولبندی لاگرانژی مکانیک کلاسیک، به لاگرانژی نظریهٔ میدان، اصل ناوردایی پیمانه‌ای محلی، نظریهٔ شکست خودبه‌خود تقارن، و سازوکار هیگز (که جرم W ها و Z را توجیه می‌کند) می‌پردازیم. این مطالب کاملاً مجردند (برخلاف فصلهای قبل)؛ این مواد به نظریهٔ میدانهای کوانتومی مربوط می‌شوند که قاعده‌های فاینمن از آن به‌دست می‌آیند. این نظریه‌ها هیچ کمکی به محاسبهٔ سطح مقطعها یا طول عمرها نمی‌کنند. از سوی دیگر، ایده‌هایی که در اینجا مطرح می‌شود مبنایی را تشکیل می‌دهند که در واقع همهٔ نظریه‌های نوین به کمک آن پیش‌بینی می‌شوند. برای فهم این فصل مطالعهٔ مکانیک لاگرانژی به شما کمک می‌کند، اما نماندگذاری نسبیتی فصل ۳، نظریهٔ گروه فصل ۴، حساب فاینمن فصل ۶ و معادلهٔ دیراک فصل ۷ اساسی‌تر هستند.

۱۱-۱ فرمولبندی لاگرانژی مکانیک ذرات کلاسیک

بنابر قانون دوم حرکت نیوتون، ذره‌ای به جرم تحت تأثیر نیروی F دارای شتاب a خواهد شد که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (۱-۱۱)$$

اگر نیرو پایستار باشد، می‌توان آن را به صورت گرادیان یک تابع انرژی پتانسیل اسکالر U بیان کرد:

$$\mathbf{F} = -\nabla U \quad (۲-۱۱)$$

و قانون نیوتون می‌شود

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla U \quad (۳-۱۱)$$

که \mathbf{v} سرعت است [۱].

فرمولبندی دیگر مکانیک کلاسیک با «لاگرانژی» شروع می‌شود:

$$L = T - U \quad (۴-۱۱)$$

که T انرژی جنبشی ذره است:

$$T = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 \quad (۵-۱۱)$$

لاگرانژی تابعی است از مختصات q_i (مثلاً $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$) و مشتقات زمانی آنها \dot{q}_i ($\dot{q}_1 = v_x, \dot{q}_2 = v_y, \dot{q}_3 = v_z$). در فرمولبندی لاگرانژی قانون اصلی حرکت، معادلهٔ اویلر-لاگرانژ است [۲]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (۶-۱۱)$$

پس در مختصات دکارتی داریم:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial L}{\partial v_x} = m v_x \quad (۷-۱۱)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad (۸-۱۱)$$

و معادلهٔ اویلر-لاگرانژ (برای $i = 1$) مؤلفهٔ x قانون نیوتون را به شکل (۳-۱۱) باز تولید می‌کند. بنابراین فرمولبندی لاگرانژی معادل فرمولبندی نیوتونی است (حداقل برای دستگاه‌های پایستار)، اما

این فرمولبندی دارای بعضی امتیازهای نظری است که بخشهای بعد خواهیم دید (به مسئله ۱-۱۱ هم نگاه کنید).

۲-۱۱ لاگرانژی در نظریه میدان نسبیتی

یک ذره، فی نفسه، موجودی جایگزیده است؛ در مکانیک ذرات کلاسیک، نوعاً به محاسبه مکان ذره بر حسب زمان یعنی $x(t)$ ، $y(t)$ و $z(t)$ علاقه مندیم. از سوی دیگر، یک میدان، ناحیه‌ای از فضا را اشغال می‌کند؛ در نظریه میدان مسئله مورد توجه ما محاسبه یک یا چند تابع از مکان و زمان $\phi_i(x, y, z, t)$ است. متغیرهای میدان ϕ_i ، مثلاً ممکن است دمای هر نقطه از اتاق، یا پتانسیل الکتریکی V یا سه مؤلفه میدان مغناطیسی B باشند. در مکانیک ذره، لاگرانژی L را معرفی کردیم که تابعی از مختصات q_i و مشتقهای زمانی آنها \dot{q}_i بود؛ در نظریه میدان کار را با لاگرانژی \mathcal{L} (در حقیقت، چگالی لاگرانژی شروع می‌کنیم) که تابعی از میدانهای ϕ_i مشتقهای $\partial_\mu \phi_i$ و t, x, y, z آنهاست:

$$\partial_\mu \phi_i \equiv \frac{\partial \phi_i}{\partial x^\mu} \quad (9-11)$$

در مورد اول، در سمت چپ معادله اویلر-لاگرانژ (۱۱-۶) فقط شامل مشتقهای زمانی دخیل اند؛ یک نظریه نسبیتی باید با مختصات فضایی و زمانی به یک چشم نگاه کند، و معادله‌های اویلر-لاگرانژ همان‌گونه که انتظار دارید تعمیم می‌یابند:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (10-11)$$

مثال ۱-۱۱

لاگرانژی کلاین-گوردون برای یک میدان اسکالر (اسپین-۰)

فرض کنید یک متغیر میدان نرده‌ای منفرد ϕ داریم و لاگرانژی عبارت است از

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (11-11)$$

در این مورد داریم

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} = \partial^\mu \phi \quad (12-11)$$

(اگر این باعث سردرگمی شما می‌شود، لاگرانژی را به طور «کامل» بنویسید:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [\partial_0 \phi \partial_0 \phi - \partial_1 \phi \partial_1 \phi - \partial_2 \phi \partial_2 \phi - \partial_3 \phi \partial_3 \phi] - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2$$

در این شکل واضح است که

$$\frac{\partial}{\partial(\partial_0\phi)} = \partial_0\phi = \partial^0\phi, \quad \frac{\partial}{\partial(\partial_1\phi)} = -\partial_1\phi = \partial^1\phi,$$

و غیره.) در ضمن

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = -\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\phi$$

بنابراین فرمول اوپلر-لاگرانژ ایجاب می‌کند

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\phi = 0. \quad (۱۳-۱۱)$$

که معادله کلاین-گوردون [معادله (۹-۷)] است، که ذره‌ای با اسپین صفر و جرم m را (در نظریه میدان کوانتومی) توصیف می‌کند.

مثال ۲-۱۱

لاگرانژی دیراک برای یک میدان اسپینوری (اسپین $\frac{1}{2}$)

اکنون یک میدان اسپینوری ψ و لاگرانژی زیر را در نظر بگیرید

$$\mathcal{L} = i(\hbar c)\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - (mc^2)\bar{\psi}\psi \quad (۱۴-۱۱)$$

با ψ و اسپینور الحاقی آن $\bar{\psi}$ به عنوان متغیرهای میدان مستقل رفتار می‌کنیم.* با اعمال معادله اوپلر-لاگرانژ بر $\bar{\psi}$ به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} = 0, \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} = i\hbar c\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc^2\psi$$

پس

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)\psi = 0. \quad (۱۵-۱۱)$$

این رابطه معادله دیراک [معادله (۷-۲۰)] است که ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ و جرم m را (در نظریه میدان کوانتومی) توصیف می‌کند. ضمناً اگر معادله اوپلر-لاگرانژ را برای ψ به کار ببندیم، به دست می‌آوریم:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} = i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu, \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = -mc^2\bar{\psi}$$

* چون ψ یک اسپینور مختلط است، در اینجا واقعاً هشت میدان مستقل وجود دارد (i از ۱ تا ۸ تغییر می‌کند): بخشهای حقیقی و موهومی هر یک از چهار مؤلفه ψ . اما با اعمال معادله‌های اوپلر-لاگرانژ می‌توان هر ترکیب خطی از این هشت تا را به کار برد، و ما، چهار مؤلفه از ψ به علاوه چهار مؤلفه $\bar{\psi}$ را انتخاب می‌کنیم.

$$i \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + \left(\frac{mc}{\hbar} \right) \bar{\psi} = 0 \quad \text{و بنابراین}$$

که الحاقی معادله دیراک است (مسئله ۷-۱۳).

مثال ۱۱-۳

لاگرانژی پروکا برای یک میدان برداری (اسپین ۱)

سرانجام، یک میدان برداری A^μ با لاگرانژی زیر را در نظر بگیرید

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu A_\nu \quad (11-16)$$

که در آن

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} = \frac{-1}{4\pi} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \quad (11-17)$$

(نگاه کنید به مسئله ۱۱-۲) و

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu \quad (11-18)$$

پس معادله اویلر-لاگرانژ می‌دهد

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu = 0 \quad (11-19)$$

این رابطه، معادله پروکا نام دارد و ذره‌ای با اسپین ۱ و جرم m را توصیف می‌کند. در ضمن، چون ترکیب $(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)$ به کرات در این نظریه مطرح می‌شود، معرفی کوتاه‌نویسی

$$F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (11-20)$$

مفید است. پس لاگرانژی می‌شود

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu A_\nu \quad (11-21)$$

و معادله میدان می‌شود

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu = 0 \quad (11-22)$$

اگر این نمادگذاری الکتروپوینامیک را به یاد شما می‌آورد، اتفاقی نیست، زیرا میدان الکترومغناطیسی دقیقاً یک میدان برداری بدون جرم است؛ اگر در معادله (۱۱-۲۲) قرار دهیم $m = 0$ ، آنچه باقی می‌ماند معادله‌های ماکسول در فضای تهی است.

لاگرانژیهای این مثالها از آسمان نازل شده‌اند (یا به عبارت بهتر، آنها طوری سرهم شده‌اند که معادله‌های مورد نظر را بازسازی می‌کنند). در مکانیک ذره کلاسیک L به دست می‌آید $(L = T - U)$ ، اما در نظریه میدان نسبیتی \mathcal{L} معمولاً مسلم فرض می‌شود — یعنی از جایی شروع می‌کنیم. لاگرانژی برای یک سیستم خاص به هیچ وجه منحصر به فرد نیست؛ همواره می‌توان \mathcal{L} را در یک ثابت ضرب کرد، یا دیورژانسی را به آن اضافه کرد ($\partial_\mu M^\mu$ که در آن M^μ هر تابعی از ϕ_i و $\partial_\mu \phi_i$ است) — هنگامی که معادله‌های اویلر-لاگرانژ را به کار می‌بندیم این جمله‌ها حذف می‌شوند، پس هیچ اثری در معادله‌های میدان ندارند. از این نظر مثلاً ضریب $\frac{1}{4}$ در لاگرانژی کلاین-گوردون کاملاً قراردادی است*. بجز این مورد، آنچه در اینجا داریم، لاگرانژیایی برای اسپین صفر، اسپین $\frac{1}{2}$ و اسپین یک است. با این حال، تاکنون فقط در مورد میدانهای آزاد، بدون هیچ چشمه یا برهم‌کنشی، صحبت کردیم.

مثال ۱۱-۲

لاگرانژی ماکسول برای میدان برداری بدون جرم با چشمه J^μ فرض کنید

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{c} J^\mu A_\mu \quad (23-11)$$

که (دوباره) $F^{\mu\nu}$ مؤید $\partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu$ و J^μ یک تابع معین است. معادله اویلر-لاگرانژ می‌دهد

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J^\nu \quad (24-11)$$

که شکل تانسوری معادله‌های ماکسول است (همان‌طور که در فصل ۷ بخش ۷-۴ دیدیم) و میدان الکترومغناطیسی را که بر اثر جریان J^μ تولید شده است توصیف می‌کند. در ضمن، از معادله (۱۱-۲۴) به دست می‌آید که

* لاگرانژی (\mathcal{L}) دارای یکای انرژی است [معادله (۱۱-۴)] و چگالی (\mathcal{L}) دارای یکای انرژی بر واحد حجم است. بعد میدانها به قرار زیرند:

$$\phi \text{ (میدان اسکالر)} : \sqrt{ML}/T$$

$$\psi \text{ (میدان اسپینوری)} : L^{-3/2}$$

$$A^\mu \text{ (میدان برداری)} : \sqrt{ML}/T$$

اینها چنان برگزیده شده‌اند که ψ (در حد غیرنسبیتی) به معادله شرودینگر و A^μ (در حد غیر کوانتومی) به پتانسیل برداری ماکسول تبدیل شوند. در ضمن در یکاهای هویساید، لورنس، لاگرانژیهای پروکا و ماکسول باید در 4π ضرب شوند.

$$\partial_\nu J^\nu = 0 \quad (۲۵-۱۱)$$

یعنی، سازگاری درونی لاگرانژی ماکسول (۲۳-۱۱) مستلزم آن است که جریان در معادله پیوستگی (۷۴-۷) صدق کند؛ شما نمی‌توانید هر تابعی که قبلاً برای J^μ استفاده کرده‌اید در آن قرار دهید — بلکه پایستگی بار باید محترم شمرده شود.

۱۱-۳ ناوردایی پیمانه‌ای موضعی

توجه کنید که لاگرانژی دیراک

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi \quad (۱۴-۱۱)$$

تحت تبدیل زیر ناورداست

$$\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi \quad (\text{تبدیل پیمانه‌ای کلی}) \quad (۲۶-۱۱)$$

(که θ عددی حقیقی است)، زیرا $\bar{\psi} \rightarrow e^{-i\theta} \bar{\psi}$ ، و در ترکیب $\bar{\psi} \psi$ عوامل نمایی حذف می‌شوند. به دلایل تاریخی، (۲۶-۱۱) را یک تبدیل پیمانه‌ای (کلی) می‌نامیم (تبدیل «فاز» جمله مناسب‌تری است). اما چه می‌شود اگر عامل فاز در نقطه‌های فضا زمان دیگر، متفاوت باشند؛ یعنی اگر θ تابعی از x^μ باشد:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta(x)} \psi \quad (\text{تبدیل پیمانه‌ای موضعی}) \quad (۲۷-۱۱)$$

آیا لاگرانژی تحت این تبدیل پیمانه‌ای «موضعی» ناورداست؟ پاسخ منفی است، زیرا اکنون یک جمله اضافی از مشتق θ به دست می‌آوریم:

$$\partial_\mu (e^{i\theta} \psi) = i(\partial_\mu \theta) e^{i\theta} \psi + e^{i\theta} \partial_\mu \psi \quad (۲۸-۱۱)$$

پس

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} - \hbar c (\partial_\mu \theta) \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (۲۹-۱۱)$$

در واقع، به دلایلی که خواهد آمد مرسوم است که ضریب $-(q/\hbar c)$ را از θ خارج کرده و قرار دهیم

$$\lambda(x) \equiv -\frac{\hbar c}{q} \theta(x) \quad (۳۰-۱۱)$$

که q بار ذرهٔ دخیل در مسئله است. پس، برحسب λ داریم،

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + (q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)\partial_\mu\lambda \quad (31-11)$$

و تحت تبدیل پیمانه‌ای موضعی داریم

$$\psi \rightarrow e^{-iq\lambda(x)/\hbar c}\psi \quad (32-11)$$

تاکنون، هیچ چیز خاص جدید و عمیقی وجود نداشت. مسئلهٔ حساس هنگامی پیش می‌آید که بخواهیم لاگرانژی کامل تحت تبدیلات پیمانه‌ای موضعی ناوردا بماند*. چون لاگرانژی دیراک (۱۴-۱۱) به صورت موضعی پیمانه ناوردا نیست، مجبوریم چیزی به آن اضافه کنیم تا جملهٔ اضافی در معادلهٔ (۳۱-۱۱) از بین برود. فرض کنید

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc^2\bar{\psi}\psi] - (q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu \quad (33-11)$$

که A_μ میدانی جدید (موسوم به میدان «پیمانه‌ای») است که تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی مطابق قاعدهٔ زیر تبدیل می‌شود

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\lambda \quad (34-11)$$

این لاگرانژی «جدید و اصلاح شده» تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی ناورداست؛ بهایی که باید می‌پرداختیم وارد کردن میدان برداری جدیدی بود که به واسطهٔ جملهٔ آخر معادلهٔ (۳۳-۱۱) با ψ جفت می‌شود (مسئله ۱۱-۶). اما معادلهٔ (۳۳-۱۱) همهٔ ماجرا نیست. لاگرانژی کامل باید شامل یک جملهٔ «آزاد» (جنبشی) برای میدان پیمانه‌ای باشد. چون میدان برداری است به لاگرانژی پروکا نگاه می‌کنیم و می‌نویسیم

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{m_{AC}}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu \quad (21.11)$$

* هیچ دلیل فیزیکی قانع‌کننده‌ای برای اینکه چرا یک ناوردایی کلی باید به طور موضعی صادق باشد سراغ ندارم. اگر شما معتقدید که تبدیلهای پیمانه‌ای از جهتی «بنیادی» است، آنگاه باید بتوانید آنها را به طور مستقل در نقطهٔ فضاگونهٔ جداگانه انجام دهید (که گذشته از همه چیز، با یکدیگر در ارتباط نیستند). اما فکر می‌کنم که این نیاز به پرسش دارد. فعلاً، بهتر است که شرط ناوردایی پیمانه‌ای موضعی را در جای خود یک اصل فیزیکی در نظر بگیریم.

اما در اینجا مسئله‌ای وجود دارد، چون چنانکه خودتان می‌توانید بررسی کنید، هر چند $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ تحت (۳۴-۱۱) ناورد است ولی $A^\nu A_\nu$ چنین نیست. از قرار معلوم، میدان پیمانه‌ای باید بدون جرم باشد ($m_A = 0$)، در غیر این صورت ناوردایی پیمانه‌ای موضعی از دست می‌رود. نتیجه‌گیری: اگر با لاگرانژی دیراک آغاز و ناوردایی پیمانه موضعی را اعمال کنیم، مجبوریم میدان برداری بدون جرمی را وارد کنیم (A^μ)، و لاگرانژی کامل به صورت زیر درمی‌آید.

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \theta_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] + \left[\frac{-1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] - [(q \bar{\psi} \gamma^\mu \psi) A_\mu] \quad (35-11)$$

همان‌طور که ممکن است حدس بزنید، A^μ دقیقاً پتانسیل الکترومغناطیسی است؛ قاعده تبدیل پیمانه‌ای برای A^μ (۳۴-۱۱) درست همان چیزی است که قبلاً در فصل ۷ [معادله (۸۱-۷)] پیدا کرده بودیم، و دو جمله آخر در معادله (۳۵-۱۱) لاگرانژی ماکسول (۲۳-۱۱)، با چگالی جریان زیر را باز تولید می‌کند.

$$J^\mu = eq(\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) \quad (36-11)$$

پس شرط ناوردایی پیمانه‌ای موضعی، که در مورد لاگرانژی آزاد دیراک اعمال شد، تمام الکترودینامیک را تولید، اجزای جریان حاصل از ذرات دیراک را مشخص می‌کند.

اگر روال استناد به ناوردایی پیمانه‌ای موضعی مرموز به نظر می‌رسد، اجازه دهید آن را مرور کنیم و ببینیم چه چیزی واقعاً در آن دخیل است. اختلاف بین تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی و کلی هنگامی رخ می‌دهد که مشتقهای میدان را محاسبه می‌کنیم [معادله (۲۸-۱۱)]:

$$\partial_\mu \psi \rightarrow e^{-iq\lambda/\hbar c} \left[\partial_\mu - i \frac{q}{\hbar c} (\partial_\mu \lambda) \right] \psi \quad (37-11)$$

به جای یک عامل فاز ساده، جمله‌ای اضافی شامل $\partial_\mu \lambda$ را در نظر می‌گیریم. اگر در لاگرانژی اولیه (آزاد) به جای هر مشتق (∂_μ) آنچه که اصطلاحاً «مشتق هموردا» نامیده می‌شود را قرار دهیم

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \quad (38-11)$$

تبدیل A_μ [معادله (۳۴-۱۱)] جمله ناراحت‌کننده در معادله (۳۷-۱۱) را حذف خواهد کرد

$$\mathcal{D}_\mu \psi \rightarrow e^{-iq\lambda/\hbar c} \mathcal{D}_\mu \psi \quad (39-11)$$

و ناوردایی \mathcal{L} ابقا می‌شود. قرار دادن \mathcal{D}_μ به جای ∂_μ ابزار ساده‌ای برای تبدیل ناوردایی کلی لاگرانژی

به ناوردایی موضعی آن است؛ این کار را «قاعدهٔ جفت‌شدگی کمینال» می‌نامیم [این، در واقع چیزی است که برای تولید جملهٔ اضافی در معادلهٔ (۱۱-۳۳) از آن استفاده کردیم*]. اما مشتق هموردا میدان برداری جدیدی (A_μ) را مطرح می‌کند که به لاگرانژی آزاد خود نیازمند است؛ اگر این مورد ناوردایی پیمانه‌ای موضعی را ضایع نکند، میدانهای پیمانه‌ای را باید بدون جرم بگیریم. این امر به عبارت نهایی (۱۱-۳۵) می‌انجامد، که افراد آگاه بلافاصله متوجه می‌شوند لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی است — میدان دیراک (الکترونها و پوزیترونها) است که با میدان ماکسول (فوتونها) برهم کنش می‌کند.

ایدهٔ ناوردایی پیمانه‌ای موضعی به کارهای هرمان وایل در سال ۱۹۱۹ برمی‌گردد [۳] با این حال، توان و عمومیت آن تا اوایل دههٔ هفتاد شناخته نشده بود. نقطهٔ شروع کار ما — تبدیل فاز کلی (۱۱-۲۶) — را می‌توان به صورت حاصل ضرب ψ در ماتریس یکانی 1×1 در نظر گرفت:

$$\psi \rightarrow U\psi, \quad U^\dagger U = 1 \quad (۱۱-۴۰)$$

(در اینجا $U = e^{i\theta}$). گروه تمام این ماتریسها $U(1)$ است (جدول ۴-۲)، و بنابراین تقارن موجود «ناوردایی پیمانه‌ای $U(1)$ نامیده می‌شود. این اصطلاح برای موردی که پیش رو داریم مبالغه‌آمیز است (ماتریس 1×1 یک عدد است، پس چرا آن را به صورت عدد در نظر نگیریم؟)، اما در سال ۱۹۵۴ یانگ و میلز [۴] همین راهبرد (تأکید بر برقراری تبدیل ناوردایی کلی به صورت موضعی) را به گروه $SU(2)$ اعمال کردند و سپس این تفکر به $SU(3)$ گسترش یافت و کرومودینامیک به وجود آمد. در مدل استاندارد همهٔ برهم‌کنشهای بنیادی به همین طریق تولید می‌شوند.

۱۱-۴ نظریهٔ یانگ-میلز

اکنون فرض کنید دو میدان اسپین $\frac{1}{2}$ ، ψ_1 و ψ_2 داریم. در نبود هر برهم‌کنش، لاگرانژی عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}_1\gamma^\mu\partial_\mu\psi_1 - m_1c^2\bar{\psi}_1\psi_1] + [i\hbar c\bar{\psi}_2\gamma^\mu\partial_\mu\psi_2 - m_2c^2\bar{\psi}_2\psi_2] \quad (۱۱-۴۱)$$

* قاعدهٔ جفت‌شدگی کمینال بسیار قدیمی‌تر از ناوردایی پیمانه‌ای موضعی است، برحسب تکانه داریم $p_\mu \leftrightarrow i\hbar\partial_\mu$ نگاه کنید به معادلهٔ (۷-۵) این قاعده می‌شود $p_\mu \rightarrow p_\mu - i(q/c)A_\mu$ که شگردی آشنا در الکترودینامیک کلاسیک برای پیدا کردن معادلهٔ حرکت ذرهٔ باردار در حضور میدان الکترودینامیکی است. معادلهٔ (۱۲-۲۹) کتاب

J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1975)

را ببینید. از این نظر، این کار به فرمولبندی پیچیدهٔ قانون نیروی لورنتس می‌انجامد. در نظریهٔ جدید ذرات ترجیح می‌دهیم ناوردایی پیمانه‌ای را اصل بگیریم و جفت‌شدگی کمینال را ابزاری برای رسیدن به آن.

که دقیقاً جمع دو لاگرانژی دیراک است. (با اِعمال، معادله‌های اویلر-لاگرانژ بر این \mathcal{L} ، در می‌یابید که ψ_1 و ψ_2 هر دو معادلهٔ دیراک با جرم مناسب پیروی می‌کنند.) اما می‌توان با ترکیب ψ_1 و ψ_2 در بردار ستونی دو مؤلفه‌ای

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (42-11)$$

معادلهٔ (۴۱-۱۱) را به صورت موجزتری نوشت. (البته خود ψ_1 و ψ_2 اسپینورهای دیراک چهار مؤلفه‌ای‌اند و شاید نمادگذاری دو شاخصی را ترجیح دهید: $\psi_{\alpha,i}$ که $\alpha = 1, 2$ معرف ذرات و $i = 1, 2, 3, 4$ برچسب مؤلفهٔ اسپینور است. با این حال، فعلاً فقط با شاخص ذرات سروکار داریم، هر چند که البته ماتریسهای دیراک بر شاخصهای اسپینوری اثر می‌کنند.) اسپینور الحاقی عبارت است از

$$\bar{\psi} = (\bar{\psi}_1 \quad \bar{\psi}_2) \quad (43-11)$$

و لاگرانژی می‌شود

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - c^2 \bar{\psi} M \psi \quad (44-11)$$

که

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (45-11)$$

«ماتریس جرم» است. به‌ویژه، اگر دو جرم یکسان باشند، معادلهٔ (۴۴-۱۱) تبدیل می‌شود به

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi \quad (46-11)$$

این لاگرانژی درست شبیه لاگرانژی دیراک تک ذره‌ای به نظر می‌رسد. با این حال، ψ در اینجا یک بردار ستونی دو مؤلفه‌ای است، و \mathcal{L} ناوردایی کلی عمومی‌تری را می‌پذیرد:

$$\psi \rightarrow U \psi \quad (47-11)$$

U هر ماتریس یکانی 2×2 است که:

$$U^\dagger U = 1 \quad (48-11)$$

زیرا تحت تبدیل (۴۷-۱۱)،

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} U^\dagger \quad (49-11)$$

و بنابراین ترکیب $\bar{\psi}\psi$ ناورد است. اکنون، همان‌طور که هر عدد مختلط با قدر مطلق واحد را می‌توان به شکل $e^{i\theta}$ با θ حقیقی نوشت، هر ماتریس یکانی را نیز می‌توان به شکل [۵] زیر نوشت

$$U = e^{iH} \quad (50-11)$$

که H هرمیتی است ($H = H^\dagger$)*. به علاوه، عمومی‌ترین ماتریس 2×2 هرمیتی را می‌توان برحسب چهار عدد حقیقی a_1, a_2, a_3 و θ بیان کرد (مسئله ۱۱-۱۰):

$$H = \theta 1 + \tau \cdot a \quad (51-11)$$

که ۱ ماتریس یک‌ه 2×2 ، τ_1, τ_2, τ_3 ماتریسهای پائولی (۴-۲۶) و ضرب نقطه‌ای قرارداد کوتاه‌نویسی برای $\tau_1 a_1 + \tau_2 a_2 + \tau_3 a_3$ است. پس هر ماتریس یکانی 2×2 را می‌توان به صورت حاصل ضرب زیر بیان کرد

$$U = e^{i\theta} e^{i\tau \cdot a} \quad (52-11)$$

قبلاً متوجه مفهوم تلویحی تبدیلهای فاز ($e^{i\theta}$) شدیم؛ در این بخش به تبدیلهایی به شکل زیر می‌پردازیم

$$\psi \rightarrow e^{i\tau \cdot a} \psi \quad [\text{تبدیل } SU(2) \text{ غیر محلی}] \quad (53-11)$$

ماتریس $e^{i\tau \cdot a}$ دارای درمیتان ۱ است [نگاه کنید به مسئله ۴-۲۲]، و بنابراین متعلق به گروه $SU(2)$ است. با تعمیم نمادگذاری بخش ۱۱-۳ می‌گوییم لاگرانژی (۱۱-۴۶) تحت تبدیلهای پیمانه‌ای کلی

* در نظریه ماتریسها تعمیم طبیعی همیوگی مختلط (*) همیوگی هرمیتی (†) است. همیوگی ترانهاد. البته، در مورد ماتریسهای 1×1 (اعداد مختلط) تمایزی وجود ندارد، اما برای ابعاد بالاتر این همیوگ هرمیتی است که واجد خواص مفیدتری نسبت به همیوگ مختلط است. از این نظر نزدیک‌ترین مشابه عدد حقیقی ($a = a^*$)، ماتریس هرمیتی است ($A = A^\dagger$) و مشابه عددی به قدرمطلق ۱ ($a^* a = 1$) ماتریس یکانی است ($A^\dagger A = 1$).

$SU(2)$ ناورداست*. آنچه یانگ و میلز انجام دادند، تبدیل این ناوردایی کلی به وضعیت ناوردایی موضعی بود.

الهام و راهبرد آنها شبیه وایل بود، اما ابزار آنها مناسب‌تر بود، در واقع کاملاً جالب است که این ابزار اصلاً کار می‌کند. گام اول آن است که پارامتر (a) را توابعی او x^μ قرار دهیم [همانند قبل معادله (۱۱-۳۰)، قرار می‌دهیم: $\lambda(x) \equiv -(\hbar c/q)a(x)$ که q ثابت جفت‌شدگی مشابه بار الکتریکی است]:

$$\psi \rightarrow S\psi, \quad S \equiv e^{-iq\tau \cdot \lambda(x)/\hbar c} \quad [\text{تبدیل } SU(2) \text{ محلی}] \quad (۱۱-۵۴)$$

رابطهٔ فوق می‌گوید که \mathcal{L} تحت این تبدیل ناوردا نیست، زیرا در مشتق دارای جمله‌ای اضافی می‌شود:

$$\partial_\mu \psi \rightarrow S \partial_\mu \psi + (\partial_\mu S) \psi \quad (۱۱-۵۵)$$

دوباره، چارهٔ کار جایگزینی مشتق با «مشتق هموردا» در \mathcal{L} است که مدل آن در (۱۱-۳۸) آمده است، اما باید ساختار معادله (۱۱-۵۵) را به حساب آورد:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} \tau \cdot A_\mu \quad (۱۱-۵۶)$$

و برای میدانهای پیمانه A_μ (که این بار سه تا از آنها را در نظر می‌گیریم) قاعدهٔ تبدیل را طوری در نظر می‌گیریم که

$$D_\mu \psi \rightarrow S(D_\mu \psi) \quad (۱۱-۵۷)$$

که طبق آن لاگرانژی (۱۱-۴۶) به وضوح ناورداست.

یافتن قاعدهٔ تبدیل برای A_μ از (۱۱-۵۷) بدیهی نیست [۶]. به عهدهٔ شما می‌گذارم که نشان دهید $A_\mu \rightarrow A'_\mu$ ، که A'_μ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید (مسئله ۱۱-۱۱)

$$\tau \cdot A'_\mu = S(\tau \cdot A_\mu)S^{-1} + i \left(\frac{\hbar c}{q} \right) (\partial_\mu S)S^{-1} \quad (۱۱-۵۸)$$

* این نیز تحت گروه بزرگتر $U(2)$ نیز ناورداست. اما (۱۱-۵۲) نشان می‌دهد که هر جزء $U(2)$ را می‌توان به صورت حاصل ضرب جزئی از $SU(2)$ در یک عامل فاز مناسب نوشت (به زبان نظریهٔ گروه: $U(2) = U(1) \otimes SU(2)$) و چون قبلاً ناوردایی $U(1)$ را مطالعه کرده‌ایم، تنها چیزی جدید در اینجا تقارن $SU(2)$ است.

این کار نسبتاً سر راست است. اما در جمله اول S و S^{-1} را نمی‌توان کنار هم قرار داد، زیرا آنها با $\tau \cdot \mathbf{A}_\mu$ جابه‌جا نمی‌شوند. گردیان هم به سادگی $S i(q \tau \cdot \partial_\mu \lambda / \hbar c) S^{-1}$ نیست، زیرا S با $\tau \cdot \partial_\mu \lambda$ جابه‌جا نمی‌شود. اگر به قدر کافی انرژی دارید، می‌توانید نتیجه دقیق را به دست آورید (با استفاده از مسائل ۴-۲۰ و ۴-۲۱)، اما جواب چندان روشنگر نیست. برای منظور ما دانستن قاعده تبدیل تقریبی کافی است، در حد λ های بسیار کوچک، که برای آن می‌توان S را بسط داد و جملات مرتبه اول را نگاه داشت، داریم:

$$S \cong 1 - \frac{iq}{\hbar c} \tau \cdot \lambda, \quad S^{-1} \cong 1 + \frac{iq}{\hbar c} \tau \cdot \lambda, \quad \partial_\mu S \cong -\frac{iq}{\hbar c} \tau \cdot (\partial_\mu \lambda) \quad (۵۹-۱۱)$$

در این تقریب معادله (۵۸-۱۱) می‌دهد

$$\tau \cdot \mathbf{A}'_\mu \cong \tau \cdot \mathbf{A}_\mu + \frac{iq}{\hbar c} [\tau \cdot \mathbf{A}_\mu, \tau \cdot \lambda] + \tau \cdot \partial_\mu \lambda \quad (۶۰-۱۱)$$

و بنابراین (با استفاده از مسئله ۴-۲۰ و محاسبه جابه‌جایی):

$$\mathbf{A}'_\mu \cong \mathbf{A}_\mu + \partial_\mu \lambda + \frac{iq}{\hbar c} (\lambda \times \mathbf{A}_\mu) \quad (۶۱-۱۱)$$

لاگرنزی حاصل

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - (q \bar{\psi} \gamma^\mu \tau \psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (۶۲-۱۱)$$

تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی (۱۱-۵۴) و (۱۱-۵۸) ناورد است، اما، ناچاریم سه میدان برداری جدید $\mathbf{A}^\mu = (A_1^\mu, A_2^\mu, A_3^\mu)$ معرفی کنیم، و هر یک به لاگرنزی آزاد خود نیاز دارند:

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{16\pi} F_1^{\mu\nu} F_{\mu\nu 1} - \frac{1}{16\pi} F_2^{\mu\nu} F_{\mu\nu 2} - \frac{1}{16\pi} F_3^{\mu\nu} F_{\mu\nu 3} = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} \quad (۶۳-۱۱)$$

(مجدداً، نماد سه-بردار مربوط به شاخص ذره است.) جمله جرمی پروکا

$$\frac{1}{8\pi} \left(\frac{m_{AC}}{\hbar} \right)^2 \mathbf{A}^\nu \cdot \mathbf{A}_\nu \quad (۶۴-۱۱)$$

را ناوردایی پیمانه‌ای موضعی کنار می‌گذارد؛ چون مانند قبل، میدانهای پیمانه‌ای باید بودن جرم

باشند، اما این بار خود وابستگی قدیمی $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ باید اصلاح شود، زیرا با این تعریف لاگرانژی میدان پیمانه‌ای (۱۱-۶۳) نیز ناوردا نیست (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۲). در عوض باید قرار دهیم*

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu - \frac{2q}{\hbar c} (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \quad (۱۱-۶۵)$$

تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی بینهایت کوچک (۱۱-۶۱) داریم:

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{F}^{\mu\nu}) \quad (۱۱-۶۶)$$

(مسئله ۱۱-۱۳)، و بنابراین \mathcal{L}_A ناورداست. (باری اثبات نوردایی به تبدیلهای پیمانه‌ای متناهی نیز گسترش می‌یابد، نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۴). نتیجه‌گیری: لاگرانژی کامل یانگ-میلز عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - \frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} - (q \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (۱۱-۶۷)$$

که $\mathbf{F}^{\mu\nu}$ با معادله (۱۱-۶۵) تعریف شده است؛ این لاگرانژی تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی (۱۱-۵۴) و (۱۱-۵۸) $SU(2)$ ناورداست، و دو میدان دیراک با جرم یکسان در برهم‌کنش با سه میدان برداری بدون جرم را توصیف می‌کند. همه این نتایج حاصل از آن است که نوردایی کلی $SU(2)$ لاگرانژی اولیه آزاد (۱۱-۴۶) باید به‌صورت موضعی صادق باشد. با اقتباس از زبان الکترودینامیک می‌گوییم که میدانهای دیراک سه جریان

$$\mathbf{J}^\mu \equiv cq(\bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi) \quad (۱۱-۶۸)$$

را تولید می‌کنند که چشمه‌های میدانهای پیمانه‌ای هستند؛ لاگرانژی برای میدانهای پیمانه‌ای تنها عبارت است از

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} - \frac{1}{c} \mathbf{J}^\mu \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (۱۱-۶۹)$$

* تعریف (۱۱-۶۵) آن‌طور که به‌نظر می‌رسد اختیاری نیست؛ بلکه با سه میدان برداری، تانسور پاد متقارن دومی نیز وجود دارد، $(\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu)$ و ضریب $-2q/\hbar c$ طوری اختیار می‌شود، تا \mathcal{L}_A ناوردا سازد، توجه کنید هنگامی که ثابت جفت‌شدگی q به صفر میل کند، برای هر میدان اسپینوری، لاگرانژی آزاد دیراک، و برای هر یک از سه میدان پیمانه‌ای، لاگرانژی آزاد پروکا (بدون جرم) باقی می‌ماند.

که یادآور لاگرانژی ماکسول (۱۱-۲۳) است، و یک نظریه میدان کلاسیک غنی را به وجود می‌آورد [۷]. (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۵).

هر چند نظریه یانگ-میلز ملهم از همان فکر وایل (یعنی: اینکه ناوردایی کلی باید موضعی شود) است، اما اجرای آن از دو نظر زیرکانه‌تر است: (۱) قاعده تبدیل برای میدانهای پیمانه‌ای، و (۲) عبارت $F^{\mu\nu}$ برحسب A^μ . هر دو پیچیدگی ناشی از این واقعیت است که گروه تقارن مورد نظر غیر آبلی است (ماتریسهای 2×2 جابه‌جا نمی‌شوند، در صورتی که ماتریسهای 1×1 جابه‌جا، به وضوح، می‌شوند). برای تأکید بر این تمایز، مورد وایل را نظریه پیمانه‌ای آبلی و مورد یانگ-میلز را نظریه پیمانه‌ای غیر آبلی می‌نامیم. در فیزیک ذرات بنیادی معاصر گروه‌های تقارنی بسیاری کشف شده‌اند؛ در بقیه بخشهای این کتاب با برخی از آنها مواجه خواهیم شد. با این حال، کار مشکل را پشت سر گذاشته‌ایم: گسترش نظریه غیر آبلی به گروه‌های تقارنی بالاتر با استفاده از مدل یانگ-میلز فرایندی سر راست است.

هر چند نظریه یانگ-میلز به شکل اولیه‌اش کاربرد اندکی دارد، این نظریه با این مقدمه شروع شد که دو ذره بنیادی با اسپین $\frac{1}{2}$ و جرم یکسان وجود دارد، و تا جایی که می‌دانیم چنین زوجی در طبیعت وجود ندارد. خود یانگ و میلز دستگاه نوکلئونی (پروتون و نوترون) را در نظر داشتند و فکر می‌کردند که مدل آنها راهی برای تحقق بخشیدن به ناوردای ایزوسپین هاینبرگ در برهم‌کنشهای قوی است. اختلاف جرم اندک پروتون و نوترون، $1.29 \text{ MeV}/c^2$ ، را به شکست تقارن الکترومغناطیسی نسبت می‌دادند. برای موفقیت نظریه وجود یک ایزو سه‌تایه‌ای از ذرات برداری (اسپین ۱) بدون جرم ضروری بود. تنها نامزد موجود مزونهای ρ بودند، اما مشکل بتوان آنها را بدون جرم ($M_\rho = 770 \text{ MeV}/c^2$) در نظر گرفت، و این تفاوت اندکی که بتوان آن را به برهم‌کنش الکترومغناطیسی نسبت داد نیست. کوششهایی برای مداوای نظریه یانگ-میلز و سازگاری آن با بوزونهای پیمانه‌ای جرم‌دار صورت گرفت، اما وقتی آنها به بار نشستند (با سازوکار هیگز) معلوم شد که ρ و n, p در هر صورت ذرات مرکب هستند، و ایزواسپین مؤلفه‌ای از تقارن طعم بزرگتری است که بیش از آن شکسته شده است که بتواند نقش بنیادی در برهم‌کنشهای قوی داشته باشد. هنگامی که سرانجام نظریه پیمانه‌ای غیر آبلی به سهم خود وارد میدان شد، در زمینه تقارن رنگ ($SU(3)$) در برهم‌کنشهای قوی و تقارن ایزواسپین-فوق بار ضعیف ($U(1) \otimes SU(2)$) در برهم‌کنشهای ضعیف بود. در ضمن، برای بیش از یک دهه بعد از ۱۹۵۴ مدل یانگ-میلز — نظریه دوست داشتنی که ظاهراً طبیعت تصمیم گرفته بود از آن استفاده نکند، افول کرد.

۱۱-۵ کرومودینامیک

طبق مدل کوآرک رنگی، هر طعم کوآرک در سه رنگ قرمز، آبی و سبز ظاهر می‌شود. هر چند

طعمهای مختلف جرمهای متفاوتی دارند (جدول ۴-۴)، برای یک طعم معین فرض می شود سه رنگ وزن یکسانی داشته باشند. پس لاگرانژی آزاد برای یک طعم خاص عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi}_r \gamma^\mu \partial_\mu \psi_r - mc^2 \bar{\psi}_r \psi_r] + [i\hbar c \bar{\psi}_b \gamma^\mu \partial_\mu \psi_b - mc^2 \bar{\psi}_b \psi_b] \\ + [i\hbar c \bar{\psi}_g \gamma^\mu \partial_\mu \psi_g - mc^2 \bar{\psi}_g \psi_g] \quad (۷۰-۱۱)$$

مانند قبل، با معرفی

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_b \\ \psi_g \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi} = (\bar{\psi}_r \bar{\psi}_b \bar{\psi}_g) \quad (۷۱-۱۱)$$

می توان نمادگذاری را ساده کرد، پس

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi \quad (۷۲-۱۱)$$

این لاگرانژی درست شبیه لاگرانژی اولیه دیراک به نظر می رسد، فقط در اینجا ψ نشانگر یک بردار ستونی سه مؤلفه ای است (هر مؤلفه از آن خود یک اسپینور دیراک چهار مؤلفه ای است). همان طور که لاگرانژی دیراک تک ذره ای (۱۱-۱۴) دارای ناودایی فاز $U(۱)$ (کلی) است و لاگرانژی دو ذره ای (جرم مساوی) (۱۱-۴۱) ناوردایی $U(۲)$ را می پذیرد، این لاگرانژی سه ذره ای (با جرم مساوی) تقارن $U(۳)$ را بروز می دهد. می توان گفت که این لاگرانژی تحت تبدیلهایی به شکل

$$\psi \rightarrow U \psi \quad (\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} U^\dagger) \quad (۷۳-۱۱)$$

ناورد است که U هر ماتریس یکانی ۳×۳ است:

$$U^\dagger U = ۱ \quad (۷۴-۱۱)$$

اما به خاطر داشته باشید که [معادله ۱۱-۵۰]، هر ماتریس یکانی را می توان به صورت e به توان ماتریس هرمیتی نوشت:

$$U = e^{iH}, \quad H^\dagger = H \quad (۷۵-۱۱)$$

به علاوه، هر ماتریس هرمیتی ۳×۳ را می توان برحسب نه عدد حقیقی a_1, a_2, \dots, a_8 و θ بیان

کرد (مسئله ۱۱-۱۶):

$$H = \theta 1 + \lambda \cdot a \quad (۷۶-۱۱)$$

که ۱ ماتریس یکه 3×3 ، $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_8$ ماتریسهای گلمان [معادله (۹-۹)] و ضرب داخلی نشانگر جمع از ۱ تا ۸ است:

$$\lambda \cdot a \equiv \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_8 a_8 \quad (۷۷-۱۱)$$

پس

$$U = e^{i\theta} e^{i\lambda \cdot a} \quad (۷۸-۱۱)$$

ما قبلاً تبدیلهای فاز ($e^{i\theta}$) را کشف کرده بودیم؛ چیز جدید جمله دوم است. دترمینان ماتریس $e^{i\lambda \cdot a}$ یک است (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۷) و به گروه $SU(3)$ تعلق دارد*. پس آنچه ما به آن علاقه‌مندیم ناوردایی لاگرانژی (۷۲-۱۱) تحت تبدیلهای پیمانه‌ای $SU(3)$ است، تقارن کلی که قصد ما موضعی کردن آن است.

یعنی \mathcal{L} را چنان تغییر دهیم که تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی $SU(3)$ ناوردا بماند:

$$\psi \rightarrow S\psi, \quad S \equiv e^{-iq\lambda \cdot \phi(x)/\hbar c} \quad (۷۹-۱۱)$$

(مجدداً، قرار می‌دهیم $\phi \equiv -(\hbar c/q)a$ با ثابت جفت‌شدگی q که نقشی همانند بار الکتریکی در QED دارد). مانند همیشه، «مشتق هموردای» \mathcal{D}_μ را جایگزین مشتق معمولی ∂_μ می‌کنیم:

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} \lambda \cdot A_\mu \quad (۸۰-۱۱)$$

و قاعده تبدیل برای میدانهای پیمانه‌ای A_μ (که ۸ تا از آنها وجود دارد) را چنان در نظر می‌گیریم که

$$\mathcal{D}_\mu \psi \rightarrow S(\mathcal{D}_\mu \psi) \quad (۸۱-۱۱)$$

مجدداً، این عبارت ایجاب می‌کند که [نگاه کنید به معادله (۵۸-۱۱)]

$$\lambda \cdot A'_\mu = S(\lambda \cdot A_\mu)S^{-1} + i \left(\frac{\hbar c}{q} \right) (\partial_\mu S)S^{-1} \quad (۸۲-۱۱)$$

* به زبان نظریه گروه نشان می‌دهیم $U(3) = U(1) \otimes SU(3)$.

که، برای حالت بینهایت کوچک، فرمولی همسان با عبارت (۱۱-۶۱) می‌دهد

$$\mathbf{A}'_{\mu} \cong \mathbf{A}_{\mu} + \partial_{\mu} \phi + \frac{\gamma q}{\hbar c} (\phi \times \mathbf{A}_{\mu}) \quad (۱۱-۸۳)$$

با این حال، این بار ضرب خارجی نمادی برای کوتاه‌نویسی

$$(\mathbf{B} \times \mathbf{C})_i = \sum_{j,k=1}^{\Lambda} f_{ijk} B_j C_k \quad (۱۱-۸۴)$$

است که f_{ijk} ثابتهای ساختار $SU(3)$ [معادله (۹-۱۰)]، مانند ϵ_{ijk} برای $SU(2)$ است. (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۸)
لاگرانژی اصلاح شده

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^{\mu} D_{\mu} \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - (q \bar{\psi} \gamma^{\mu} \lambda \psi) \cdot \mathbf{A}_{\mu} \quad (۱۱-۸۵)$$

تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی $SU(3)$ [(۱۱-۷۹) و (۱۱-۸۲)] ناورداست، اما مطابق معمول به بهای ورود میدانهای پیمانه‌ای \mathbf{A}^{μ} (در اینجا هشت‌تا). به زبان ذرات، اینها متناظر با هشت گلوئون هستند، نظیر میدان پیمانه‌ای $U(1)$ در نظریهٔ وایل که نشانگر فوتون است*. برای اتمام کار باید لاگرانژی گلوئون آزاد را اضافه کنیم:

$$\mathcal{L}_{\text{گلوئونها}} = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} \quad (۱۱-۸۶)$$

که، همانند مورد یانگ-میلز

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^{\mu} \mathbf{A}^{\nu} - \partial^{\nu} \mathbf{A}^{\mu} - \frac{\gamma q}{\hbar c} (\mathbf{A}^{\mu} \times \mathbf{A}^{\nu}) \quad (۱۱-۸۷)$$

[با ضرب خارجی $SU(3)$ در معادله (۱۱-۸۴) تعریف شده است].

نتیجه‌گیری: لاگرانژی کامل کرومودینامیک عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - \frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} - (q \bar{\psi} \gamma^{\mu} \lambda \psi) \cdot \mathbf{A}_{\mu} \quad (۱۱-۸۸)$$

* به خاطر داشته باشید که «گلوئون نهم» را که به‌طور کلی با همهٔ کوارکها جفت می‌شود، را آزمایش کنار می‌گذارد. (نگاه کنید به مسئله ۹-۱).

البته، به شش نسخه از معادله (۱۱-۸۸)، هر یک با جرمی مناسب برای شش طعم کوارک نیاز داریم. \mathcal{L} تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی $SU(3)$ ناورداست، و سه میدان دیراک با جرم مساوی (سه رنگ یک طعم کوارک معین) را در برهم‌کنش با هشت میدان برداری بدون جرم (گلوئونها) توصیف می‌کند. این لاگرانژی از این شرط که تقارن کلی $SU(3)$ لاگرانژی اولیه (۱۱-۷۰) باید موضعی شود به دست می‌آید. میدانهای دیراک هشت جریان رنگ را تشکیل می‌دهند

$$J^\mu \equiv c q (\bar{\psi} \gamma^\mu \lambda \psi) \quad (11-89)$$

که به‌عنوان چشمه‌های میدانهای رنگ (A_μ) عمل می‌کنند، همان‌طور که جریانهای الکتریکی چشمه میدان الکترومغناطیسی هستند. نظریه‌ای که در اینجا بیان شد به لحاظ ساختاری به نظریه یانگ-میلز بسیار نزدیک است. اما، در این مورد، معتقدیم که این نظریه توصیف صحیح پدیده‌هایی که در طبیعت به‌وقوع می‌پیوندد، یعنی برهم‌کنش قوی است.

۱۱-۶ قاعده‌های فاینمن

تا اینجا لاگرانژی‌هایی که در نظر گرفتیم شاید آنهایی بودند که میدانهای کلاسیک را به‌خوبی کوانتومی توصیف می‌کردند، در واقع، لاگرانژی ماکسول در هر کتاب درسی الکترودینامیک کلاسیک پیدا می‌شود. در گذر از نظریه میدان کلاسیک به نظریه میدان کوانتومی متناظر آن اصلاح لاگرانژی یا معادله‌های میدان دخیل نیست، بلکه برداشت تازه‌ای از متغیرهای میدان مورد نیاز است؛ میدانها کوانتیده‌اند و ذرات تجلی کوانتومهای میدان مربوطه هستند. بنابراین فوتون کوانتوم میدان الکترودینامیک A^μ ؛ لپتونها و کوارکها کوانتومهای میدانهای دیراک، گلوئونها کوانتومهای هشت میدان پیمانه‌ای $SU(3)$ ، و W^\pm و Z^0 کوانتومهای میدانهای پروکای مربوطه هستند. خود روال کوانتس اسرارآمیز است، و اینجا جای بررسی آن نیست [۸]؛ برای اهداف ما نکته اساسی این است که هر لاگرانژی مجموعه خاصی از قاعده‌های فاینمن را تعیین می‌کند. پس آنچه نیاز داریم، رهنمودی برای به‌دست آوردن قاعده‌های فاینمن است که هر لاگرانژی معین حکم می‌شود.

برای شروع توجه کنید که \mathcal{L} از دو نوع جمله تشکیل شده است: لاگرانژی آزاد هر میدان شرکت‌کننده، به‌علاوه جمله‌های مختلف برهم‌کنشی (\mathcal{L}_{int}) . اولی — لاگرانژی کلاین — گوردون برای اسپین صفر دیراک برای اسپین $\frac{1}{2}$ ، پروکا برای اسپین ۱؛ یا چیزی نامتعارف‌تر برای نظریه‌ای با اسپین بالاتر — انتشارگر را تعیین می‌کند؛ و دومی — که با توسل به ناوردایی پیمانه‌ای موضعی یا چیز دیگری به‌دست می‌آید — عاملهای رأس را تعیین می‌کند.

لاگرانژی آزاد \Leftarrow انتشارگر

جمله‌های برهم‌کنشی \Leftarrow عاملهای رأس

اجازه دهید ابتدا انتشارگر را در نظر بگیریم.

کاربرد معادلهٔ اوایلر-لاگرانژ در مورد لاگرانژی آزاد سه معادلهٔ میدان را به دست می‌دهد:

$$\left[\partial^\mu \partial_\mu + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \phi = 0 \quad (\text{کلاین-گوردون، برای اسپین صفر}) \quad (۱۳-۱۱)$$

$$\left[i\gamma^\mu \partial_\mu - \left(\frac{mc}{\hbar} \right) \right] \psi = 0 \quad (\frac{1}{4}) \quad (\text{دیراک، برای اسپین } \frac{1}{2}) \quad (۱۵-۱۱)$$

$$\left[\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu \right] = 0 \quad (\text{پروکا، برای اسپین } ۱) \quad (۲۲-۱۱)$$

معادله‌های متناظر بر «فضای تکانه» از دستورالعمل استاندارد $p_\mu \leftrightarrow i\hbar \partial_\mu$ [معادلهٔ (۵-۷)] به دست می‌آید:

$$[p^2 - (mc)^2] \phi = 0 \quad (۹۰-۱۱)$$

$$[\not{p} - (mc)] \psi = 0 \quad (۹۱-۱۱)$$

$$[(-p^2 + (mc)^2)g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu] A^\nu = 0 \quad (۹۲-۱۱)$$

انتشارگر به سادگی i (برابر) معکوس هر کدام از گروه‌هاست:

$$\frac{i}{p^2 - (mc)^2} \quad \text{انتشارگر اسپین صفر:} \quad (۹۳-۱۱)$$

$$\frac{i}{p^2 - mc} = i \frac{(\not{p} + mc)}{p^2 - (mc)^2} : \frac{1}{4} \quad \text{انتشارگر اسپین } \frac{1}{2} \quad (۹۴-۱۱)$$

$$\frac{-i}{p^2 - (mc)^2} \left[g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{(mc)^2} \right] : ۱ \quad \text{انتشارگر اسپین } ۱ \quad (۹۵-۱۱)$$

توجه کنید که در مورد دوم این انتشارگر یک ماتریس 4×4 است و ما ماتریس وارون را می‌خواهیم؛ در مورد سوم انتشارگر تانسور رتبهٔ دو $(T_{\mu\nu})$ است و ما تانسور وارون $(T^{-1})_{\mu\nu}$ را می‌خواهیم

به‌طوری که $\delta_{\mu}^{\nu} = T_{\mu\lambda}(T^{-1})^{\lambda\nu}$. (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۹). اینها دقیقاً انتشارگرهایی هستند که در فصلهای ۶، ۷ و ۱۰ از آنها استفاده کردیم*. چون به وضوح نمی‌توانیم در انتشارگر پروکا (۱۱-۹۵) قرار دهیم $m \rightarrow 0$ ، برای به‌دست آوردن انتشارگر فوتون، باید به معادلهٔ میدان آزاد (۱۱-۲۲) بازگردیم:

$$\partial_{\mu}(\partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu}) = 0 \quad (\text{ماکسول، برای ذرهٔ بدون جرم اسپینی ۱}) \quad (۱۱-۹۶)$$

همان‌طور که قبلاً اشاره کردم، این معادلهٔ A^{μ} را به‌طور منحصر به‌فرد تعیین نمی‌کند، اگر شرط لورنتس را اعمال کنیم

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = 0 \quad (۷-۸۲)$$

آن‌گاه (۱۱-۹۶) تبدیل می‌شود به:

$$\partial^{\nu} A^{\nu} = 0 \quad (۱۱-۹۷)$$

که در فضای تکانه می‌توان آن را به‌صورت زیر نوشت

$$(-p^{\nu} g_{\mu\nu}) A^{\nu} = 0 \quad (۱۱-۹۸)$$

پس انتشارگر فوتون عبارت است از

$$\text{انتشارگر بدون جرم اسپین ۱: } -i \frac{g_{\mu\nu}}{p^{\nu}} \quad (۱۱-۹۹)$$

برای یافتن عاملهای رأس، ابتدا $i\mathcal{L}_{\text{int}}$ را در فضای تکانه $(i\hbar \partial_{\mu} \rightarrow p_{\mu})$ می‌نویسیم و میدانهای دخیل را امتحان می‌کنیم؛ این کار ساختار کیفی برهم‌کنش را تعیین می‌کند. مثلاً در مورد لاگرانژی QED (۱۱-۳۵) داریم:

$$i\mathcal{L}_{\text{int}} = -i(q\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi)A_{\mu} \quad (۱۱-۱۰۰)$$

* در واقع، این فرایند فقط انتشارگر را تا حد یک ثابت ضربی تعیین می‌کند، زیرا معادله‌های میدان (۱۱-۹۰)، (۱۱-۹۱) و (۱۱-۹۲)، همواره می‌توانند در چنین ضربی ضرب شوند. در شکل «بندادی» این معادله‌ها ضرایب mc یا $(mc)^2$ ، اختیاری می‌شوند و علامت آنها با جملهٔ جرمی در \mathcal{L} تطبیق داده می‌شوند. قراردادهای دیگر به مجموعه از قاعده‌های فاینمن با اندکی تفاوت می‌انجامد، اما البته دامنهٔ محاسبه شده واکنشها را تغییر نمی‌دهند.

در اینجا سه میدان ($\psi, \bar{\psi}$ و A_μ) دخیل‌اند و این رأس را تعریف می‌کند که در آن سه خط به هم می‌پیوندند — یک فرمیون ورودی، یک فرمیون خروجی و یک فوتون. برای یافتن خود عامل رأس، فقط متغیرهای میدان را پاک می‌کنیم:

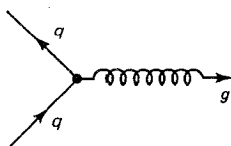
$$-i\sqrt{\frac{4\pi}{\hbar c}}q\gamma^\mu = ig_e\gamma^\mu \quad (11-10)$$

(عامل رأس QED برای ذره باردار منفی)

(در مورد فوتون، آنچه واقعاً باید پاک کنیم $A^\mu \sqrt{\hbar c/4\pi}$ است؛ ضریب اضافی ناشی از استفاده ما از یکاهای cgs است که، برای این منظور، پر دردسر است.) همین موضوع در مورد کرومودینامیک به کار می‌رود (۱۱-۸۸): جفت‌شدگی کوارک-گلوئون:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -(q\bar{\psi}\gamma^\mu\lambda\psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (11-102)$$

است که رأسی به شکل زیر می‌دهد



با عامل رأس

$$-i\frac{g_s}{2}\gamma^\mu\lambda \quad (11-103)$$

(معمولاً ثابت جفت‌شدگی قوی با ضریب ۲ تعریف می‌شود: $q \equiv 2\sqrt{4\pi/\hbar c}g_s$ که q «بار قوی» است که در لاگرانژی ظاهر می‌شود). با این حال، جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون نیز وجود دارد که ناشی از جمله $\mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu}$ در \mathcal{L} است، زیرا $\mathbf{F}^{\mu\nu}$ نه تنها شامل قسمت «آزاد»، $\partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu$ ، است بلکه یک جمله برهم‌کنشی $-2q/\hbar c(\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu)$ [معادله (۱۱-۸۷)] نیز دارد. با مربع کردن آن به دست می‌آوریم:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \left(\frac{q}{4\pi\hbar c}\right) [(\partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu) \cdot (\mathbf{A}_\mu \times \mathbf{A}_\nu) + (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \cdot (\partial_\mu \mathbf{A}_\nu - \partial_\nu \mathbf{A}_\mu)]$$

$$- \frac{q^2}{4\pi(\hbar c)^2} (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \cdot (\mathbf{A}_\mu \times \mathbf{A}_\nu) \quad (11-104)$$

جمله اول حامل سه عامل A^μ است و به رأس سه‌گلوئونی (۹-۱۸) می‌انجامد؛ جمله دوم چهار عامل A^μ دارد و رأس چهارگلوئونی (۹-۱۹) را می‌دهد. (برای تمرین به‌دست آوردن قاعده‌های فاینمن از لاگرانژیها، نگاه کنید به مسائل ۱۱-۲۰ و ۱-۲۱ ببینید.)

۷-۱۱ جمله جرمی

اصل ناوردایی پیمانه‌ای موضعی برای برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی خوب کار می‌کند. در وهله اول، این اصل وسیله‌ای برای تعیین جفت‌شدگیها در اختیار ما قرار می‌دهد (در «گذشته» تشکیل \mathcal{L}_{int} کاملاً موردی بود). به‌علاوه، همان‌طور که توفت و دیگران در اوایل دهه هفتاد ثابت کردند [۹]، نظریه‌های پیمانه‌ای به‌طور خودکار باز بهنجارش پذیرند. اما کاربرد آنها در برهم‌کنشهای «ضعیف» با این واقعیت که میدانهای پیمانه‌ای بدون جرم‌اند متوقف شد. به خاطر داشته باشید، که جمله جرمی در لاگرانژی پروکا به‌صورت موضعی ناوردای پیمانه‌ای نیست، و هر چند که فوتون و گلوئونها بی‌جرم‌اند، اما W ها و Z^0 مسلماً چنین نیستند. پس این پرسش مطرح می‌شود که آیا می‌توان نظریه پیمانه‌ای را طوری اصلاح کرد که میدانهای پیمانه‌ای جرم‌دار را نیز در خود جای دهد؟ پاسخ مثبت است، اما روال کار — استفاده از شکست خودبه‌خود تقارن و سازوکار هیگز — فوق‌العاده هوشمندانه دشوار است و بهتر است با تفکر دقیق در مورد چگونگی وارد کردن جمله جرمی در لاگرانژی شروع شود. مثلاً فرض کنید، لاگرانژی زیر برای میدان نرده‌ای ϕ داده شده است:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + e^{-(\alpha\phi)^2} \quad (105-11)$$

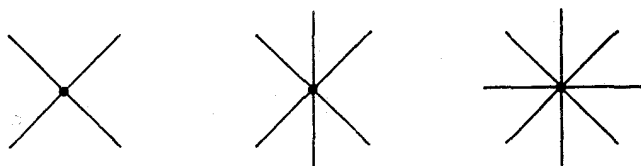
که α ثابتی (حقیقی) است. در اینجا جمله جرمی کجاست؟ در نگاه اول اثری از آن دیده نمی‌شود، و شاید نتیجه بگیرید که این یک میدان بدون جرم است. اما این درست نیست، زیرا اگر عامل نمایی را بسط بدهید، \mathcal{L} به شکل زیر درمی‌آید

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + 1 - \alpha^2 \phi^2 + \frac{1}{4}\alpha^4 \phi^4 - \frac{1}{6}\alpha^6 \phi^6 + \dots \quad (106-11)$$

۱ نامربوط است (یک جمله ثابت در \mathcal{L} اثری در معادله‌های میدان ندارد)، اما جمله دوم درست مانند جمله جرمی در لاگرانژی کلاین-گوردون (۱۱-۱۱)، با $\alpha^2 = \frac{1}{4}(mc/\hbar)^2$ ، به نظر می‌رسد. ظاهراً این لاگرانژی ذره‌ای به جرم

$$m = \sqrt{2}\alpha\hbar/c \quad (107-11)$$

را توصیف می‌کند. جمله‌های مرتبه بالاتر جفت شدگیهایی به شکل



و نظایر آن را نشان می‌دهند، البته، این یک نظریه واقعی تلقی نمی‌شود — پیشنهاد می‌کنم که این فقط مثالی از آن است که چگونه جمله جرمی در یک لاگرانژی ممکن است «تغییر شکل» دهد. برای شناسایی آن، \mathcal{L} را برحسب توانهای ϕ بسط می‌دهیم و جمله متناسب با ϕ^2 را بیرون می‌کشیم (در حالت کلی این جمله‌ای مرتبه دوم نسبت به میدانهای — A^μ, ψ, ϕ یا هر چیز دیگر است). اما در اینجا نکته ظریفی پنهان است، که آن را با لاگرانژی زیر نشان می‌دهم:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{4}\mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4}\lambda^2 \phi^4 \quad (108-11)$$

در اینجا μ و λ ثابتهای (حقیقی) هستند. جمله دوم شبیه جرم و جمله سوم شبیه برهم‌کنش است. اما دست نگه‌دارید! علامت غلط است [با معادله (۱۱-۱۱) مقایسه کنید]. اگر آن جمله جرمی باشد، پس m باید موهومی باشد که بی‌معنی است. پس، چگونه باید این لاگرانژی را تعبیر کرد؟ برای پاسخ به این پرسش، باید پی ببریم که حساب فاینمن در واقع فرایندی اختلالی است، که در آن با شروع از حالت پایه («خلأ»)، میدانها را افت و خیزهایی حول آن حالت در نظر می‌گیریم. برای لاگرانژی‌هایی که تاکنون در نظر گرفته‌ایم، حالت پایه — پیکربندی میدان با کمترین انرژی — همواره بدیهی بوده است: $\phi = 0$. اما برای لاگرانژی (۱۰۸-۱۱)، $\phi = 0$ حالت پایه نیست. برای تعیین حالت زمینه واقعی، \mathcal{L} را به صورت جمله «جنبشی» $(\frac{1}{4} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi)$ منهای یک جمله «پتانسیل» می‌نویسیم [با الهام از لاگرانژی کلاسیک (۴-۱۱)]:

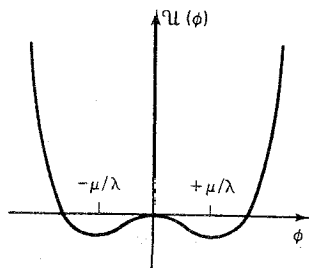
$$\mathcal{L} = T - U \quad (109-11)$$

و به دنبال کمینه U می‌گردیم. برای مورد فعلی داریم:

$$U(\phi) = -\frac{1}{4}\mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4}\lambda^2 \phi^4 \quad (110-11)$$

و کمینه در

$$\phi = \pm \mu/\lambda \quad (111-11)$$



شکل ۱-۱۱ نمودار $U(\phi)$ ، معادله (۱۱-۱۱).

رخ می‌دهد (نگاه کنید به شکل ۱-۱۱). برای این لاگرانژی، حساب فاینمن را باید برحسب مشتق‌های یک یا چند تا از این حالت‌های پایه فرمول‌بندی کرد. این کار ورود متغیر میدان جدید، η ، را که به صورت زیر تعریف می‌شود، مطرح می‌کند.

$$\eta \equiv \phi \pm \frac{\mu}{\lambda} \quad (۱۱۲-۱۱)$$

لاگرانژی برحسب، η می‌شود

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \pm \mu \lambda \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \frac{1}{4} (\mu^2/\lambda)^2 \quad (۱۱۳-۱۱)$$

اکنون جمله دوم جمله جرمی با علامت صحیح است و [با مقایسه با معادله (۱۱-۱۱)] درمی‌یابیم که جرم ذره عبارت است از

$$m = \sqrt{2} \mu \hbar / c \quad (۱۱۴-۱۱)$$

در ضمن، جمله‌های سوم و چهارم جفت‌شدگی‌هایی به شکل



را نمایش می‌دهند. (جمله آخریک ثابت است که هیچ مفهومی ندارد).

تأکید می‌کنم که لاگرانژیهای (۱۰۸-۱۱) و (۱۱۳-۱۱) درست یک سیستم فیزیکی مشابه را نمایش می‌دهند؛ همه آنچه که انجام دادیم تغییر نمادگذاری (۱۱۲-۱۱) بود. اما نسخه اول برای

حساب فاینمن مناسب نیست (در واقع، سری اختلالی نسبت به ϕ همگرا نمی‌شد، زیرا حول نقطه ناپایداری بسط داده شده بود)؛ فقط در فرمولبندی دوم می‌توان عاملهای جرمی و رأسی را بازخوانی کرد.

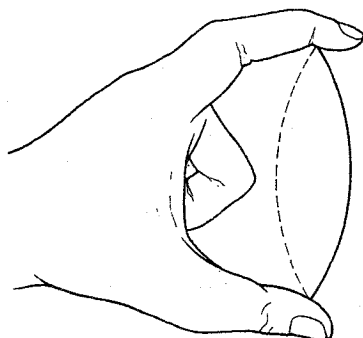
نتیجه‌گیری: برای تعیین جمله جرمی در یک لاگرانژی، ابتدا محل حالت پایه را تعیین می‌کنیم [ترکیبی از میدان که برای آن $U(\phi)$ کمینه است] و L را برحسب انحراف، η ، از کمینه بیان می‌کنیم. سپس آن را برحسب توانهای η بسط می‌دهیم و از ضریب جمله η^2 جرم را به دست می‌آوریم.

۸-۱۱ شکست خودبه خود تقارن

مثالی که در نظر گرفتیم پدیده مهم دیگری را نیز نشان می‌دهد که شکست خودبه خود تقارن است. لاگرانژی اولیه (۱۰۸-۱۱) نسبت به ϕ زوج و تحت $\phi \rightarrow -\phi$ ناورداست. اما لاگرانژی باز فرمولبندی شده (۱۱۳-۱۱) نسبت به η زوج نیست؛ تقارن «شکسته» شده است. چگونه این اتفاق افتاد؟ این واقعه رخ داد چون «خلاً» (هر کدام از دو حالت پایه را که برای کار در نظر بگیریم) در تقارن لاگرانژی سهم نیست. (البته مجموعه‌ای از همه حالت‌های پایه چنین هست، اما برای برپایی صورتگرایی فاینمن مجبوریم فقط با یکی از آنها کار کنیم، و این موضوع تقارن را از بین می‌برد.) این را شکست «خودبه خود» تقارن می‌گوییم چون هیچ عامل خارجی مسئول آن نیست (آن گونه، که مثلاً گرانی تقارن سه بعدی در این اتاق را می‌شکند، و «بالا» و «پایین» را کاملاً از «چپ» و «راست» متفاوت می‌سازد). به بیان دیگر، تقارن واقعی سیستم با گزینش دلخواهی از یک حالت پایه به خصوص (نامتقارن) «پنهان» شده است. مثالهایی از شکست خودبه خود تقارن در بسیاری از شاخه‌های فیزیک وجود دارد. برای مثال، یک نوار پلاستیکی نازک (مثلاً یک خط‌کش کوتاه) را بگیرید. اگر دو طرف آن را فشار دهید، نوار به شکل منحنی درمی‌آید، اما می‌تواند هم به طرف راست تاب بردارد هم به طرف چپ — هر دو حالت‌های پایه‌ای دستگاه هستند، و هر دو تقارن چپ — راست را می‌شکند (نگاه کنید به شکل ۲-۱۱).

اما شکست خودبه خود تقارنی که اکنون بررسی کردیم، تقارنی گسسته فقط با دو حالت پایه بود. اتفاق جالب توجه‌تر هنگامی رخ می‌دهد که تقارنهای پیوسته را در نظر بگیریم. (یک میله پلاستیکی — مثلاً میل بافتنی — را جایگزین نوار پلاستیکی شکل ۲-۱۱ کنید. این میله می‌تواند در هر جهتی تاب بردارد و نه فقط در جهت راست و چپ*.) ساختن یک لاگرانژی با تقارن خودبه خود شکسته شده پیوسته ساده است. مثلاً:

* یک مثال پیشرفته‌تر فرومغناطیسی است: در حالت پایه اسپینی همه الکترون‌ها همسو شده‌اند، اما جهت این همسویی به تاریخچه آن بستگی دارد. نظریه متقارن است، اما یک قطعه آهن معین دارای سمتگیری ویژه‌ای است که تقارن را می‌شکند.



شکل ۱۱-۲ شکست خودبه‌خود تقارن در یک نوار پلاستیکی.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi_1)(\partial^\mu \phi_1) + \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi_2)(\partial^\mu \phi_2) + \frac{1}{4}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (11-115)$$

این لاگرانژی مشابه معادله (۱۱-۸۱) است، بجز آنکه دو میدان، ϕ_1 و ϕ_2 داریم، و چون در \mathcal{L} مجموع مربعات دخیل است، تحت دوران در فضای ϕ_1, ϕ_2 ناورد است.* در اینجا تابع «انرژی پتانسیل» عبارت است از:

$$\mathcal{U} = -\frac{1}{4}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (11-116)$$

و کمینه‌ها روی دایره‌ای به شعاع μ/λ قرار داد:

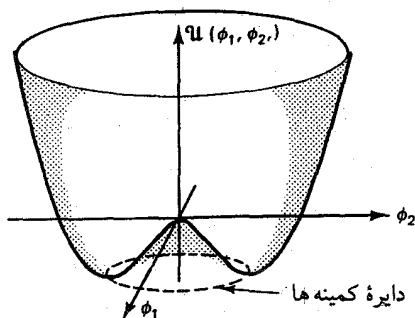
$$\phi_{1\min}^2 + \phi_{2\min}^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \quad (11-117)$$

(نگاه کنید به شکل ۱۱-۳). برای به‌کار بستن حساب فاینمن باید حول حالت پایه خاصی («خال») بسط دهیم — همچنین می‌توان در نظر گرفت که

$$\phi_{1\min} = \frac{\mu}{\lambda}; \quad \phi_{2\min} = 0 \quad (11-118)$$

همانند قبل، میدانهای جدید، η و ξ ، را وارد می‌کنیم که افت و خیزهای حول حالت پایه باشند:

* به لحاظ نظریه گروهی، این لاگرانژی تحت $SO(2)$ ناورد است: $\phi_1 \rightarrow \phi_1 \cos \theta + \phi_2 \sin \theta$; $\phi_2 \rightarrow -\phi_1 \sin \theta + \phi_2 \cos \theta$. (نگاه کنید به مسئله ۴-۶.)



شکل ۱۱-۳ تابع پتانسیل (۱۱۶-۱۱).

$$\eta \equiv \phi_1 - \mu/\lambda; \quad \xi \equiv \phi_2 \quad (۱۱۹-۱۱)$$

با بازنویسی لاگرانژی برحسب این متغیرهای جدید میدان، به دست می آوریم (مسئله ۱۱-۲۲):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[\frac{1}{4} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[\frac{1}{4} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) \right] \\ & + \left[\mu \lambda (\eta^3 + \eta \xi^2) - \frac{\lambda^2}{4} (\eta^4 + \xi^4 + 2\eta^2 \xi^2) \right] + \frac{\mu^4}{(4\lambda^2)} \end{aligned} \quad (۱۲۰-۱۱)$$

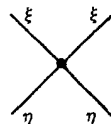
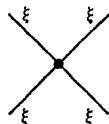
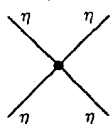
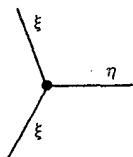
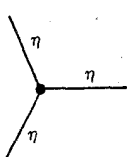
جمله اول لاگرانژی کلاین-گوردون آزاد (۱۱-۱۱) برای میدان η است، که از قرار معلوم حامل جرم زیر است

$$m_\eta = \sqrt{2} \mu \hbar / c \quad (۱۲۱-۱۱)$$

[همانند قبل، نگاه کنید به معادله (۱۱۴-۱۱)؛ جمله دوم لاگرانژی آزاد برای میدان ξ است، که بدون جرم است:

$$m_\xi = 0 \quad (۱۲۲-۱۱)$$

و جمله سوم پنج جفت شدگی زیر را تعریف می کند:



(البته، ثابت آخر نامربوط است). این شکل لاگرانژی به‌طور کلی متقارن به‌نظر نمی‌رسد؛ تقارن (۱۱-۱۱۵) با گزینش حالت خلأ ویژه‌ای شکسته (یا به بیان دقیق‌تر «پنهان») شده است. نکته مهمی که در اینجا باید به آن توجه شود آن است که یکی از میدانها (ξ) به‌طور خودکار بدون جرم است. این اتفاقی نیست. می‌توان نشان داد که شکست خودبه‌خود یک تقارن کلی پیوسته همواره با ظهور یک یا چند ذره (اسپین صفر) نرده‌ای بدون (که آنها را «بوزونهای گلدستون» می‌نامیم) همراه است (قضیه گلدستون) [۱۰]*. خوب این یک فاجعه است؛ امیدوار بودیم با به‌کار بردن سازوکار شکست خود به خود تقارن دلیلی برای جرم میدانهای پیمانه‌ای برهم‌کنش ضعیف بیابیم اما اکنون دریافته‌ایم که این سازوکار بوزونهای نرده‌ای بدون جرمی را وارد می‌کند، و چنین چیزی در فهرست ذرات بنیادی شناخته شده وجود ندارد.** اما صبر کنید، زیرا یک گردش نهایی باورنکردنی در این ماجرا وجود دارد. این موضوع وقتی نمایان می‌شود که ایده شکست خودبه‌خود تقارن را در مورد ناوردایی پیمانه‌ای موضعی به‌کار بندیم.

۱۱-۹ سازکار هیگز

لاگرانژی بخش ۱۱-۸ را می‌توان به‌صورت بهتری با تلفیق دو میدان حقیقی ϕ_1 و ϕ_2 به‌صورت یک میدان مختلط به‌صورت آراسته‌تری نوشت:

$$\phi \equiv \phi_1 + i\phi_2 \quad (11-123)$$

به‌طوری که

$$\phi^* \phi = \phi_1^2 + \phi_2^2 \quad (11-124)$$

در این نمادگذاری (که چیزی جز نمادگذاری نیست) لاگرانژی (۱۱-۱۱۵) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi)^*(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{4}\mu^2(\phi^* \phi) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^* \phi)^2 \quad (11-125)$$

* به‌طور شهودی، این قضیه با این واقعیت در ارتباط است که هیچ مقاومتی در مقابل برانگیختگی در جهت ξ وجود ندارد. تلنگری به میل بافتنی خم شده بزنید و میل آزادانه حول محورش می‌چرخد، در صورتی که برانگیختگی شعاعی با نیروی بازگرداننده، مواجه می‌شود، و دستگاه نوسان می‌کند.

** تصور اینکه چنین ذراتی تاکنون آشکار نشده باشد مشکل است. برای ذرات سنگین همواره احتمالی وجود دارد — شاید انرژی کافی برای تولید آن نداشته باشید — اما یک ذره بدون جرم مطمئناً باید در جایی حتی اگر فقط به شکل انرژی و تکانه «گمشده» باشد آشکار شود.

و تقارن دورانی ($SO(2)$) که خود به خود شکسته می‌شد به ناوردایی تحت تبدیلهای فاز ($U(1)$) تبدیل می‌شود

$$\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi \quad (11-126)$$

این دقیقاً از نوع تقارنی است که قبلاً در بخش ۱۱-۳ بررسی کرده بودیم، جز آنکه در اینجا به جای اسپینورها با میدانهای نرده‌ای کار می‌کنیم. می‌توان دستگاه را تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی ناوردا کرد

$$\phi \rightarrow e^{i\theta(x)} \phi \quad (11-127)$$

این کار با بهره‌گیری از ابزار معمول میدان پیمانه‌ای بدون جرم A^μ و جایگزینی مشتقهای هموردای (۱۱-۳۸) به جای مشتقهای موجود در معادله (۱۱-۱۲۵) انجام می‌شود:

$$D_\mu = \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \quad (11-128)$$

پس

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \left[\left(\partial_\mu - \frac{iq}{\hbar c} A_\mu \right) \phi^* \right] \left[\left(\partial^\mu + \frac{iq}{\hbar c} A^\mu \right) \phi \right] \\ & + \frac{1}{2} \mu^2 (\phi^* \phi) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (11-129)$$

حال به سادگی گامهای بخش ۱۱-۸ را دنبال می‌کنیم، و آنها را برای لاگرانژی ناوردای موضعی (۱۱-۱۲۹) به کار می‌بندیم. میدانهای جدید زیر را تعریف می‌کنیم

$$\eta \equiv \phi_1 - \mu/\lambda, \quad \xi \equiv \phi_2 \quad (11-130)$$

[با معادله (۱۱-۱۱۹) مقایسه کنید]، لاگرانژی می‌شود (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۲۵):

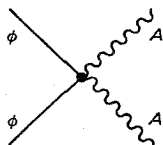
$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) \right] \\ & + \left[-\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right] - 2i \left(\frac{\mu}{\lambda} \frac{q}{\hbar c} \right) (\partial_\mu \xi) A^\mu \end{aligned}$$

$$+ \left\{ \frac{q}{\hbar c} [\eta(\partial_\mu \xi) - \xi(\partial_\mu \eta)] A^\mu + \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 (\xi^2 + \eta^2) (A_\mu A^\mu) \right. \\ \left. - \lambda \mu (\eta^2 + \xi^2) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\eta^2 + 2\eta^2 \xi^2 + \xi^2) \right\} + \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2 \quad (۱۳۱-۱۱)$$

خط اول مانند قبل، معادله (۱۱-۱۲) است؛ و ذره نرده‌ای (η) با جرم $\sqrt{2}\mu\hbar/c$ و بوزون گلدستون بدون جرم (ξ) را توصیف می‌کند. خط دوم میدان پیمانه‌ای آزاد A^μ را توصیف می‌کند، اما — به‌طور معجزه‌آسا! — جرم‌دار شده است:

$$m_A = 2\sqrt{\pi} \left(\frac{q\mu}{\lambda c^2} \right) \quad (۱۳۲-۱۱)$$

[با لاگرانژی پروکا (۱۱-۲۱) مقایسه کنید]. جمله داخل آکولاد جفت‌شدگیهای مختلف η, ξ و A^μ را مشخص می‌کنند (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۲۶). مشاهده اینکه جرم A^μ از کجا آمد ساده است: لاگرانژی اولیه (۱۱-۱۲۹) حاوی جمله‌ای به شکل $\phi^* \phi A_\mu A^\mu$ است که در نبود شکست خود به خود تقارن نشانگر جفت‌شدگی است:



اما هنگامی که حالت پایه به خارج از مرکز «حرکت می‌کند و میدان μ/λ یک مقدار ثابت به‌دست می‌آورد [معادله (۱۱-۱۳۰)]، این قسمت از لاگرانژی شکل جمله جرمی پروکار را به‌خود می‌گیرد. با این حال، هنوز بوزون گلدستون (ξ) ناخواسته را داریم. به‌علاوه، کمیت مشکوکی در L وجود دارد:

$$-2i \left(\frac{\mu}{\lambda} \frac{q}{\hbar c} \right) (\partial_\mu \xi) A^\mu \quad (۱۳۳-۱۱)$$

با این باید چکار کنیم؟ اگر به آن به صورت یک برهم‌کنش نگاه کنیم، به راسی به شکل



می‌انجامد که در آن ξ به A تبدیل می‌شود. هر جمله‌ای مثل این، نسبت به دو میدان مختلف دوخطی است و نشانگر آن است که ما ذرات بنیادیمان را در این نظریه به غلط شناسایی کرده‌ایم

(مسئله ۱۱-۲۳). در هر دو شکل میدان $\phi = \xi$ دخیل است و هر دو را می‌توان با بهره‌برداری از ناوردایی پیمانه‌ای موضعی \mathcal{L} [در شکل اولیه (۱۱-۱۲۹)] به‌منظور تبدیل کامل این میدان! از بین برد. معادله (۱۱-۱۲۶) را برحسب بخشهای حقیقی و موهومی‌اش می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}\phi \rightarrow \phi' &= (\cos \theta + i \sin \theta)(\phi_1 + i\phi_2) \\ &= (\phi_1 \cos \theta - \phi_2 \sin \theta) + i(\phi_1 \sin \theta + \phi_2 \cos \theta)\end{aligned}\quad (۱۱-۱۳۴)$$

می‌بینیم که با انتخاب

$$\theta = -\tan^{-1}(\phi_2/\phi_1) \quad (۱۱-۱۳۵)$$

ϕ' حقیقی می‌ماند که به‌معنای $\phi'_2 = 0$ است. میدان پیمانه A^μ طبق (۱۱-۳۴) تبدیل می‌شود، اما لاگرانژی برحسب متغیرهای میدان جدید همان شکل را به خود می‌گیرد که برحسب متغیرهای قدیمی داشت (که به مفهوم آن است که \mathcal{L} ناورداست). تنها تفاوت در اینجا آن است که ξ اکنون صفر است. در این پیمانه خاص لاگرانژی (۱۱-۱۳۱) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[-\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right] \\ &+ \left\{ \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta^2 (A_\mu A^\mu) - \lambda \mu \eta^2 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 \right\} \\ &+ \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2\end{aligned}\quad (۱۱-۱۳۶)$$

با گزینش زیرکانه پیمانه، بوزون گلدستون و جمله مزاحم در \mathcal{L} را حذف کردیم؛ و میدان نرده‌ای جرم‌دار η (ذره «هیگز») و میدان پیمانه‌ای جرم‌دار A^μ باقی ماند.

لطفاً توجه کنید که لاگرانژیهای (۱۱-۱۲۹) و (۱۱-۱۳۶) دقیقاً دستگاههای فیزیکی یکسانی را توصیف می‌کنند؛ آنچه که انجام دادیم انتخاب پیمانه مناسب (۱۱-۱۳۵) و بازنویسی میدانها برحسب افت و خیزهای حول حالت پایه خاص (۱۱-۱۳۰) بود. تقارن آشکار (۱۱-۱۲۹) را به خاطر نمادگذاری فدا کردیم که مفهوم فیزیکی را روشن‌تر می‌کند، و به ما اجازه می‌دهد تا قاعده‌های فاینمن را به‌صورت سراسرست‌تری به‌دست آوریم. راه روشنگری برای تفکر در این مورد وجود دارد: یک میدان برداری بدون جرم دارای دو درجه آزادی (قطبش عرضی) است؛ هنگامی که A^μ

جرمدار می‌شود، درجه آزادی سومی هم به دست می‌آورد (قطبش طولی). این درجه آزادی اضافی از کجا می‌آید؟ پاسخ: از بوزون گلدستونی، که در این میان از نظریه ناپدید شد. میدان پیمانه‌ای بوزون گلدستون را «خورد» و در نتیجه هم جرم و هم حالت سوم قطبش را به دست می‌آورد*. این سازوکار مشهور هیگز است، که بر مبنای وحدت ناوردایی پیمانه‌ای و شکست خودبه‌خود تقارن بنا شده است. طبق مدل استاندارد، سازوکار هیگز مسئول جرم بوزونهای پیمانه‌ای برهم‌کنش ضعیف (W^\pm و Z^0) است. جزئیات کار همچنان موضوع پیش‌بینیهای نظری است — ذره هیگز هیچ‌گاه در آزمایشگاه دیده نشده است (احتمالاً سنگین‌تر از آن است که با شتابدهنده‌های موجود ساخته شود)**، و «پتانسیل» هیگز کاملاً ناشناخته است (برای استدلال از $\mathcal{U} = -\frac{1}{4}\mu^2(\phi^*\phi) + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^*\phi)^2$ استفاده کرده‌ام). در واقع ممکن است ذرات هیگز زیادی وجود داشته باشد، یا ممکن است ساختاری مرکب داشته باشد، اما مهم نیست: مهم آن است که راهی اصولی برای انتساب جرم به میدانهای پیمانه‌ای یافته‌ایم***، و این مجوز ما برای این باور است که تمام برهم‌کنشهای بنیادی — ضعیف و نیز قوی و الکترومغناطیسی — را می‌توان با نظریه‌های پیمانه‌ای موضعی توصیف کرد [۱۱].

مراجع و یادداشتها

۱. مثلاً نگاه کنید به کتاب:

R. Resnick and D. Halliday, *Physics*. 3d Ed., (New York: Wiley, 1977), Part I, chap, 8.

۲. معادله‌های اوایلر-لاگرانژ را می‌توان از اصل کمترین کنش به دست آورد. برای بحث بیشتر در مورد روش لاگرانژی در مکانیک کلاسیک کتابهای

J. B. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, 2d Ed. (New York: Academic press, 1970)

* ما مجبور به پذیرش هیچ پیمانه خاصی نیستیم. با این حال، اگر این کار را نکنیم، نظریه حاوی ذره «جتی» غیرفیزیکی می‌شود و ساده‌ترین کار حذف صریح آن از ابتداست.

** بسیاری از فیزیکدانان ذرات در حال حاضر برای ساختن ابر برخوردنده ابر رسانا (SSC) صف‌آرایی کرده‌اند که هدف اصلی آنها جستجوی ذره هیگز خواهد بود.

*** در مدل استاندارد ذره هیگز مسئول جرم کوارکها و لپتونها نیز هست؛ ابتدا آنها بدون جرم در نظر گرفته می‌شود. اما فرض می‌شود که با ذره هیگز جفت‌شدگی یوکاوبی داشته باشند (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۲۱). وقتی این جفت‌شدگی با شکست خودبه‌خود تقارن (۱۱-۱۳۰) «جابه‌جا» شود، جفت‌شدگی یوکاوا به دو قسمت شکافته می‌شود، یکی برهم‌کنش واقعی و دیگری جمله جرم برای میدان ϕ . این ایده خوبی است، اما در محاسبه جرم فرمیونها به ما کمک نمی‌کند، زیرا خود ثابتهای جفت‌شدگی یوکاوا ناشناخته‌اند. فقط هنگامی که (و اگر) ذره هیگز واقعاً یافت شود ممکن است همه اینها به‌طور تجربی تأیید شوند.

H. Goldstein , *Classical Mechanics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1980).

را ببینید.

3. H. Weyl, *Ann. Phys.* **59**, 101 (1919). K. Moriyasu, *An Elementary Primer for Gauge Theory* (Singapore: World Scientific, 1983).

4. C. N. Yang and R. L. Mills, *Phys.Rev.* **96**, 191 (1954).

۵. مثلاً

C. Chevalley, *Theory of Lie Groups* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1946)

را ببینید.

۶. این مورد، و بسیاری از جنبه‌های دیگر نظریه‌های پیمانه‌ای موضعی با زیبایی و وضوح خارق‌العاده‌ای در یادداشت‌های تحقیقاتی منتشر نشده زیر بررسی شده‌اند:

“Classical Chromodynamics” and “Bare Bones of the Classical Theory of Gauge Fields,” by N. A. Wheeler (Portland, OR: Reed Collage, 1981).

7. A. Actor. *Rev.Mod.Phys.* **51**, 461 (1979).

۸. جزئیات در هر بررسی نظریه میدان کوانتومی نظیر آنهایی که در مقدمه به آنها ارجاع داده شد، یافت می‌شود.

9. G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B33**, 173 (1971), **B35**, 167(1971). Reprinted in C. H. Lai, ed. (Singapore: World Scientific, 1981).

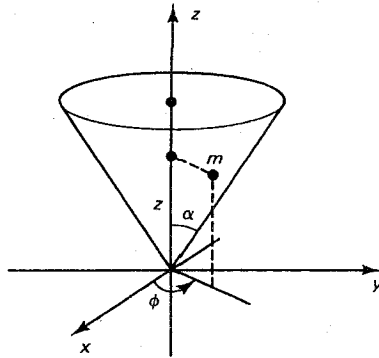
10. J. Goldstone, *Nuovo Cimento* **19**, 154(1961); J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, *Phys.Rev.* **127**, 965(1962).

۱۱. برای کاربردهای مفصل‌تر سازوکار هیگز در نظریه الکتروضعیف گلاشو، واینبرگ و سلام، برای نمونه، فصل ۱۵ کتاب:

F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984).

مسائل

۱۱-۱ یک امتیاز فرمولبندی لاگرانژی آن است که ما را به دستگاه مختصات ویژه‌ای متعهد نمی‌کند — q های معادله (۱۱-۶) می‌تواند مختصات دکارتی، مختصات قطبی یا هر متغیرهای دیگری که مکان ذره را مشخص می‌کنند باشد. مثلاً، فرض کنید، می‌خواهیم حرکت ذره‌ای را که بدون اصطکاک روی سطح داخلی مخروطی که محورش به طرف بالا قرار گرفته حرکت می‌کند را تحلیل کنیم:



(الف) T و U را برحسب متغیرهای z و ϕ و ثابت α (زاویه نیم رأس مخروط)، m (جرم ذره) و g (شتاب جاذبه) بیان کنید.

(ب) لاگرانژی را تشکیل دهید و معادله‌های اویلر-لاگرانژ را برای به‌دست آوردن معادله‌های دیفرانسیل مربوط به $z(t)$ و $\phi(t)$ به‌کار ببندید.

(ج) نشان دهید $L = (m \tan^2 \alpha) z^2 \dot{\phi}$ ثابت حرکت است. این کمیت به لحاظ فیزیکی چیست؟

(د) از نتیجه قسمت (ج) برای حذف ϕ از معادله z استفاده کنید. (معادله دیفرانسیل مرتبه دومی برای $z(t)$ باقی می‌ماند. اگر بخواهید مسئله را بیشتر جلو ببرید راحت‌تر آن است که به پایستگی انرژی متوسل شوید که معادله مرتبه اول برای z به‌دست می‌دهد.)

۱۱-۲ معادله (۱۷-۱۱) را به‌دست آورید.

۱۱-۳ با شروع از معادله (۱۹-۱۱) نشان دهید $\partial_\mu A^\mu = 0$ ، در نتیجه هر مؤلفه A^μ در معادله کلاین گوردون: $\square A^\nu + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu = 0$ صدق می‌کند.

۱۱-۴ لاگرانژی دیراک (۱۴-۱۱)، به‌صورت موجود، نسبت به $\bar{\psi}$ و ψ رفتاری نامتقارن دارد. برخی ترجیح می‌دهند آنها برخوردی هم‌سنگ داشته باشند، با استفاده از لاگرانژی اصلاح شده

$$\mathcal{L} = \frac{i\hbar c}{2} [\bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu \psi) - (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi] - (mc^2) \bar{\psi} \psi$$

معادله‌های اویلر-لاگرانژی را در مورد این \mathcal{L} به‌کار ببندید و نشان دهید معادله (۱۱-۱۵) و الحاقی به‌دست می‌آید.

۵-۱۱ لاگرانژی کلاین-گوردون برای یک میدان مختلط به‌صورت زیر است

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^*(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2}(mc/\hbar)^2 \phi^* \phi$$

ϕ و ϕ^* را متغیرهای میدان مستقل در نظر بگیرید و معادله‌های میدان را برای هر یک به‌دست آورید و نشان دهید این معادله‌های میدان سازگارند (یعنی، یکی همیوگ مختلط دیگری است).
۶-۱۱ معادله‌های اویلر-لاگرانژ را به (۱۱-۳۳) اعمال کنید و معادله دیراک با جفت‌شدگی الکترومغناطیسی را بیابید.

۷-۱۱ نشان دهید جریان دیراک (۱۱-۳۶) در معادله پیوستگی (۱۱-۲۵) صدق می‌کند.
۸-۱۱ لاگرانژی مختلط کلاین-گوردون (مسئله ۵-۱۱) تحت تبدیل پیمانه‌ای کلی $\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi$ ناورد است. ناوردایی پیمانه‌ای موضعی را اعمال کنید تا لاگرانژی پیمانه‌ای ناوردای کامل به‌دست آید و چگالی جریان J^μ را تعیین کنید. بررسی کنید که این جریان از معادله پیوستگی (۱۱-۲۵) پیروی می‌کند.

۹-۱۱ (الف) فرض کنید متغیرهای میدان (ϕ_i) تحت یک تبدیل کلی بینهایت کوچک $\delta\phi_i$ قرار گرفته‌اند. نشان دهید لاگرانژی \mathcal{L} به‌اندازه

$$\delta\mathcal{L} = \partial_\mu \left\{ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta\phi_i \right\}$$

تغییر می‌کند. به‌ویژه، اگر لاگرانژی تحت تبدیل یادشده ناوردا باشد، آنگاه $\delta\mathcal{L} = 0$ و جمله داخل آکولاد جریان پایسته‌ای را تشکیل می‌دهد (یعنی از معادله پیوستگی پیروی می‌کند). این جوهره قضیه نوتر است که تقارنهای لاگرانژی را به قوانین پایستگی مربوط می‌کند.

(ب) قضیه نوتر را برای لاگرانژی دیراک (۱۱-۱۴) به‌کار ببندید، و جریان پایسته وابسته به ناوردایی فاز کلی [معادله (۱۱-۲۶)] به‌دست آورید. آن را با جریان الکتریکی (۱۱-۳۶) مقایسه کنید.

(ج) همین کار را برای لاگرانژی مختلط کلاین-گوردون مسئله ۸-۱۱ انجام دهید.

۱۰-۱۱ معادله (۱۱-۵۱) را به‌دست آورید.

۱۱-۱۱ معادله (۱۱-۵۸) را از معادله (۱۱-۵۷) به‌دست آورید، از (۱۱-۵۴)، (۱۱-۵۵) و (۱۱-۵۶) استفاده کنید.

۱۲-۱۱ فرض کنید بخواهیم $\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu$ را در نظریه یانگ-میلز تعریف کنیم.

(الف) قاعده تبدیل را برای این $F^{\mu\nu}$ تحت تبدیلهای پیمانه‌ای بینهایت کوچک (۱۱-۶۱) بیابید.

(ب) قاعده تبدیل بینهایت کوچک را برای \mathcal{L}_A (۱۱-۶۳) در این مورد تعیین کنید. آیا لاگرانژی ناورد است؟

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{\mu\nu} &\rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} + \frac{2g}{\hbar c} [\lambda \times \mathbf{F}^{\mu\nu} + \mathbf{A}^\mu \times \partial^\nu \lambda - \mathbf{A}^\nu \times \partial^\mu \lambda] \quad (\text{الف پاسخ}) \\ [\mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} &\rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} + \frac{4g}{\hbar c} (\mathbf{A}_\nu \times \mathbf{F}^{\mu\nu}) \cdot \partial_\mu \lambda] \quad (\text{ب}) \end{aligned}$$

۱۱-۱۳ با شروع از (۱۱-۶۱) و (۱۱-۶۵)، معادله (۱۱-۶۶) را به دست آورید.

۱۱-۱۴ ثابت کنید لاگرانژی میدان پیمانه‌ای (۱۱-۶۳) تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی متناهی ناورد است:

(الف) از عبارتهای (۱۱-۵۸) و (۱۱-۶۵) استفاده کنید و نشان دهید که

$$\tau \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu'} = S(\tau \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu})S^{-1}$$

[توجه کنید که $(\partial_\mu S^{-1})S = 0 \Rightarrow (\partial_\mu S^{-1})S = -S^{-1}(\partial_\mu S)$]

(ب) سپس نشان دهید که $\text{Tr}[(\tau \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu})(\tau \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu})]$ ناورد است.

(ج) از قسمت (ج) مسئله ۴-۲۰ استفاده کنید و نشان دهید که رد در قسمت (ب) برابر $\mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu}$ است.

۱۱-۱۵ معادله‌های اوایلر-لاگرانژ را در مورد لاگرانژی (۱۱-۶۹) به کار ببندید. از ارتباطهای استاندارد (۷-۷۱)، (۷-۷۲) و (۷-۷۹) استفاده کنید و «معادله‌های ماکسول» را برای نظریه یانگ-میلز به دست آورید. [توجه کنید که سه چگالی بار، سه چگالی جریان، سه پتانسیل نرده‌ای، سه پتانسیل برداری، سه میدان «الکتریکی» و سه میدان «مغناطیسی» در این نظریه وجود دارد.] برخلاف الکترودینامیک، در معادله‌های شما برای دیورژانس و تاور \mathbf{E} ها و \mathbf{B} ها به طور اجتناب‌ناپذیری پتانسیلها دخیل اند.)

۱۱-۱۶ نشان دهید هر ماتریس هرمیتی 3×3 را می‌توان به صورت ترکیب خطی ماتریس یکه و هشت ماتریس گلمان نوشت [معادله (۱۱-۷۶)].

۱۱-۱۷ (الف) برای هر ماتریس A نشان دهید $\det(e^A) = e^{\text{Tr}(A)}$. [راهنمایی: ابتدا رابطه را برای ماتریس قطری امتحان کنید. سپس استدلال خود را به هر ماتریس قطری شدنی تعمیم دهید (برای ماتریس S ، $S^{-1}AS = D$ که D قطری است). نشان دهید $\text{Tr}(A) = \text{Tr}(D)$ و $e^A S^{-1} = e^D S^{-1}$ ، پس $\det(e^A) = \det(e^D)$. البته تمام ماتریسها قطری‌شدنی نیستند؛ با این

حال هر ماتریس را می‌توان به شکل بندادی جوردان در آورد $S^{-1}AS = J$ که J قطری است
 بجز برای یکاهایی که درست زیر قطر اصلی قرار گرفته است.]

(ب) نشان دهید درمیان $e^{ia \cdot x}$ [در معادله (۱۱-۷۸)] یک است.

۱۸-۱۱ با شروع از معادله (۱۱-۸۱)، (۱۱-۸۲) و (۱۱-۸۳) را به دست آورید.

۱۹-۱۱ ثابت کنید که انتشارگر پروکا (۱۱-۹۵) از جهتی که در متن توضیح داده شد، وارون تانسور
 معادله (۱۱-۹۲) است.

۲۰-۱۱ لاگرانژی نظریه ABC (فصل ۶) را تدوین کنید.

۲۱-۱۱ تعبیری فیزیکی برای لاگرانژی یوکاوا:

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m_\psi c^2 \bar{\psi} \psi] + \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi c}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \right] + \alpha_Y \bar{\psi} \psi \phi$$

ارائه دهید. اسپین و جرم ذرات چه هستند؟ انتشارگرهای آنها چه هستند؟ نمودارهای فاینمن را
 برای برهم‌کنش آنها رسم و عامل رأس را تعیین کنید.

۲۲-۱۱ معادله (۱۱-۱۲۰) را به دست آورید.

۲۳-۱۱ فرض کنید $\psi_1 \equiv (\eta + \xi)/\sqrt{2}$ و $\psi_2 \equiv (\eta - \xi)/\sqrt{2}$ را به جای تعریف (۱۱-۱۱۹)

میدانهای بنیادی در نظر گرفته‌ایم. لاگرانژی (۱۱-۱۲۰) را برحسب ψ_1 و ψ_2 بیان کنید. [اظهارنظر:

همین‌طوری، به نظر می‌رسد که در اینجا دو میدان جرم‌دار داریم و بنابراین می‌توانیم از قضیه گلدستون

اجتناب کنیم. متأسفانه، جمله‌ای به شکل $\mu^2 \psi_1 \psi_2$ نیز وجود دارد. اگر این جمله را به صورت

یک برهم‌کنش تعبیر کنید، ψ_1 را به ψ_2 تبدیل می‌کند و برعکس، اما این بدان معنی است که هیچ

یک به صورت ذره آزاد مستقل وجود ندارند. بهتر است این عبارت به صورت جمله غیرقطری در

ماتریس جرم (۱۱-۴۵) تغییر شود، که نشان می‌دهد میدانهای بنیادی در نظریه به صورت نادرست

شناسایی کرده‌ایم. میدانهای فیزیکی آنهايي هستند که برای آنها M قطری است، و برای آنها هیچ

گذار مستقیمی از یکی به دیگری رخ ندهد. با این وضعیت در بخش ۴-۸ فصل ۴ یک بار مواجه

شدیم: دریافتیم که $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ و بنابراین آنها حالت‌های فیزیکی ذره نیستند؛ بلکه ترکیب‌های خطی

K_1 و K_2 ، که برحسب آنها که ماتریس جرم قطری است، ذرات «واقعی» اند.]

۲۴-۱۱ استدلال پس از معادله (۱۱-۱۱۵) را به سه میدان (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) تعمیم دهید. جرمهای

این سه ذره چیست؟ در این مورد چند بوزون گلدستون وجود دارد؟

۲۵-۱۱ از عبارات (۱۱-۱۲۹) و (۱۱-۱۳۰) شروع کنید و معادله (۱۱-۱۳۱) را به دست آورید.

۲۶-۱۱ رأس‌های اصلی را برای تمام برهم‌کنش‌های داخل آکولاد معادله (۱۱-۱۳۱) را رسم کنید.

آنهايي را که معادله (۱۱-۱۳۶) باقی می‌مانند مشخص کنید.

پیوست الف

تابع دلتای دیراک

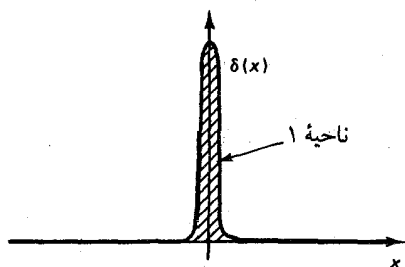
تابع دلتای دیراک، $\delta(x)$ ، میله‌ای بینهایت بلند و بینهایت باریک با مساحت ۱ در مبدأ است (شکل الف-۱). به‌طور دقیق‌تر

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (\text{الف-۱})$$

به لحاظ فنی، این اصلاً یک تابع نیست، زیرا مقدار آن در $x = 0$ متناهی نیست. در متون ریاضی آن را به‌عنوان تابع تعمیم یافته یا توزیع می‌شناسند. اگر بخواهید می‌توانید آن را حد رشته‌ای از توابع، نظیر مستطیلهایی به ارتفاع n و عرض $1/n$ یا مثلث متساوی‌الساقینهایی با ارتفاع n و قاعده $2/n$ (شکل الف-۲) یا هر شکل دیگری که بخواهید استفاده کنید، در نظر بگیرید.

اگر $f(x)$ تابعی «معمولی» باشد (یعنی تابع دلتای دیگری نباشد) — در واقع، برای اطمینان خاطر اجازه دهید بگوییم $f(x)$ پیوسته است — آن‌گاه حاصل ضرب $f(x)\delta(x)$ همه جا بجز در $x = 0$ صفر است. پس نتیجه می‌گیریم

$$f(x)\delta(x) = f(0)\delta(x) \quad (\text{الف-۲})$$



شکل الف-۱ تابع دلتای دیراک (باید فرض کنید که منحنی بینهایت بلند و بینهایت باریک است).

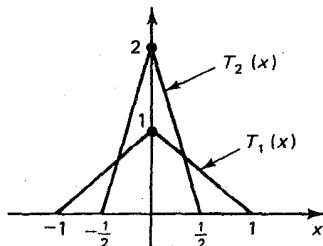
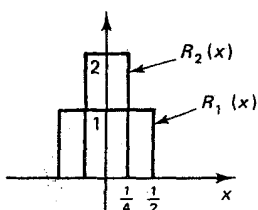
(این مهم‌ترین واقعیت در مورد تابع دلتاست، بنابراین مطمئن شوید که فهمیده‌اید چرا این واقعیت دارد. نکته آن است که حاصل ضرب همه جا بجز $x = 0$ صفر است، پس می‌توان $f(x)$ را با مقدارش در مبدأ جایگزین کرد.) به‌ویژه داریم

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = f(0) \quad (\text{الف-۳})$$

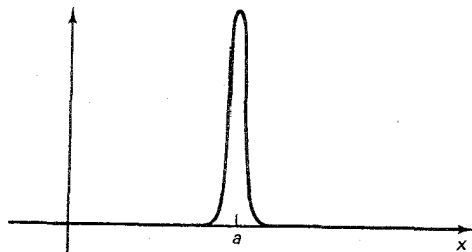
تابع دلتا در زیر انتگرال در $x = 0$ به قله $f(x)$ می‌رسد. پس لازم نیست انتگرال از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر کند؛ کافی است محدوده عرض تابع دلتا را بپوشاند و $-\epsilon$ تا $+\epsilon$ نیز به همان خوبی کار می‌کند. البته، می‌توان قله را از $x = 0$ به نقطه دیگری $x = a$ منتقل کرد:

$$\delta(x-a) = \begin{cases} 0, & x \neq a \\ \infty, & x = a \end{cases} \quad \text{و} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) dx = 1 \quad (\text{الف-۴})$$

(نگاه کنید به شکل الف-۳). معادله (الف-۲) به



شکل الف-۲ دو رشته از توابع که حد آنها $\delta(x)$ است.

شکل الف-۳ نموداری برای $\delta(x-a)$.

$$f(x)\delta(x-a) = f(a)\delta(x-a) \quad (\text{الف-۵})$$

و معادله (الف-۳) به (الف-۶) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = f(a)$ تعمیم می‌یابد.
اگر k عددی غیر صفر (حقیقی) باشد، چگونه باید عبارت $\delta(kx)$ را تفسیر کرد؟ فرض کنید تابع «معمولی» $f(x)$ را ضرب کنیم و انتگرال بگیریم:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(kx)dx \quad (\text{الف-۶})$$

می‌توان تعویض متغیر داد، و گذاشت $y \equiv kx$ ، پس $x = y/k$ و $dx = 1/k dy$. اگر k مثبت باشد انتگرال همچنان از $-\infty$ یا $+\infty$ تغییر می‌کند، اما اگر k منفی باشد، آن‌گاه $x = \infty$ حاکی از $y = -\infty$ است و برعکس، پس ترتیب حدود عوض می‌شود. بازگشت به ترتیب «معمول» به بهای علامت منفی تمام می‌شود. پس

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(kx)dx = \pm \int_{-\infty}^{\infty} f(y/k)\delta(y)\frac{dy}{k} = \pm \frac{1}{k}f(0) = \frac{1}{|k|}f(0) \quad (\text{الف-۷})$$

(علامتهای پایین برای k منفی به کار می‌رود، و همان‌طور که نشان داده شده می‌توان با قراردادن قدرمطلق k ، آن را به خوبی به حساب آورد.) پس با این قراین، $\delta(kx)$ همان منظور $\delta(x)(1/|k|)$ را می‌رساند:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(kx)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \left[\frac{1}{|k|}\delta(x) \right] dx \quad (\text{الف-۸})$$

چون این رابطه برای هر $f(x)$ برقرار است، پس عبارتهای مربوط به تابع δ ها برابرند:*

* لحظه‌ای باید روی گام آخر تأمل کنید. معمولاً، تساوی دو انتگرال مسلماً حاکی از تساوی انتگرالده آنها نیست. نکته اساسی در اینجا آن است که انتگرالها برای هر $f(x)$ باهم برابرند. فرض کنید عبارت تابع دلتا $\delta(kx)$ و $\delta(x)(1/|k|)$ ، مثلاً در حوالی $x = ۱۷$ واقعاً متفاوت بودند. پس باید تابع $f(x)$ را برمی‌گزیدیم که قله تیزی حول $x = ۱۷$ داشت،

$$\delta(kx) = \frac{1}{|k|} \delta(x) \quad (\text{الف-۹})$$

آنچه را که اکنون تحلیل کردیم در واقع حالت خاصی از شکل عمومی $\delta(g(x))$ بود، که در آن $g(x)$ تابعی از x است. $\delta(g(x))$ قله‌هایی در صفرهای $g(x)$ ، x_1, x_2, x_3, \dots دارد:

$$g(x_i) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (\text{الف-۱۰})$$

در حوالی x_i می‌توان $g(x)$ را به صورت سری تیلور بسط داد:

$$g(x) = g(x_i) + (x - x_i)g'(x_i) + \frac{1}{2}(x - x_i)^2 g''(x_i) + \dots \cong (x - x_i)g'(x_i) \quad (\text{الف-۱۱})$$

از دید معادله (الف-۹)، قله در x_i به شکل زیر است

$$\delta(g(x)) = \frac{1}{|g'(x_i)|} \delta(x - x_i) \quad (x \cong x_i) \quad (\text{الف-۱۲})$$

عامل $|g'(x_i)|^{-1}$ «قدرت» تابع دلتا در x_i را مشخص می‌کند. این به همراه قله‌های در صفرهای دیگر نتیجه می‌دهد

$$\delta(g(x)) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{|g'(x_i)|} \delta(x - x_i) \quad (\text{الف-۱۳})$$

پس هر عبارتی به شکل $\delta(g(x))$ را می‌توان به حاصل جمع توابع دلتا ساده تقلیل داد.*

مثال الف-۱

عبارت $\delta(x^2 + x - 2)$ را ساده کنید.

و انتگرالها برابر نمی‌شدند. برعکس، چون انتگرالها باید برابر باشند، نتیجه می‌گیریم که خود عبارات تابع دلتا برابرند. [به لحاظ فنی، همچنان ممکن است آنها در نقاط متزوی متفاوت باشند، اما این نقاط سهمی در انتگرال نداشته باشند. اما می‌توان این ایراد را با توجه به اینکه هر دو طرف معادله (الف-۹) به روشنی جز در $x = 0$ صفرند، مجاز دانست.]
* معادله (الف-۱۳) به رغم اینکه سری تیلور بریده (الف-۱۱) در به دست آوردن آن به کار رفته دقیق است. در x_i جملات «اضافی» صفرند، زیرا توانهای $(x - x_i)$ را در بردارند.

حل. در اینجا $g(x) = x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ دو ریشه در $x_1 = 1$ و $x_2 = -2$ وجود دارد. با مشتق‌گیری داریم، $g'(x) = 2x + 1$ پس $g'(x_1) = 3$ و $g'(x_2) = -3$. بنابراین

$$\delta(x^2 + x - 2) = \frac{1}{3}\delta(x - 1) + \frac{1}{3}\delta(x + 2)$$

تعمیم تابع دلتا به سه بعد (یا بیشتر) مسئله ساده‌ای است:

$$\delta^3(\mathbf{r}) = \delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (\text{الف-۱۴})$$

این تابع دلتای سه بعدی همه جا صفر است جز در مبدأ که در آنجا بینهایت می‌شود. انتگرال سه گانه روی $\delta^3(\mathbf{r})$ یک است:

$$\int \delta^3(\mathbf{r}) d^3r = \int \delta(x)\delta(y)\delta(z) dx dy dz = 1 \quad (\text{الف-۱۵})$$

و

$$\int f(\mathbf{r}) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) d^3r = f(\mathbf{r}_0) \quad (\text{الف-۱۶})$$

برای مثال چگالی بار (بار در واحد حجم) یک بار نقطه‌ای q که در نقطه \mathbf{r}_0 قرار گرفته را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\rho(\mathbf{r}) = q \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

مسائل

$$\int_{-\infty}^{\infty} (2x^2 + 7x + 3)\delta(x - 1) dx = ? \quad (\text{الف-۱})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ln(1+x)\delta(\pi-x) dx = ? \quad (\text{ب})$$

الف-۲ از معادله (الف-۱۳) استفاده کنید و عبارت $\delta(\sqrt{x^2+1} - x - 1)$ را ساده کنید.

الف-۳ از معادله (الف-۱۳) استفاده و عبارت $\delta(\sin x)$ را ساده کنید. تابع را رسم کنید.

الف-۴ فرض کنید $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(y - x(2-x)) dx = f(y)$. $f(y)$ را بیابید و آن را از $y = -2$ تا $y = +2$ رسم کنید.

الف-۵ $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \left[\frac{d^2}{dx^2} \delta(x-3) \right] dx = ?$ [راهنمایی: انتگرال‌گیری جزء به جزء انجام دهید].

الف-۶ اگر $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ ، $\mathbf{b} = (3, 2, 1)$ باشد، $\int \mathbf{r} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{r}) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{b}) d^3r$ را محاسبه کنید، انتگرال‌گیری روی کره‌ای به شعاع ۵ را که مرکز آن در $(2, 2, 2)$ قرار دارد انجام می‌شود.

پیوست ب

آهنکهای واپاشی و سطح مقطعها

ب-۱ واپاشیها

فرض کنید ذره ۱ به ذرات ۲، ۳، ۴، ...، n واپاشد:

$$1 \rightarrow 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

آهنک واپاشی از فرمول زیر به دست می آید

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2\hbar m_1} \left\{ \left[\frac{c d^r \mathbf{p}_2}{(2\pi)^2 E_2} \right] \left[\frac{c d^r \mathbf{p}_3}{(2\pi)^2 E_3} \right] \dots \left[\frac{c d^r \mathbf{p}_n}{(2\pi)^2 E_n} \right] \right\} \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n) \quad (\text{ب-۱})$$

که $p_i = (\frac{E_i}{c}, \mathbf{p}_i)$ - تکانه i امین ذره است (که شامل جرم m_i است، به طوری که $E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 c^2 = m_i^2 c^4$). فرض می شود که ذره واپاشنده در حال سکون باشد: $p_1 = (m_1 c, 0)$. S حاصل ضرب عاملهای آماری است: $1/j!$ برای هر گروه از j ذره یکسان در حالت نهایی.

واپاشی دو جسمی

اگر فقط دو ذره در حالت نهایی وجود داشته باشد، انتگرالها را می‌توان با صراحت انجام داد. آهنگ واپاشی کل عبارت است از:

$$\Gamma = \frac{S|\mathbf{p}|}{4\pi\hbar m_1^2 c} |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۲})$$

که $|\mathbf{p}|$ اندازه هر یک از تکانه‌های خروجی است:

$$|\mathbf{p}| = \frac{c}{2m_1} \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 - 2m_1^2 m_2^2 - 2m_1^2 m_3^2 - 2m_2^2 m_3^2} \quad (\text{ب-۳})$$

به‌ویژه، اگر ذرات خروجی بدون جرم باشند، آنگاه $|\mathbf{p}| = m_1 c/2$ و

$$\Gamma = \frac{S}{16\pi\hbar m_1} |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۴})$$

ب-۲ سطح مقطعها

فرض کنید ذرات ۱ و ۲ به هم برخورد کنند و ذرات ۳، ۴، ...، n را تولید کنند:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n$$

سطح مقطع از فرمول زیر به‌دست می‌آید

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 \frac{\hbar^2 S}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left\{ \left[\frac{c d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right] \left[\frac{c d^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right] \right. \\ \left. \dots \left[\frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \right\} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \dots - p_n) \quad (\text{ب-۵})$$

که (همانند قبل) $p_i = (E_i/c, \mathbf{p}_i)$ چارتکانه ذره i (با جرم m_i)، $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$ و S ضریب آماری است ($1/j!$ برای هر گروه از j ذرات یکسان در حالت نهایی).

پراکندگی دو جسمی

اگر فقط دو ذره در حالت نهایی وجود داشته باشد، می‌توان انتگرالها را صریحاً انجام داد.
(الف) در چارچوب مرکز جرم، در اینجا داریم

$$\sqrt{(p_p \cdot p_r)^2 - (m_1 m_r c^2)^2} = (E_1 + E_r) |\mathbf{p}_1| / c \quad (\text{ب-۶})$$

و

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{\lambda \pi} \right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_r)^2} \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \quad (\text{ب-۷})$$

که $|\mathbf{p}_i|$ اندازه هر یک از تکانه‌های ورودی و $|\mathbf{p}_f|$ اندازه هر یک از تکانه‌های خروجی است. به خصوص برای پراکندگی کشسان ($A + B \rightarrow A + B$) داریم: $|\mathbf{p}_i| = |\mathbf{p}_f|$ ، پس [با قرار دادن $:E \equiv (E_1 + E_r)/2$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{\lambda \pi} \right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2}{E^2} \quad (\text{ب-۸})$$

(ب) در چارچوب آزمایشگاه (ذره ۲ در حال سکون). در اینجا داریم:

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_r)^2 - (m_1 m_r c^2)^2} = m_r c |\mathbf{p}_1| \quad (\text{ب-۹})$$

در مورد پراکندگی کشسان ($A + B \rightarrow A + B$) سطح مقطع دیفرانسیلی عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda \pi} \right)^2 \frac{p_r^2 S |\mathcal{M}|^2}{m_r |\mathbf{p}_1| |\mathbf{p}_r| (E_1 + m_r c^2) - |\mathbf{p}_1| E_r \cos \theta} \quad (\text{ب-۱۰})$$

به خصوص، اگر ذره فرودی بدون جرم باشد ($m_1 = 0$)، این رابطه تبدیل می‌شود به:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar E_r}{\lambda \pi m_r c E_1} \right)^2 S |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۱۱})$$

اگر پس‌زنی هدف قابل چشمپوشی باشد ($m_r c^2 \ll E_1$)، آنگاه (ب-۱۰) به

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda \pi m_r c} \right)^2 |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۱۲})$$

تحویل می‌یابد. اگر ذرات خروجی بدون جرم باشند ($m_3 = m_4 = 0$)، (ب-۵) می‌دهد:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{4\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2|\mathbf{p}_3|}{m_2|\mathbf{p}_1|(E_1 + m_2c^2 - |\mathbf{p}_1|c \cos \theta)} \quad (\text{ب-۱۳})$$

پیوست ج

ماتریسهای پائولی و دیراک

ج-۱ ماتریسهای پائولی

اینها سه ماتریس 2×2 بدون رد، هرمیتی، یکانی هستند:

$$\sigma_x \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۱})$$

(اغلب از شاخصهای عددی استفاده می‌کنیم: $\sigma_1 = \sigma_x, \sigma_2 = \sigma_y, \sigma_3 = \sigma_z$ ؛ بخشی از یک چاربردار نیست، و تفاوتی بین شاخصهای بالا و پایین قایل نمی‌شویم: $\sigma_2 = \sigma^2, \sigma_1 = \sigma^1, \sigma_3 = \sigma^3$).

(الف) قاعده‌های ضربی

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \epsilon_{ijk} \sigma_k \quad (\text{ج-۲})$$

(در جمله اول یک ماتریس یک 2×2 ملحوظ است و در دومی جمع روی k است). بنابراین:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1 \quad (\text{ج-۳})$$

$$\sigma_x \sigma_y = i\sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z = i\sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x = i\sigma_y \quad (\text{ج-۴})$$

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k \quad (\text{جابه جایی}) \quad (\text{ج-۵})$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij} \quad (\text{پاد جابه جایی}) \quad (\text{ج-۶})$$

و برای هر دو بردار \mathbf{a} و \mathbf{b} داریم،

$$(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (\text{ج-۷})$$

(ب) نمایها.

$$e^{i\boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\sigma}} = \cos \theta + i\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \sin \theta \quad (\text{ج-۸})$$

ج-۲ ماتریسهای دیراک

اینها چهار ماتریس 4×4 بدون رد یکنانی هستند:

$$\gamma^0 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۹})$$

(اینجا ۱ ماتریس یکبه ۲ 2×2 ، و ۰ ماتریس صفر 2×2 و σ^i ها ماتریسهای پائولی هستند. شاخصهای پایین بر علامت مؤلفه‌های «فضایی» را تغییر می‌دهد: $\gamma^0 = \gamma^0, \gamma_i = -\gamma^i$.)
ماتریسهای محوری گونه را نیز تعریف می‌کنیم:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{ج-۱۰})$$

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۱۱})$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \quad (\text{ج-۱۲})$$

برای هر چاربردار a^μ ، ماتریس 4×4 را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\not{a} \equiv a_\mu \gamma^\mu \quad (\text{ج-۱۳})$$

(الف) قاعده‌های ضربی . برحسب متریک

$$g^{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۱۴})$$

 (توجه کنید که $g^{\mu\nu}g_{\mu\nu} = 4$ داریم):

$$\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad \not{a}\not{b} + \not{b}\not{a} = 2a \cdot b \quad (\text{ج-۱۵})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\mu = 4 \quad (\text{ج-۱۶})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\mu = -2\gamma^\nu, \quad \gamma_\mu\not{a}\gamma^\mu = -2\not{a} \quad (\text{ج-۱۷})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda}, \quad \gamma_\mu\not{a}\not{b}\gamma^\mu = 4a \cdot b \quad (\text{ج-۱۸})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma\gamma^\mu = -2\gamma^\sigma\gamma^\lambda\gamma^\nu, \quad \gamma_\mu\not{a}\not{b}\not{c}\gamma^\mu = -2\not{c}\not{b}\not{a} \quad (\text{ج-۱۹})$$

(ب) قضیه‌های رد. رد حاصل ضرب تعداد فردی از ماتریسهای گاما صفر است:

$$Tr(1) = 4 \quad (\text{ج-۲۰})$$

$$Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \quad Tr(\not{a}\not{b}) = 4a \cdot b \quad (\text{ج-۲۱})$$

$$Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu}g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda}),$$

$$Tr(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4(a \cdot b c \cdot d - a \cdot c b \cdot d + a \cdot d b \cdot c) \quad (\text{ج-۲۲})$$

چون $Tr(\gamma^5\gamma^\mu) = 0$ حاصل ضرب تعداد زوجی ماتریس γ است نتیجه می‌شود که $Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda) = 0$ هنگامی که γ^5 در تعداد زوجی از γ ها ضرب شود درمی‌یابیم که:

$$Tr(\gamma^5) = 0 \quad (\text{ج-۲۳})$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0, \quad Tr(\gamma^5\not{a}\not{b}) = 0 \quad (\text{ج-۲۴})$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) = 4ie^{\mu\nu\lambda\sigma}, \quad Tr(\gamma^5\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4ie^{\mu\nu\lambda\sigma}a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma \quad (\text{ج-۲۵})$$

که $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -1$ است، اگر $\mu\nu\lambda\sigma$ جایگشت زوج ۰۱۲۳ باشد و $۱+$ است برای جایگشت فرد و ۰ است هرگاه دو شاخص یکسان باشند. توجه کنید که

$$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\kappa\tau} = -2(\delta_{\kappa}^{\lambda} \delta_{\tau}^{\sigma} - \delta_{\tau}^{\lambda} \delta_{\kappa}^{\sigma}) \quad (\text{ج-۲۶})$$

پیوست د

قاعده‌های فاینمن (سه سطح)

د-۱ خطهای خارجی

اسپین صفر: (هیچ چیز)

$$\left. \begin{array}{l} \text{ذره ورودی: } u \\ \text{پاد ذره ورودی: } \bar{v} \\ \text{ذره خروجی: } \bar{u} \\ \text{پاد ذره خروجی: } v \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{اسپین } \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ورودی: } \epsilon^\mu \\ \text{خروجی: } \epsilon^{\mu*} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{اسپین } 1 \end{array}$$

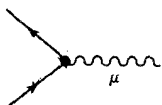
د-۲ انتشارگرها

$$\frac{i}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{اسپین صفر:}$$

$$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{اسپین } \frac{1}{2}$$

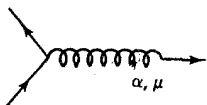
$$\left. \begin{array}{l} \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \quad \text{بدون جرم:} \\ \frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{جرمدار:} \end{array} \right\} \text{اسپین ۱:}$$

د- ۳ عاملهای رأس:



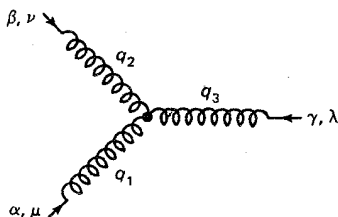
$$ig_e \gamma^\mu \quad (g_e = \sqrt{4\pi\alpha})$$

: QED

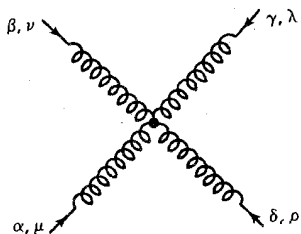


$$\frac{-ig_s}{2} \lambda^\sigma \gamma^\mu$$

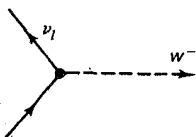
: QCD



$$-g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(q_1 - q_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(q_2 - q_3)_\mu + g_{\lambda\mu}(q_3 - q_1)_\nu]$$



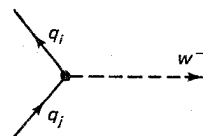
$$\begin{aligned} & -ig_s^2 [f^{\alpha\beta\eta} f^{\gamma\delta\eta} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) \\ & + f^{\alpha\delta\eta} f^{\beta\gamma\eta} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho}) \\ & + f^{\sigma\gamma\eta} f^{\delta\beta\eta} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho})] \end{aligned}$$



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$

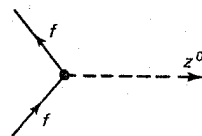
:GWS

(در اینجا l هر لپتونی است و ν_l نوترینوی مربوطه.)



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) U_{ij}$$

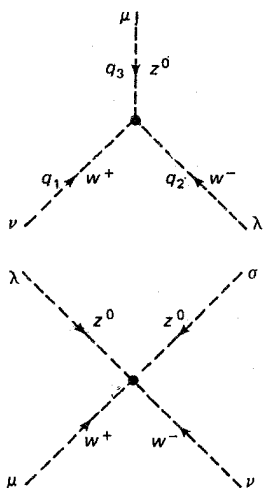
(در اینجا t یا c ، u یا i و b یا s ، d یا j : U ماتریس کوپایاشی-ماسکاواست).



$$\frac{-ig_z}{2} \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5)$$

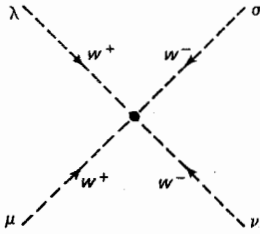
(f هر کوارک یا لپتون دلخواه است.)

c_A	c_V	f
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	ν_e, ν_μ, ν_τ
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_w$	e^-, μ^-, τ^-
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_w$	u, c, t
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_w$	d, s, b



$$ig_w \cos \theta_w [g_{\nu\lambda} (q_1 - q_2)_\mu + g_{\lambda\mu} (q_2 - q_1)_\nu + g_{\mu\nu} (q_2 - q_1)_\lambda]$$

$$-ig_w^2 \cos^2 \theta_w (\frac{1}{2} g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$

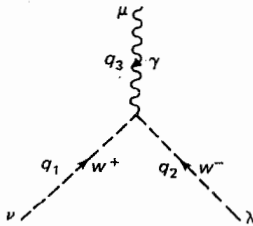


$$ig_w^2 (\gamma g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$

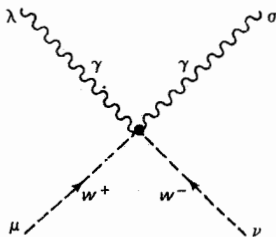
تابتهای جفت‌شدگی ضعیف با ثابت جفت‌شدگی الکترومغناطیسی مربوط است:

$$g_w = \frac{g_e}{\sin \theta_w}; \quad g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w}$$

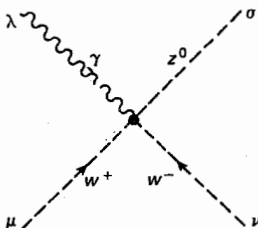
جفت‌شدگیهای «آمیخته» فوتون با W و Z نیز وجود دارد:



$$ig_e [g_{\nu\lambda} (q_1 - q_2)_\mu + g_{\lambda\mu} (q_2 - q_3)_\nu + q_{\mu\nu} (q_2 - q_1)_\lambda]$$



$$-ig_e^2 (\gamma g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$



$$-ig_e g_w \cos \theta_w (\gamma g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$

نمایه

- آبلی ۱۲۹، ۴۵۱
 آحاد لورتس - هوی ساید ۱۳، ۲۹۱، ۳۱۵،
 ۲۴۲
 آزادی مجانبی ۷۴-۷۷، ۲۰۲-۲۰۳، ۲۶۰، ۳۵۲،
 ۳۷۴-۳۷۰
 آستانه ۲۷، ۱۱۶-۱۱۷، ۱۲۲، ۳۳۱-۳۳۰
 آشکارساز ۹
 α_s ۷۴، ۹۲، ۲۰۳، ۳۵۳، ۳۷۲
 α_w ۹۲، ۳۸۳، ۳۹۱
 آهنگ واپاشی ۲۳۵-۲۴۲، ۲۳۶-۲۳۵، ۴۸۲
 ~ پوزیترونیم ۲۰۰، ۳۱۰-۳۱۱
 ~ پیون ۴۰۰
 ~ دو جسمی ۲۴۵-۲۴۶
 ~ کانون ۴۰۳
 ~ کوارکونیوم ۳۷۰
 ~ موئون ۳۸۵-۳۹۱
 ~ نوترون ۳۹۵-۳۹۶
 آهنگ واپاشی دیفرانسیلی ۲۴۳
 ابر بار ۴۲، ۴۲۴-۴۲۵
 ابر بار ضعیف ۴۲۴-۴۲۶
 ابرچندتایه ۴۴-۵۲، ۱۴۸، ۲۱۰، ۲۲۱
 ابعاد
 ~ ثابت جفت شدگی ۲۵۱، ۲۹۱
 ~ دامنه ۲۴۹-۲۵۰
 ~ میدان ۴۴۱
 اتافک حباب ۴۳
 اتحاد وارد ۳۱۷
 اتم نهانی ۱۹۷
 اثر فوتوالکتریک ۱۹
 احتمال گذار
 اختلاط
 ~ کابیو ۸۴-۸۵، ۸۹، ۴۰۳-۴۰۸
 ~ کانون خنثی ۱۵۹-۱۶۵
 ~ کوبایاشی ماسکاو ۸۴-۸۵، ۴۰۷-۴۰۸

- ذرات W و Z ۳۸۲، ۴۱۲، ۴۱۹
ذره ناپایدار ۴۱۷
فوتون ۲۹۰
کوارک ۳۵۷
گلوئون ۳۵۷
انرژی
پایستگی ← پایستگی انرژی
جنبشی ۱۰۸-۱۱۱، ۱۸۶
سکون ۱۰۸
عملگر ۱۷۹
نسبیتی ۱۰۵-۱۱۰، ۱۸۶
انرژی بور ۱۸۳، ۲۳۰
انرژی‌های مجاز ۱۸۳
انقباض لورنتس ۹۹
انقلاب نوامبر ۵۰-۵۴، ۲۰۵
ایزواسپین ۱۲۶، ۱۴۲-۱۴۹-۴۲۵
ایزواسپینی ضعیف ۴۲۴-۴۲۵
باتمونیم ۱۷۷-۱۷۸، ۲۰۵-۲۰۶
بار
استقلال ~ ۱۴۳
~ الکتریکی ۵۷، ۷۳، ۱۴۴
باز بهنجارش ~ ۳۱۱-۳۱۶
~ برهنه ۳۱۵
~ ضعیف ۷۹
~ مؤثر ۷۵، ۳۱۶
همیوگی ~ ۱۵۸-۱۶۰، ۱۶۵-۱۶۶، ۲۰۰، ۲۷۸، ۳۱۹
بار مؤثر ← بار
بارن ۲۴۹
باریکه برخوردی ۸، ۵۵، ۱۲۰-۱۱۹
باریون ۲۳، ۳۶، ۴۲-۴۴
- ~ مزون خشی ۲۰۹-۲۱۰
اختلال الکتروضعیف ۴۱۲، ۴۱۸
اسپینور ۱۳۸-۱۴۰
اسپینور دیراک ۲۷۲، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۸۳، ۲۸۸
۳۷۳
اسپینورهای متعامد ۲۸۸، ۳۱۸
اسپینی ۱/۲ ۱۳۸-۱۴۱
استار ۷۵-۷۷، ۳۱۵، ۳۷۲
اسکالر (نرده‌ای) ۱۰۵، ۲۸۱
اسلاک SLAC ۷-۱۱، ۴۸، ۳۲۶، ۳۴۴، ۴۱۵
اصل پاؤلی ۳، ۵، ۲۵، ۴۸، ۲۱۴-۲۱۶
اصل عدم قطعیت ۶۳، ۶۴، ۸۷
اتفاق ابر ۹، ۲۶
افسون ۵۱-۵۴، ۵۶، ۲۰۴
الحاقی ۲۸۱، ۲۸۷
الحاقی هرمیتی ۲۷۷-۲۸۰
الکترودینامیک ۶۷-۶۸، ۲۸۳، ۲۸۸
الکترودینامیک کوانتومی (QED) ۶، ۲۳، ۶۷، ۷۳-۷۵، ۱۸۹، ۱۹۲، ۲۶۶، ۳۲۴
الکترون ۶، ۱۵-۱۶، ۲۹۰
الگوی استاندارد ۶، ۵۵-۵۷، ۱۴۹-۱۵۰، ۴۰۸-۴۱۲، ۴۴۶، ۴۷۰
الگوی بور ۱۸
الگوی پارتون ۳۴۰-۳۴۴
انتشارگر ۲۵۲، ۴۵۶
اسپین صفر ۲۵۲، ۴۵۶
اسپین یک، بی جرم ۲۹۰، ۴۵۸
اسپین یک، جرم‌دار ۳۸۲، ۴۵۸
اسپین یک‌دوم ۲۵۰، ۴۵۶
اصلاح‌شده ۳۱۲
الکترون ۲۹۰

خشی ۸۰-۸۳، ۴۰۹-۴۱۷
 برهم‌کنش ضعیف خشی ۷۹-۸۱، ۴۰۹-۴۱۱،
 ۴۱۳
 برهم‌کنش کوآرک - کوآرک ۳۵۹-۳۶۵
 برهم‌کنشهای ضعیف باردار ۳۸۱-۳۸۵
 بوآترون ۲۵، ۱۱۶
 بور ۱۸، ۲۹، ۱۸۵-۱۸۶
 بوزون ۱۳۳، ۲۱۵
 بوزون W ۵۴-۵۵، ۵۶، ۶۷-۶۸، ۳۸۱
 بوزون Z ۸، ۵۵، ۶۷-۶۸، ۳۸۱، ۴۳۵
 بوزون گلدستون ۴۶۶، ۴۶۸-۴۶۹
 بوزون برداری میانه ۵۴، ۶۸، ۴۲۷
 بهنجارش
 ~ اسپینور پاؤلی ۱۴۰
 ~ بردار قطبش ۲۸۹
 ~ تاج موج ۱۷۹
 بیورکن ۵۱، ۳۴۰
 پادپروتون ۲۶، ۳۸، ۱۱۶-۱۱۷
 پادجابه‌جایی ۱۷۳، ۲۷۰
 پادذره ۵، ۲۵-۲۸، ۴۴-۱۶۶، ۲۲۹، ۲۷۲
 ۲۷۶-۲۷۸
 پادمقارن‌سازی ۲۹۲
 پادنوترون ۲۶
 پادنوترینو ۳۰، ۳۲-۳۴، ۱۵۳
 پارامتر برخورد ۲۳۸
 پارتون ۵۰، ۳۴۰
 پاریته ۱۲۶، ۱۵۰-۱۵۷، ۱۵۹، ۱۶۲-۱۶۶
 ۲۸۱-۲۸۲
 ~ باریون ۱۵۶
 پایستگی ~ ۱۵۳، ۱۵۶-۱۵۷
 ~ ذاتی ۱۵۶

جرم ~ ۲۲۳-۲۲۶
 ده‌تایه ~ ۴۲-۴۴، ۴۵، ۲۱۹، ۲۲۱
 عدد ~
 قوانین پایستگی را ببینید
 گشتاور مغناطیسی ~ ۲۲۱-۲۲۳
 هشت‌تایه ~ ۴۱، ۴۷، ۱۳۵، ۲۲۱-۲۲۰
 باریون A ۳۶، ۳۹-۴۲، ۸۴
 باریون زیبا ۵۴
 باریونهای افسونی ۵۱-۵۳
 باریونهای باکوآرک سبک ۲۱۳-۲۲۶
 بازبهنجارش ۱۹۲، ۲۶۰-۲۶۱، ۳۱۱، ۳۱۶
 بازتاب ۱۵۴-۱۵۵
 باقاعده‌کردن ۲۵۸
 بالا بودن ۵۶
 برخورد ۱۱۰-۱۱۲
 برخورد الاستیک (کشسان) ۱۱۰، ۱۱۱
 بُرد ۲۲، ۶۴
 بردار ۲۸۲
 بردار قطبش ۲۸۶، ۲۸۹
 بردار قطبی ۱۵۴، ۱۵۵
 بردار محوری ۱۵۴-۱۵۶، ۳۸۳، ۴۱۲
 بردارهای قطبش متعابد ۲۸۹
 برش ۳۱۵
 برگشت زمانی ۱۲۶، ۱۶۵-۱۶۶
 بروکهاون ۳۹، ۵۰، ۱۶۳
 برهم‌کنش A-V ۳۸۳، ۴۱۱-۴۱۸
 برهم‌کنش برداری ۳۸۳-۳۸۴، ۳۹۱-۳۹۷
 ۴۱۱، ۴۲۰-۴۲۳
 برهم‌کنش ضعیف ۷۹-۸۷، ۳۸۲، ۴۰۲-۴۰۳
 ۴۰۸
 ~ باردار ۷۹-۸۰، ۳۸۱-۳۸۳، ۴۰۷-۴۰۲

- ناکشسان ۳۲۵، ۳۳۳، ۴۱۵، ۴۱۹
پراکندگی الکترون - دوترون ۳۵۱
پراکندگی الکترون - موتون ۲۹۲-۲۹۳، ۳۰۰
۳۰۳
پراکندگی الکترون - نوترون ۳۴۸، ۳۵۱
پراکندگی بابا ۷۰-۷۱، ۹۵، ۲۹۳، ۲۹۵
پراکندگی دلبروک ۹۴
پراکندگی رادرفورد ۱۷-۱۸، ۴۸، ۲۴۱-۲۴۲
۲۹۲-۲۹۳، ۳۰۳-۳۰۴، ۳۹۲-۳۹۶
پراکندگی کره سخت ۲۳۸-۲۴۰
پراکندگی موت ۲۹۳، ۳۰۳-۳۰۴، ۳۲۳-۳۴۱
۳۹۲، ۳۹۶
پراکندگی مولر ۶۹-۷۰، ۲۹۳-۲۹۴
پراکندگی ناکشسان ژرف ۴۸، ۵۷، ۳۲۵-۳۲۶
۳۳۶-۳۴۴
پراکندگی نوترینو - الکترون ۳۸۵، ۴۱۰-۴۱۴
پراکندگی نوترینو - نوکلئون ۴۱۰ - ۴۱۱
پراکندگی نوکلئون - نوکلئون ۱۴۵-۱۴۶
پروتوکیهانی ۶، ۲۴، ۲۶، ۳۶، ۱۲۱
پروتون ۶، ۱۸، ۳۶، ۴۱، ۴۷-۴۸، ۹۲، ۱۴۲
۳۳۳، ۳۴۷
پلانک ۱۸
پوزیترون ۱۸، ۲۵-۲۶، ۲۷۲، ۲۹۰
پوزیترونیم ۱۷۷، ۱۹۷، ۳۱۱
پیمانه غیرآبلی ۴۵۲
پیمانه کوئی ۲۸۶-۲۸۸، ۳۵۵، ۳۸۲
بیون ۲۳-۲۴، ۳۰-۳۱، ۳۳، ۸۱، ۱۵۳، ۳۹۸
۴۰۲
تابع دلتای دیراک ۱۹۴-۲۴۳، ۲۴۴-۲۵۲، ۲۹۱
۴۷۶-۴۸۰
تابع دوقطبی ۳۳۸
- ذره و پادذره ۱۵۶، ۳۲۰
عملگر ~ ۱۵۴-۱۵۶، ۲۸۱
فوتون ۱۵۶
کوارکها ۱۵۶
مزون ۱۵۶-۱۵۷
ناوردایی ~ ۱۵۱-۱۵۲
نقض ~ ۱۵۱، ۱۶۱
پارینه G ۱۵۹-۱۶۰
پاؤل ۲۳-۲۵، ۳۰، ۳۵-۳۶
پاؤلی، و ۲۹، ۱۵۴، ۲۵۹، ۲۶۸
پایین آوردن شاخص ۱۰۵
پایینی ۵۶
پتانسیل
اسکالر ۲۸۴
برداری ۲۸۴-۲۸۷
بین کوارکها ۲۰۳-۲۰۵، ۳۵۲، ۳۵۹-۳۶۵
چاربردار ۲۸۴-۲۸۶
خطی به علاوه کوئی ۲۰۳-۲۰۵
~ کوئی ۲۰۲، ۲۴۱، ۳۶۰
پتانسیل الکترومغناطیسی ۲۸۴
پتانسیل برداری ۲۸۴-۲۸۷
پتانسیل خطی - کوئی ۲۰۳-۲۰۵
پتانسیل کوئی ۱۸۴، ۲۰۲، ۲۴۱، ۳۶۰، ۳۶۳
پتانسیل مرکزی ۱۸۱
پراکندگی ۴
پراکندگی الکترون - الکترون ← پراکندگی مولر
پراکندگی الکترون - پروتون
~ کشسان ۳۳۳، ۳۳۷، ۳۳۹
~ ناکشسان ۳۳۶، ۳۳۹
پراکندگی الکترون - پوزیترون
~ کشسان ← پراکندگی بهاها

- تابع شکل ۳۳۶، ۳۳۹-۳۹۶، ۳۹۹
تابع شکل مغناطیسی ۳۳۶
تابع کار ۱۹
تابع لژاندر وابسته ۱۸۲
تابع مثلثی ۱۲۳
تابع موج ۵، ۱۷۹، ۲۱۶، ۲۶۷، ۴۴۱
تاپونیوم ۲۰۶
تاخیر زمانی ۹۹
تانسور ۱۰۴-۱۰۵
تانسور پادمقارن ۱۲۱، ۲۸۲
تانسور تنش میدان ۲۸۳
تانسور مقارن ۱۲۱
تبادل ذرات ۲۱، ۷۰، ۷۳
تبدیل
~ اسپینور دیراک ۲۷۹-۲۸۱
تبدیل پیمانه‌ای ۱۲۸، ۲۸۵-۲۸۶، ۴۴۳-۴۴۴
تبدیل پیمانه‌ای غیرموضعی ۴۴۳، ۴۴۸، ۴۵۱
تبدیل پیمانه‌ای موضعی ۴۴۳، ۴۶۷
تبدیل لورنتس ۹۷-۱۰۰
تشدید ۱۴۷، ۱۷۵، ۲۳۸، ۳۳۱
تصحیح نسبیتی ۱۸۵-۱۸۶
تصحیحات تابشی ۱۹۲
تعبیر فاینمن - استالکبرگ ۲۵
تقارن ۱۲۶-۱۷۶
تقارن پنهانی ۴۶۶
تقارن عبوری ۲۷-۲۸، ۷۰
تقارن گسسته ۱۲۶
تقارنهای داخلی ۱۲۶، ۱۲۸، ۱۴۲، ۱۴۷
تکانه
چاربردار ~ ۱۰۷
عملگر ~ ۱۷۹، ۲۶۷
- فضای ~ ۲۷۴، ۲۸۸-۲۸۹، ۴۵۷
~ نسبیتی ۱۰۵-۱۱۰
تکانه داخلی ۲۵۲، ۲۹۱
تکانه زاویه‌ای ۱۲۶
~ اسپینی ۱۲۶، ۱۳۱-۱۳۳، ۱۴۱، ۳۱۹
جمع ~ ۱۳۳-۱۳۷
~ مداری ۱۳۱-۱۳۳، ۱۸۸، ۳۱۹
ویژه‌مقادیر ~ ۱۸۰
تک‌تایه ۱۳۸، ۱۴۵، ۱۹۶
توابع ساختار ۳۳۴-۳۴۸
توازن تفصیلی ۲۷-۲۸، ۱۶۵
تولید زوج ۷۰، ۲۶۸، ۲۹۳
تولید وابسته ۳۹-۴۰
تولید هادرون ۳۲۵-۳۳۱
ثابت پلانک ۱۹، ۱۳۲
ثابت جفت‌شدگی ۷۴، ۲۵۱
ابعاد ~ ۲۹۱
~ الکترومغناطیسی ۷۴-۷۶، ۲۹۱، ۴۲۸
~ باز بهنجار شده ۳۱۳-۳۱۵، ۳۷۱
~ برهنه ۳۱۵
~ پویا ۷۴، ۲۶۰، ۳۱۵، ۳۷۲-۳۷۳
~ ضعیف ۹۲، ۳۸۲، ۳۹۱، ۴۱۱، ۴۲۵-۴۲۸
~ قوی ۷۴، ۹۲، ۳۵۲، ۴۵۹
~ مؤثر ۷۵، ۲۶۰-۲۶۱
ثابت ساختار ۳۵۶، ۳۷۶
ثابت ساختار ریز ۱۳، ۷۱، ۱۸۴، ۱۸۸، ۲۹۱
۳۱۵، ۳۷۳، ۳۹۱
ثابت فرمی ۳۸۹-۳۹۱
ثابت واپاشی پیون ۳۹۹-۴۰۰
جابه‌جاگر ۱۷۳
جابه‌جایی لب ۲۲، ۱۹۱-۱۹۳، ۱۹۹، ۲۶۰

جفت‌شدگی گلوئون - گلوئون ۳۵۹-۳۵۵، ۷۴

۳۶۹-۳۸۰، ۴۵۹-۴۶۰

جفت‌شدگی یوکاوا ۴۷۰

جمله انرژی پتانسیل ۴۶۱، ۴۶۴

چار بردار زمان‌گونه ۱۰۴

چار بردار ۱۰۰-۱۰۵

چار - بردار انرژی - تکانه ۱۰۷

چار - بردار پادوردا ۱۰۳، ۲۶۷

چار بردار زمان‌گونه ۱۰۴

چار بردار فضاگونه ۱۰۴

چار - بردار هموردا ۱۰۳-۱۰۴، ۲۶۷، ۳۱۸

چار تکانه ۱۰۸

چارچوب برای ۱۲۴

چارچوب تکانه بی‌نهایت ۳۴۳

چارچوب ماند ۹۸

چارمونیم ۱۷۷-۱۷۸، ۲۰۱-۲۰۷

چگالی حالات ۲۴۲

چگالی لاگرانژی ۴۳۹، ۴۴۲

چندتایه‌ها ۱۴۳-۱۴۴

چندجمله‌ای لاگر وابسته ۱۸۴

حالات دستگردی ۴۱۹-۴۲۴

حالت ۵

حالت انرژی منفی ۲۵، ۲۷۲-۲۷۵، ۲۷۸

حالت پادمتقارن ۱۳۸، ۱۴۵، ۲۱۴-۲۲۱

حالت پایه

~ باریونی ۲۱۶

~ هیدروژن ۲۳۰

حالت چگرد ۳۳، ۱۵۳، ۴۲۰-۴۲۴

حالت راستگرد ۳۳، ۱۵۳، ۴۱۹-۴۲۴

حالت شبه مقید ۲۰۰-۲۰۱، ۲۰۵

حالت مقارن ۱۳۷، ۱۴۴، ۲۱۴

۳۱۶، ۳۷۳

جت ۳۲۷-۳۲۸

جداسازی متغیرها ۱۷۹-۱۸۱

جرم

اجزاء ~ ۱۵۰

~ بازبهنجارشده ۲۶۰-۳۱۳

یوسته ~ ۷۲

~ پویا ۲۶۰

جریان ~ ۱۵۰

جمله ~ ۴۵۹-۴۶۳

~ فیزیکی ۲۶۰

~ کانون خشی ۱۶۵-۱۶۶

~ لخت ۱۴۹

ماتریس ~ ۴۴۷، ۴۷۴

منشأ ~ ۴۷۱

~ مؤثر ۱۴۹-۱۵۰، ۲۶۰-۲۶۱

~ نسبیتی ۱۰۸-۱۱۱

جرم کاهیده ۱۹۷

جرم مؤثر + جرم

جریان

~ ابربار ضعیف ۴۲۴-۴۲۶

~ الکترومغناطیسی ۲۸۳-۲۸۶، ۴۲۳

۴۲۴-۴۲۸، ۴۴۵

~ پایسته ۲۸۴، ۳۹۷

~ رنگ ۴۵۶

~ ضعیف ایزواسپینی ۴۲۴-۴۲۵

~ ضعیف باردار ۴۲۲

~ یانگ میز ۴۵۱

جریان الکترومغناطیسی ۳۰۵

جفت‌شدگی اسپین - مدار ۱۸۸-۱۸۹، ۱۹۳

جفت‌شدگی حداقل ۴۴۶

- حالت مقید ۴، ۴۷، ۵۱، ۶۴، ۱۷۷-۲۳۴
- حبس شدگی ۴۸، ۵۰، ۷۷-۷۹، ۳۷۴
- حرکت انتقالی ۱۲۸
- حرکت تقدیمی توماس ۱۹۰
- حساب فاینمن ۷۱، ۲۳۵-۲۶۴، ۴۶۲-۴۶۳
- حَقّه کازیمیر ۲۹۸-۳۰۰، ۳۲۱
- حقیقت ۵۴، ۵۶
- حلقه‌های ذخیره ۸
- خط خارجی ۷۱-۷۲، ۲۹۰-۲۹۱، ۳۵۷
- خط داخلی ۷۱، ۲۵۱، ۲۹۰
- خلاء ۴۶۳-۳۶۴
- دالامبری ۲۸۵
- دامنه ۱۴۶، ۲۳۵، ۲۴۱-۲۴۲، ۲۴۹-۲۵۰
- ۲۹۰، ۲۹۲
- دامنهٔ پراکندگی ۱۴۶
- دامنهٔ میانگینی اسپینی ۲۹۸
- درخشندگی ۲۴۱، ۳۱۱-۳۱۲
- دریای دیراک ۲۳-۲۵، ۲۷۲
- دفترچه داده‌های ذرات ۶۰، ۱۳۶
- دلتای کروئکر ۱۷۲
- دوتایهٔ چپگرد ۴۲۴-۴۲۶
- دوترون ۱۴۵-۱۷۸
- دوران ۱۲۸-۱۲۹
- دیراک ۲۵، ۲۵۹-۲۶۰، ۲۶۸-۲۶۹
- دی‌کوارک ۳۶۵
- دینامیک رنگ ۶۷-۶۸، ۸۱
- ذرات بنیادی ۳
- ذرات تمیزناپذیر ۳
- ذرات شگفت ۳۵-۴۰
- ذرات یکسان ۳، ۴۹، ۲۱۵، ۲۱۶
- ذره
- ~ ۴۶-۴۷، ۲۰۹ η
- ~ ۴۶-۴۷، ۲۰۹-۲۱۲، ۲۳۳ η'
- ~ الکترون ۶، ۱۵-۱۶، ۲۹۰
- ~ Ω' ۴۲-۴۳، ۶۵، ۸۴
- ~ پادپروتون ۲۶-۳۱-۳۸، ۱۱۶-۱۱۷
- ~ پادنوترون ۲۶
- ~ پادنوترینو ۳۰، ۳۲-۳۴، ۱۵۳-۱۵۴
- ~ پروتون ۶، ۱۸، ۳۶-۴۱، ۴۷-۴۸، ۹۲
- ۱۴۲، ۳۳۳، ۳۴۷
- ~ پوزیترون ۱۸، ۲۵-۲۶، ۲۷۳، ۲۹۰
- ~ پیون ۲۳، ۲۴، ۳۰-۳۱، ۳۳، ۶۴، ۸۱
- ۱۵۳-۱۵۴، ۲۶۳، ۳۹۸-۴۰۲
- ~ Ξ ۳۹، ۴۱-۴۲، ۹۵، ۲۲۳، ۲۲۶
- ~ W ۵۵-۵۶، ۶۷-۶۸، ۳۸۱
- ~ Δ ۳۹، ۴۲، ۸۲، ۱۴۷
- ~ دوترون ۱۴۵، ۱۷۸
- ~ Z ۸، ۵۵-۵۶، ۶۷-۶۸، ۳۸۱، ۴۳۵
- ~ Σ ۳۹-۴۰، ۲۲۳-۲۲۶
- ~ فوتون ۱۸-۲۲، ۵۶، ۶۷، ۲۸۳، ۲۹۰
- کوارک d (پایین) ۴۵، ۱۵۰
- ~ کوارک b (زیبایی یا ته) ۵۴، ۱۵۰
- ~ کوارک c (افسون) ۵۱-۱۵۰
- ~ کوارک u (بالا) ۴۵، ۱۵۰
- ~ کوارک s (شگفت) ۴۵، ۱۴۹
- ~ کوارک t (سریا حقیقت) ۵۴-۵۶، ۱۵۰
- ~ گراویتون ۲۱، ۵۷، ۶۷-۶۸
- ~ گلوئون ۵۶، ۶۷-۶۸، ۷۳-۷۴، ۳۲۷، ۳۴۷
- ۳۵۴-۳۵۲
- ~ Λ ۳۶، ۴۰-۴۲، ۸۴، ۱۷-۱۸، ۱۷۵
- ~ Λ_c ۵۱-۵۳
- ~ لپتون τ ۵۱-۵۵، ۳۳۰

- ۴۵۸-۴۵۷، ۴۵۶-۴۵۳، ۷۴-۷۳ QCD ~ مزون F ۵۱
 ۴۵۸، ۲۹۱، ۶۹-۶۸ QED ~ مزون K
 ۴۰۸-۴۰۲، ۳۸۲، ۸۵-۸۲، ۸۰-۷۹ ~ ضعیف ۷۹
 ۴۲۸، ۴۲۷ ~ باردار ۴۰۳، ۱۵۷، ۴۶، ۳۷-۳۶
 ۱۶۳-۱۶۱، ۴۶-۴۰، ۳۷-۳۶ ~ خشی
 ۳۳۱-۳۳۰، ۲۰۶-۲۰۵، ۱۷۸، ۵۴۳ ~ مزون
 ۲۱۲-۲۰۹ ~ مزون ω
 ۲۰۵، ۹۵، ۵۲ B ~ مزون
 ۳۳۱-۳۳۰، ۱۷۸، ۹۰، ۵۱-۵۰ ~ مزون ψ
 ۲۰۵، ۹۵-۹۰، ۵۱ D ~ مزون
 ۲۱۱-۲۰۹ ρ ~ مزون
 ۳۳۲-۳۳۱، ۲۱۲-۲۰۹، ۹۰، ۹۰ ϕ ~ مزون
 ۱۲۱، ۷۹، ۳۳-۳۱-۳۰، ۲۶-۲۴، ۷ ~ موقون
 ۳۹۱، ۳۸۵ ~ نوترون ۱۸
 ۱۶۵، ۱۴۲، ۸۲، ۳۴-۳۰، ۱۸ ~ نوترون
 ۳۹۸-۳۹۱ ~ نوترینو ۱۸
 ۱۵۴-۱۵۳، ۳۴، ۲۸-۲۴، ۱۸ ~ نوترینو
 ۱۴۲ ~ نوکلئون
 ذره α ذرات را ببینید
 ذره Δ ۱۴۷، ۸۲، ۴۲، ۳۹، ۳۹
 ذره بدون جرم ۱۰۹
 ذره بدون رنگ ۳۵۵-۳۵۴، ۷۸-۷۷، ۴۹
 ذره پایدار ۸۷-۸۶
 ذره شبح ۴۶۹، ۳۵۷، ۲۸۷
 ذره مجازی ۳۲۶، ۹۵، ۷۲-۷۱
 ذره نهانی ۶۵
 ذره واقعی ۷۳-۷۲
 ذره هیگز ۴۶۹، ۵۷
 رابطه کالان - گروس ۳۴۴-۳۴۱
 رادرفورد ۳۱۶، ۱۸-۱۷
 رأس ۸۸
 ۲۴۹ ABC ~
- ۴۵۸-۴۵۷، ۴۵۶-۴۵۳، ۷۴-۷۳ QCD ~
 ۴۵۸، ۲۹۱، ۶۹-۶۸ QED ~
 ۴۰۸-۴۰۲، ۳۸۲، ۸۵-۸۲، ۸۰-۷۹ ~ ضعیف ۷۹
 ۴۲۸، ۴۲۷
 ۳۲، ۶ راکتور
 ۳۰۱-۲۹۸ رد
 ۳۳۱-۳۳۰، ۸۸، ۷۷، ۷۴-۷۳، ۵۰-۴۹ رنگ
 ۳۶۸، ۳۵۲
 ۴۵۴-۴۵۲، ۴۵۴، ۲۱۹ ~ SU(۳)
 ۳۶۱، ۳۵۹، ۳۵۵، ۳۵۴، ۲۱۹ ~ تک تاییه
 ۳۷۷، ۳۶۸، ۳۶۵
 ۳۶۴، ۳۶۳ ~ سه تاییه
 ۳۶۳ ~ شش تاییه
 ۳۶۹، ۳۶۵-۳۶۰، ۲۰۲ ~ عامل
 ۳۶۲-۳۶۰، ۳۵۴ ~ هشت تاییه
 رویدادهای ۳۶۷
 زاویه اختلاط ضعیف ۴۲۷، ۴۱۱
 زاویه پراکندگی ۲۳۹-۲۳۸
 زاویه کایبو ۴۰۸-۴۰۳، ۳۹۸، ۳۸۱
 زمان ویژه ۱۰۵
 زیبایی ۵۶-۵۴
 زیرذرات ۶۵، ۵۷
 ساختار ریز ۱۹۱-۱۸۶
 ساز و کار GIM ۴۰۸-۴۰۶، ۳۸۱، ۸۵-۸۴، ۵۰
 ساز و کار هیگز ۴۶۰، ۴۵۲، ۴۳۷، ۴۲۰، ۹۱
 ۴۷۱-۴۶۶
 سد مرکزگیز ۱۹۶، ۱۸۳
 سر ۵۴
 سرعت ویژه ۱۰۶
 سیرن ۴۱۵-۴۱۳، ۴۱۰، ۸۰، ۵۵-۵۴، ۴۸، ۹
 سطح مقطع ۴۸۴، ۲۴۱-۲۳۵، ۱۴۶

- ضرایب کلبش - گوردون ۱۳۶-۱۳۷
- ضرب اسکالر ۱۰۵
- ضرب نقطه‌ای ۱۰۴
- طعم ۴۹-۵۱، ۵۶، ۶۶، ۷۷، ۱۴۲، ۱۵۰، ۳۵۳، ۳۵۴
- طول عمر ۵۰، ۶۵، ۹۰، ۱۶۳، ۲۳۵، ۲۳۶
- ~ یوزیترونیم ۲۰۲، ۲۳۱، ۳۱۱
- ~ پیون ۴۰۰
- ~ ذره ۲۵۲
- ~ موئون ۳۸۹
- ~ نوترون ۳۹۶-۳۸۹
- طول موج دوبروی ۹
- طیف ۱۸۳، ۱۸۶-۱۸۷، ۱۹۱، ۲۰۰-۲۰۱، ۲۰۶
- عامل آماری ۲۴۲
- عامل شکل الکتریکی ۳۳۶
- عدد T ۵۵
- عدد الکترون ← قوانین پایستگی
- عدد کوانتومی افزاینده ۱۵۶-۱۵۸
- عدد کوانتومی داخلی ۱۵۸
- عدد لبتونی ۳۳-۳۴
- عدد موئونی ۳۳، ۵۵
- عدم تقارن ماده - پادماده ۲۸، ۱۶۶
- عملگر بالابرنده ۱۷۳
- عملگر پایین برنده ۱۷۳
- عنصر ماتریسی ۲۴۲
- فرایند درل - یان ۳۷۴
- فرایند دوجتی ۳۲۷، ۳۲۸
- فرایند سه جت ۳۲۷-۳۲۸
- فرایندهای مرتبه بالاتر ۷۱، ۷۶، ۲۵۱-۲۵۶، ۲۶۱، ۳۱۱-۳۱۷، ۳۵۵، ۳۷۱-۳۷۳
- $A + A \leftarrow B + B$ ۲۵۳-۲۵۶
- ~ پایون - نوکلئون ۱۴۶-۱۴۷، ۱۷۴
- ~ دو جسمی ۲۴۷-۲۴۹
- ~ رادفورد ۲۴۱-۳۰۴
- ~ کره سخت ۲۴۰
- ~ مات ۳۰۴
- ~ نابودی زوج (QED) ۲۰۲، ۲۳۲، ۳۱۰
- ~ نابودی زوج (QCD) ۳۶۹
- ~ نوکلئون - نوکلئون ۱۴۵
- سطح مقطع دیفرانسیلی ۲۳۹، ۲۴۹، ۳۱۰
- سطح مقطع کل ۲۴۰
- سطح مقطع پوش ۳۲۷-۳۴۰
- سلام ۶۸، ۴۱۰-۴۱۸
- سنجه ۱۰۲
- سه‌تایه ۱۳۸، ۱۴۵، ۱۹۶، ۱۹۷
- شیخ فادیو - پوپوف ۳۵۷
- شبه‌اسکالر ۱۵۵-۱۵۶، ۲۸۱-۲۸۲
- شتابدهنده ۶
- شرط لورنتس ۲۸۵-۲۸۹، ۳۵۵، ۳۸۲
- شش‌تایه ۳۶۳
- شعاع بور ۱۸۴
- شکافتگی فوق ریز
- ~ در باریونها ۲۲۴-۲۲۶
- ~ در یوزیترونیم ۱۹۸
- ~ در مزونها ۲۱۱
- ~ در هیدروژن ۱۹۱-۱۹۷
- شکست تقارن ۴۲۸
- شکست خودبه‌خود تقارن ۴۱۰، ۴۳۷، ۴۶۰-۴۶۲، ۴۶۶
- شگفتی ۳۹-۴۱، ۴۵-۴۷، ۵۶، ۱۴۴
- شوئینگر ۶۸، ۱۸۹، ۱۹۲، ۲۵۹

- فرضیه CVC ۳۹۷
فرضیه PCAC ۳۹۷، ۴۰۵
فرضیه دو نوترینو ۳۴-۳۵
فرمول پلانک ۱۹، ۱۰۹، ۱۸۵
فرمول جرم
~ باریونها ۲۲۳-۲۲۶
~ پیون ۶۴
~ W و Z ۴۱۲
~ کوآرکونیوم ۲۰۳
~ کولمن - گلاشو ۶۵
~ گلن - اوکوبر ۶۴
~ مزونها ۲۱۱
فرمول جرمی گلن - اکوبو ۶۴
فرمول روزن بلوت ۳۳۶-۳۳۹
فرمول ریذبرگ ۱۸۶
فرمول سیکلوترون ۱۰
فرمول کولمن - گلاشو ۶۵
فرمول گلن - نی شی جاما ۱۴۴، ۱۷۴، ۴۲۵
فرمبون ۱۳۳، ۲۱۵
فصل مشترک حلقه‌های ذخیره‌سازی ۸
فضای فاز ۲۴۱-۲۴۲
فوتون ۱۸-۲۲، ۵۶، ۶۷-۶۹، ۲۸۳-۲۹۰
قاعده QZI ۹۰-۹۱، ۹۶، ۲۰۵-۲۰۶، ۳۷۳
قاعده جمع سرعتها ۱۰۰-۱۰۶
قاعده طلایی ۲۳۵، ۲۴۲-۲۴۹، ۳۸۶
~ برای پراکندگی ۲۴۴-۲۴۷
~ برای واپاشی ۲۴۳، ۳۸۶
قدرت ۶۷، ۹۰-۹۳
قدرت ذاتی نیروی ضعیف ۹۱، ۳۹۱
قضایای رد ۳۰۰-۳۰۱، ۴۸۷
قضیه TCP ۵، ۱۶۶
قضیه انقباض ۳۰۱
قضیه گلدستون ۴۶۶، ۴۷۵
قضیه نوتر ۱۲۶-۱۲۸، ۱۴۳، ۴۷۳
قضیه ویریال ۱۷۸
قطبش ۷۵-۷۶، ۲۸۶، ۲۸۹
قطبش خلاء ۷۶، ۱۹۲، ۳۱۲، ۳۷۱
قطبش طولی ۳۸۲
قطبش عرضی ۲۸۷
قواعد جمع ۳۴۸-۳۵۱
قواعد فاینمن ۵، ۷۱، ۲۴۲، ۲۶۶، ۴۵۶-۴۶۰، ۴۹۰-۴۹۲
GUC ۴۲۷-۴۲۸
QCD ۳۵۲-۳۵۹
QED ۲۶۶، ۲۹۱، ۳۲۳
نظریه ABC ۲۵۰-۲۵۳
قوانین پایستگی ۸۶، ۹۱، ۹۵، ۱۲۶، ۱۲۸
~ انرژی ۶۳-۶۴، ۷۲، ۱۰۹، ۱۱۱-۱۲۸، ۲۵۲-۲۹۱
~ ایزواسپین ۱۴۳-۱۴۶
~ بار ۸۶-۸۸، ۱۲۹، ۱۵۸، ۲۸۴، ۳۹۷
~ پاریته ۱۵۳-۱۵۷
~ تکانه ۱۰۹-۱۱۱، ۱۲۸، ۲۵۲-۲۹۱
~ تکانه زاویه‌ای ۱۲۸
~ جرم ۱۱۰-۱۱۱
~ جریان پایسته ۳۹۷
~ رنگ ۸۸
~ شگفتی ۳۹-۴۱، ۸۹-۹۰، ۱۴۴
~ طعم ۸۱، ۸۹-۹۰
~ عدد الکترونی ۳۴، ۵۵، ۸۹، ۴۰۲
~ عدد باریونی ۳۶-۳۸، ۸۶، ۸۸، ۹۳، ۱۴۴
~ عدد تاو ۸۹، ۵۵، ۴۰۲

کوارک ظرفیت ۳۴۸-۳۴۹	~ عدد لپتونی ۳۳-۳۴، ۳۷
کوارکونیوم ۱۹۷، ۲۰۲-۲۰۶	~ عدد موثونی ۳۴، ۸۹، ۴۰۲
گراویتون ۲۱، ۵۷، ۶۷-۶۸	~ کوارک ۸۹
گروه ۱۲۹	کامپتون
~ آبلی ۱۲۹	پراکندگی ~ ۲۰-۲۱، ۷۰، ۹۴، ۱۲۵، ۲۹۳
~ $SO(n)$ ۱۳۰-۱۳۱، ۱۷۰	۲۹۶-۲۹۷
~ $SO(3)$ ۱۳۰	طول موج ~ ۲۰-۷۶
~ $SU(n)$ ۱۳۰	کامل بودن ۲۷۲، ۲۷۸، ۲۸۹، ۲۹۹
~ $SU(2)$ ۱۳۰، ۱۴۹، ۴۴۸	کت ۵، ۱۳۳
~ $SU(2) \times U(1)$ ۴۲۴-۴۲۹، ۴۵۲	کرومودینامیک ۶۷-۶۸، ۴۵۲-۴۵۵
~ $SU(3)$ ۱۲۶، ۱۳۱، ۱۴۹	کرومودینامیک کوانتومی (QCD) ۶، ۶۷-۶۸
~ $SU(6)$ ۱۲۶، ۱۴۹	۷۳-۷۸، ۲۰۲، ۳۵۲، ۳۸۰، ۴۵۴، ۴۵۵
~ $O(n)$ ۱۳۰-۱۷۰	کلوتوپ ۵۶، ۷۳
~ پیوسته ۱۳۰	کوارک
~ متناهی ۱۳۰	الگوی ~ ۴۴-۵۱
~ نامتناهی ۱۳۰	برهم‌کنش ضعیف ~ ۴۰۲-۴۰۸
~ $U(n)$ ۱۳۰	توابع توزیع ~ ها ۳۴۵-۳۴۸
گروه دوران ۱۳۰	جدول ~ ی ۵۵، ۱۵۰
گشتاور دوقطبی الکتریکی ۱۶۶	جرم ~ ها ۶۵، ۱۴۹
گشتاور مغناطیسی ۱۸۹	جستجوی ~ ۴۷-۴۸
~ الکترون ۲۲، ۱۸۸، ۱۹۳	عدد ~ ی ۸۸
~ باریونها ۲۲۰-۲۲۳	کوارک b ۵۴، ۱۵۰
~ پروتون ۱۹۳-۱۹۴	کوارک c ۵۰-۵۱، ۱۵۰
گشتاور مغناطیسی بی‌هنجار	کوارک d ۴۵، ۱۴۹
~ الکترون ۲۲، ۱۸۸، ۱۹۳، ۲۹۲	کوارک s (شگفت) ۴۵-۱۵۰
~ پروتون ۱۹۳-۱۹۴	کوارک t ۵۴-۵۶، ۱۵۰
گلوتئون ۵۶، ۶۷-۷۳، ۷۴، ۳۲۷، ۳۴۷	کوارک u ۴۵، ۱۵۰
۳۵۲-۳۵۴	کوارک پایین ← کوارک d
هشت‌تاییه ~ ۳۵۴	کوارک تماشایی ۸۲، ۸۴
گلوتون نهم ۳۵۳-۳۵۴، ۳۷۶، ۴۵۵	کوارک دریا ۳۴۸-۳۴۹
لاپلاسی ۱۸۱	کوارک سنگین ۲۰۳، ۲۱۲

ماتریسهای گاما ۲۷۰، ۲۸۲، ۳۰۰، ۳۰۱، ۴۹۰	لاگرانژی ۴۳۷-۴۴۲
ماتریسهای گلن ۳۵۶، ۴۵۴	~ پروکا ۴۴۱-۴۴۲
متغیرهای مندلستم ۱۲۴	~ دیراک ۴۴۰-۴۴۱
مرکز تکانه ۱۱۶-۱۱۸	~ کلاسیکی ۴۳۷-۴۳۸
مزون ۲۲-۲۳، ۳۶-۳۹، ۴۰-۴۲، ۴۵-۴۶، ۱۵۷	~ کلاین - گوردون ۴۳۹
۲۰۶-۲۱۱	~ QED ۴۴۶
جرم ~ ۲۱۰-۲۱۱	~ QCD ۴۵۵
نهایتیه ~ ۴۴، ۴۶-۴۷، ۱۵۷، ۲۰۶	~ ماکسول ۴۴۱
هشت تاییه ~ ۴۱	~ هیگز ۴۶۹
مزون η ۴۶-۴۷، ۲۰۹	~ یانگ میلز ۴۵۲
مزون ϕ ۹۰، ۲۰۹، ۲۱۲، ۳۳۱	~ یوکاوا ۴۷۵
مزون ψ ۵۱-۵۰، ۹۰، ۱۷۸، ۳۳۱	لاگرانژی ماکسول ۴۴۲
مزون ω ۴۶-۴۷، ۲۰۹-۲۱۱، ۲۳۳	لپتون T ۵۱-۵۵، ۳۳۰
مزون B ۵۴، ۹۵، ۲۰۵	لپتون سنگین ۵۱
مزون D ۵۱، ۹۵-۹۰، ۲۰۵	لپتونها ۲۳، ۳۵، ۷۹-۸۱
مزون F ۵۱	برهم کنش ضعیف ~ ۳۸۱-۳۸۵، ۴۰۲
مزون k ۳۶-۴۶، ۱۵۷، ۱۶۱-۱۶۵، ۴۰۳	جدول ~ ۳۵، ۵۶
مزون P ۲۰۹-۲۱۲	خانواده ~ ۵۵
مزون T ۵۴، ۱۷۸، ۲۰۵-۲۰۶، ۳۳۱-۳۳۰	لدرمن، ل. م. ۳۴، ۱۶۳
مزون برداری ۱۳۴، ۲۰۶-۲۱۱	لی، ت. د. ۶۸، ۱۵۱، ۱۵۷
مزون زیبا ۵۴	ماتریس اسپینی ۱۳۸-۱۴۰، ۱۷۳، ۲۷۸
مزون شبه اسکالر ۴۱، ۱۳۴، ۲۰۶، ۲۱۱	ماتریس پاؤلی ۱۴۰، ۱۷۳، ۲۷۰، ۴۲۵، ۴۴۸
مزون یوکاوا ۱۸، ۲۳-۲۲، ۵۶، ۶۳، ۷۸	۴۸۶
مزونهای افسونی ۵۱-۵۲	ماتریس تصویر ۴۳۴
مزونهای باکوارک سبک ۱۷۷، ۲۰۶-۲۱۱	ماتریس دوران ۱۴۱، ۱۷۰-۱۷۲
مسیر هشت تاییه ۴۱-۴۶، ۱۳۱، ۱۴۹-۱۵۰	ماتریس دیراک ۲۶۹، ۴۸۸
مسئله هشت - باریون ۱۴۸	ماتریس کوبایاشی - ماسکوا ۸۴-۸۵، ۱۶۴
مشتق هموردا ۴۴۵-۴۴۹، ۴۵۴، ۴۶۷	۴۱۲، ۴۰۸-۴۰۷، ۳۸۱
معادلات ماکسول ۲۸۳-۲۸۷	ماتریس متعامد ۱۳۰
معادله اوایلر - لاگرانژ ۴۳۸-۴۳۹	ماتریس هرمیتی ۴۴۸، ۴۵۳
معادله پروکا ۲۶۷، ۴۴۱	ماتریس یکانی ۱۳۰، ۴۴۷

- معادله پیوستگی ۲۸۴، ۴۴۳
 معادله دیراک ۲۳، ۲۶۶، ۲۷۹
 فضای تکانه ۲۷۴، ۲۸۸
 معادله شرودینگر ۱۷۷-۱۸۴، ۲۶۶-۲۶۷، ۲۷۲
 معادله شعاعی ۱۸۲
 معادله کلاین - گوردون ۲۶۶-۲۶۸، ۲۸۶
 معمای T-O ۱۵۷
 مقدار ft ۳۹۶
 مقدار انتظاری ۱۸۸، ۲۳۰
 مقیاس بیورکن ۳۴۰-۳۴۴، ۳۷۳
 مکانیک ۴
 مکانیک کوانتومی ۴-۵، ۱۷۸-۱۸۳، ۲۳۵
 مکانیک نسبیتی ۴، ۱۰۵، ۱۲۰
 مگنتون بور ۱۸۹
 موج تخت ۲۷۳، ۲۸۶
 موئون ۸، ۲۳-۲۴، ۳۰-۳۱، ۳۳، ۸۰، ۱۲۱
 ۳۸۵-۳۹۱
 موئونیم ۱۹۷-۱۹۸، ۲۰۶
 میدان الکترومغناطیسی ۶۸-۶۹
 میدانهای پیمانه‌ای ۴۴۴-۴۴۵، ۴۴۹، ۴۵۴
 نابودی زوج ۷۰-۱۹۸، ۲۰۰-۲۶۸، ۲۹۳، ۳۰۵
 ۳۱۰-۳۲۵، ۳۳۱-۳۶۵
 ناوردا ۱۰۲، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۱۴، ۱۱۷، ۳۵۴
 ناوردای پیمانه‌ای ۳۲۱، ۳۷۸
 ~ آبلی ۴۵۲
 شکست ~ ۴۶۳-۴۶۶
 ~ غیرآبلی ۴۵۲
 ~ غیرموضعی ۴۴۳-۴۴۶، ۴۴۹-۴۵۱
 ~ موضعی ۴۴۳-۴۴۶، ۴۴۹، ۴۵۱
 ۴۶۶-۴۶۹
 ناوردایی ۱۲۸
- ناوردایی پیمانه‌ای موضعی ۶، ۴۳۷، ۴۴۳-۴۴۶، ۴۶۰، ۴۴۹
 ناوردایی لورنتس ۱۰۲-۱۰۴، ۱۱۷
 نسبت ژیرمغناطیسی ۱۸۹، ۱۹۳
 نسبتهای انشعاب ۸۶، ۲۳۷، ۴۰۱
 نسبیت ۵، ۹۷-۹۸
 نسل ۵۵-۵۷، ۴۰۲، ۴۰۸-۴۰۹
 نظریه ABC ۲۴۹-۲۶۵
 نظریه GWS (گلاشو - واینبرگ - سلام) ۶، ۵۵، ۵۷، ۶۸، ۸۰، ۹۱، ۲۶۱، ۳۸۱، ۴۰۹
 ۴۱۲، ۴۱۸، ۴۲۸
 نظریه اختلال ۷۱
 غیرنسبیتی ۱۷۷، ۱۸۶
 نسبیتی - محاسبه فاینمن
 نظریه بور ۱۸۴-۱۸۶
 نظریه پیمانه‌ای ۲۶۱، ۴۳۷-۴۷۴
 نظریه حفره ۲۵
 نظریه فرمی برای واپاشی بتا ۲۹-۳۰، ۵۴، ۶۸
 ۳۹۰-۳۹۱
 نظریه کابیو ۴۰۳-۴۰۹
 نظریه گروه ۱۲۶-۱۲۹
 نظریه میدان کوانتومی ۴-۵، ۱۳، ۲۱، ۲۵، ۱۶۶
 ۲۱۵، ۲۳۵، ۲۶۶، ۴۳۷، ۴۵۶
 نظریه یانگ - میلز ۴۴۶-۴۵۲
 نقض CP ۱۶۰-۱۶۵، ۴۰۸
 نقض ماکسیمال پارته ۱۵۱، ۱۶۴، ۳۸۳
 نماد لوی - چی ویتا ۱۷۲، ۳۰۲، ۳۲۲-۳۸۴
 نمادگذاری خط ۲۹۶-۲۹۷
 نمایش ۱۳۰-۱۴۱
 نمایش بنیادی ۱۴۹، ۲۱۰
 نمایش کاهش ناپذیر ۱۳۱

واسطه ۲۱، ۵۵-۵۶، ۶۸-۶۹، ۷۳، ۳۸۳، ۳۹۱
 واگرایی لگاریتمی ۲۵۹، ۳۱۳
 واگنی ۱۸۵
 وحدت ۳۹، ۹۱-۹۳، ۴۱۹-۴۲۹
 وحدت بزرگ ۳۹، ۹۱-۹۲
 ویژه بردار ۱۳۹
 ویژه تابع ۱۸۰
 ویژه مقدار ۱۳۹، ۱۸۰
 هادرون ۳۵، ۴۰، ۱۷۸
 هامیلتونی ۱۸۰-۱۸۶، ۱۹۰-۱۹۴، ۱۹۷، ۳۱۹
 هسته ۱۷-۱۸
 هشت تابه ۴۴
 هلیسیته ۳۳، ۱۵۲، ۲۷۸، ۴۲۰-۴۲۴، ۴۳۴
 هماهنگ‌های کروی ۱۸۲-۱۸۳، ۲۳۰
 همزمانی ۹۹
 هموردهای دوخطی ۲۷۹-۲۸۱
 هیدروژن ۱۷۷، ۱۸۳-۱۹۷
 یکاها ۱۱-۱۲، ۲۴۹-۲۵۰، ۲۹۱، ۴۴۲
 یونش ۱۰
 Λ (پارامتر مقیاس در QCD) ۳۷۳
 Ω^- (امگا منفی) ۴۲-۴۳، ۶۵، ۸۴
 Σ ۳۹-۴۰، ۲۲۳-۲۲۶
 Ξ ۳۹، ۴۱-۴۲، ۹۵، ۲۲۳-۲۲۶
 ω (امگا) ۲۰۹-۲۱۲
 DESY (دسی) ۸۰
 GUT؛ وحدت بزرگ را ببینید
 R ۳۳۰-۳۳۲

نمودار ~ سطحی ۲۵۷، ۳۱۵، ۳۵۷
 نمودار جداشده ۲۵۷
 نمودار حلقه ۲۵۸-۲۶۰، ۲۹۲، ۳۱۱، ۳۲۳
 ۳۵۵-۳۵۷، ۳۷۲
 نمودار فاینمن ۶۷، ۶۹، ۷۱، ۲۳۵، ۲۵۰-۲۵۲
 نوترون ۱۸، ۳۰-۳۴، ۸۲، ۱۴۲، ۱۶۶، ۳۹۱-۳۹۸
 نوترینو ۱۸، ۲۴، ۲۸-۳۴، ۱۵۳-۱۵۴
 نوترینو کیهانی ۳۲
 نوکلئون ۱۴۲
 نیروی الکتروضعیف ۶، ۵۴، ۶۸، ۴۰۷، ۴۱۹
 ۴۲۹
 نیروی الکترومغناطیسی ۶۷، ۶۸
 نیروی پنجم ۳۷۴
 نیروی ضعیف ۳۹، ۶۷-۶۸، ۱۵۱، ۳۸۱-۴۳۶
 نیروی قوی ۲۲، ۳۹-۴۰، ۶۷-۶۸، ۳۵۲
 نیروی کولنی ۶۹
 نیروی گرانشی ۶۷
 نیمه عمر ۸۶، ۲۶۲، ۳۹۶
 واپاشی ۴-۵، ۸۶-۹۰، ۱۱۳-۱۱۴، ۳۰۴
 واپاشی الکترومغناطیسی ۳۰۵
 واپاشی بتا ۲۸-۳۰، ۳۳، ۵۴، ۶۴، ۶۸، ۳۸۱
 ۳۹۲، ۳۹۷
 واپاشی بتا معکوس ۳۲، ۳۸۳
 واپاشی غیرلپتونی ۴۰۴-۴۰۵
 واپاشی لپتونی ۴۰۳
 واپاشی نیمه‌لپتونی ۸۱، ۴۰۴-۴۰۵
 وارونی ۱۵۴-۱۵۵

داده‌های ذرات

(جرم برحسب MeV/c^2 ، طول عمر برحسب ثانیه، بار با یکای بار پروتون)

کوارکها (اسپین $\frac{1}{2}$)

جرم (حدسی)		لخت	بار	طعم	
مؤثر					
در مزونها	در باریونها				
۳۱۰	۳۶۳	۷٫۵	$-\frac{1}{3}$	d	نسل اول
۴۸۳		۴٫۲	$+\frac{2}{3}$	u	
	۵۳۸	۱۵۰	$-\frac{1}{3}$	s	نسل دوم
۱۵۰۰		۱۱۰۰	$+\frac{2}{3}$	c	
۴۷۰۰		۴۲۰۰	$-\frac{1}{3}$	b	
$> ۲۳,۰۰۰$			$+\frac{2}{3}$	t	نسل سوم

لپتونها (اسپین $\frac{1}{2}$)

لپتون	بار	جرم	طول عمر	واباشیهای اصلی	
e	-۱	0.511003 ر	∞	—	نسل اول
ν_e	۰	۰	∞	—	
μ	-۱	۱۰۵٫۶۵۹	2.197×10^{-6} ر	$e\nu_\mu \bar{\nu}_e$	نسل دوم
ν_μ	۰	۰	∞	—	
τ	-۱	۱۷۸۴	3.3×10^{-12} ر	$\mu\nu_\tau \bar{\nu}_\mu, e\nu_\tau \bar{\nu}_e, \rho\nu_\tau$	نسل سوم
ν_τ	۰	۰	∞	—	

واسطه‌ها (اسپین ۱)

واسطه	بار	جرم	طول عمر	نیرو
گلوئون	۰	۰	∞	قوی
فوتون (γ)	۰	۰	∞	الکترومغناطیسی
W^\pm	± 1	۸۱٫۸۰۰	نامعلوم	ضعیف (باردار)
Z^0	۰	۹۲٫۶۰۰	نامعلوم	ضعیف (خنثی)

باریونها (اسپین $\frac{1}{2}$)

وایشیهای اصلی	طول عمر	جرم	بار	محتوای کوارکی	باریون
—	∞	۹۳۸,۲۸۰	+۱	<i>uud</i>	$N \begin{Bmatrix} p \\ n \end{Bmatrix}$
$pe\bar{\nu}_e$	۹۰۰	۹۳۹,۵۷۳	۰	<i>udd</i>	
$p\pi^-, n\pi^+$	$۲,۶۳ \times ۱۰^{-۱۰}$	۱۱۱۵,۶	۰	<i>uds</i>	Λ
$p\pi^+, n\pi^+$	$۰,۸۰ \times ۱۰^{-۱۰}$	۱۱۸۹,۴	+۱	<i>uus</i>	Σ^+
$\Lambda\gamma$	۶×۱۰^{-۲۰}	۱۱۹۲,۵	۰	<i>uds</i>	Σ^0
$n\pi^-$	$۱,۴۸ \times ۱۰^{-۱۰}$	۱۱۹۷,۳	-۱	<i>dds</i>	Σ^-
$\Lambda\pi^0$	$۲,۹۰ \times ۱۰^{-۱۰}$	۱۳۱۴,۹	۰	<i>uss</i>	Ξ^0
$\Lambda\pi^-$	$۱,۶۴ \times ۱۰^{-۱۰}$	۱۳۲۱,۳	-۱	<i>dss</i>	Ξ^-
معلوم نشده است	۲×۱۰^{-۱۲}	۲۲۸۱	+۱	<i>udc</i>	Λ_c^+

باریونها (اسپین $\frac{3}{2}$)

وایشیهای اصلی	طول عمر	جرم	بار	محتوای کوارکی	باریون
$N\pi$	$۰,۶ \times ۱۰^{-۲۲}$	۱۲۳۲	+۲, +۱, ۰, -۱	<i>uuu, uud, udd, ddd</i>	Δ
$\Lambda\pi, \Sigma\pi$	۲×۱۰^{-۲۳}	۱۳۸۵	+۱, ۰, -۱	<i>uus, uds, dds</i>	Σ^*
$\Xi\pi$	۷×۱۰^{-۲۳}	۱۵۳۳	۰, - $\frac{1}{2}$	<i>uss, dss</i>	Ξ^*
$\Lambda K^-, \Xi^-\pi^-, \Xi^-\pi^0$	$۰,۸۲ \times ۱۰^{-۱۰}$	۱۶۷۲	-۱	<i>sss</i>	Ω^-

مزونهای شبه‌نرده‌ای (اسپین ۰)

مزون	اجزای کواریکی	بار	جرم	طول عمر	واباشیهای اصلی
π^\pm	$u\bar{d}, d\bar{u}$	$+1, -1$	$139,596$	$2,60 \times 10^{-8}$	$\mu\nu_\mu$
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	$134,964$	$8,7 \times 10^{-17}$	$\gamma\gamma$
K^\pm	$u\bar{s}, s\bar{u}$	$+1, -1$	$493,67$	$1,24 \times 10^{-8}$	$\mu\nu_\mu, \pi^\pm\pi^0, \pi^\pm\pi^\pm\pi^\mp$
K^*, \bar{K}^*	$d\bar{s}, s\bar{d}$	$0, 0$	$497,72$	$\left\{ \begin{array}{l} K_S^{*0}, 892 \times 10^{-10} \\ K_L^{*0}, 18 \times 10^{-8} \end{array} \right.$	$\pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$ $\pi e\nu_e, \pi\mu\nu_\mu, \pi\pi\pi$
η	$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$	0	$548,8$	7×10^{-11}	$\gamma\gamma, \pi^0\pi^0\pi^0, \pi^+\pi^-\pi^0$
η'	$(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$	0	$957,6$	3×10^{-21}	$\eta\pi\pi, \rho^0\gamma$
D^\pm	$c\bar{d}, d\bar{c}$	$+1, -1$	1869	9×10^{-13}	$K\pi\pi$
D^*, \bar{D}^*	$c\bar{u}, u\bar{c}$	$0, 0$	1865	4×10^{-13}	$K\pi\pi$
F^\pm (اکنون D_s^\pm)	$c\bar{s}, s\bar{c}$	$+1, -1$	1971	3×10^{-13}	معلوم نشده است
B^\pm	$u\bar{b}, b\bar{u}$	$+1, -1$	5271	$\left\{ \begin{array}{l} 14 \times 10^{-12} \\ 5275 \end{array} \right.$	$D+?$
B^*, \bar{B}^*	$d\bar{b}, b\bar{d}$	$0, 0$	5275		
η_c	$c\bar{c}$	0	2981	6×10^{-23}	$KK\pi, \eta\pi\pi, \eta'\pi\pi$

مزونهای برداری (اسپین ۱)

مزون	اجزای کواریکی	بار	جرم	طول عمر	واباشیهای اصلی
ρ	$u\bar{d}, d\bar{u}, (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	$+1, -1, 0$	770	$0,4 \times 10^{-23}$	$\pi\pi$
K^*	$u\bar{s}, s\bar{u}, d\bar{s}, s\bar{d}$	$+1, -1, 0, 0$	892	1×10^{-23}	$K\pi$
ω	$(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	782	7×10^{-23}	$\pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\gamma$
ϕ	$s\bar{s}$	0	1020	20×10^{-23}	$K^+K^-, K^0\bar{K}^0$
J/ψ	$c\bar{c}$	0	3097	1×10^{-20}	$e^+e^-, \mu^+\mu^-, \Delta\pi, \gamma\pi$
D^*	$c\bar{d}, d\bar{c}, c\bar{u}, u\bar{c}$	$+1, -1, 0, 0$	2010	$> 1 \times 10^{-21}$	$D\pi, D\gamma$
Υ	$b\bar{b}$	0	9460	2×10^{-20}	$\tau^+\tau^-, \mu^+\mu^-, e^+e^-$

ماتریسهای پائولی

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \epsilon_{ijk} \sigma_k; \quad [\sigma_i, \sigma_j] = 2i \epsilon_{ijk} \sigma_k; \quad \{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}$$

$$(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}); \quad e^{i\boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\sigma}} = \cos \theta + i \hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \sin \theta$$

ماتریسهای دیراک

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}; \quad g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

قواعد ضربی و قضایای رد: پیوست ج را ببینید.

معادله دیراک

$$i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc\psi = 0$$

$$(\not{p} - mc)u = 0; \quad (\not{p} + mc)v = 0$$

$$\bar{u}(\not{p} - mc) = 0; \quad \bar{v}(\not{p} + mc) = 0$$

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0; \quad \bar{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0; \quad \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 = \gamma^{\mu\dagger}$$

قاعده‌های فاینمن

خطوط خارجی

اسپین ۰: (هیچ)

$$\left. \begin{array}{l} u: \text{ذره ورودی} \\ \bar{v}: \text{پادذره ورودی} \\ \bar{u}: \text{ذره خروجی} \\ v: \text{پادذره خروجی} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \text{ اسپین}$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon^\mu: \text{ورودی} \\ \epsilon^{\mu*}: \text{خروجی} \end{array} \right\} \text{ اسپین 1}$$

انتشارگرها

$$\frac{i}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{اسپین ۰}$$

$$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{اسپین ۱/۲}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \text{ بدون جرم} \\ \frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^2 - (mc)^2} \text{ جرم دار} \end{array} \right\} \text{اسپین ۱}$$

عملهای رأس: پیوست د را ببینید.

ثابت‌های فیزیکی و ضرایب تبدیل

$$c = ۲۹۹۷۹ \times ۱۰^۸ \text{ m/s}$$

سرعت نور

$$\hbar = h/2\pi = ۱.۰۵۴۶ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ J s} = ۶.۵۸۲۲ \times ۱۰^{-۲۲} \text{ MeV s}$$

ثابت پلانک

$$e = ۱.۶۰۲۲ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C} = ۴.۸۰۳۲ \times ۱۰^{-۱۰} \text{ esu}$$

بار الکترون (اندازه)

$$m_e = ۰.۵۱۱۰۰۳ \text{ MeV/c}^2 = ۹.۱۰۹۵۳ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg}$$

جرم الکترون

$$m_p = ۹۳۸.۲۸۰ \text{ MeV/c}^2 = ۱.۶۷۲۶۵ \times ۱۰^{-۲۷} \text{ kg}$$

جرم پروتون

$$\alpha = e^2/\hbar c = ۱/۱۳۷.۰۳۶$$

ثابت ساختار ریز

$$r_e = e^2/m_e c^2 = ۲.۸۱۷۹ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ m}$$

شعاع کلاسیک الکترون

$$\lambda_e = h/m_e c = ۲.۴۲۶۳ \times ۱۰^{-۱۲} \text{ m}$$

طول موج کامپتون الکترون

$$a = \hbar^2/e^2 m_e = ۵.۲۹۱۷۷ \times ۱۰^{-۱۱} \text{ m}$$

شعاع بور

$$E_n = -m_e e^4 / (2\hbar^2 n^2) = -a^2 m_e c^2 / 2n^2 = -۱۳.۶ \text{ eV} / n^2$$

انرژی بور

$$1 \text{ \AA} = ۱۰^{-۱۰} \text{ m}$$

$$1 \text{ fm} = ۱۰^{-۱۵} \text{ m}$$

$$1 \text{ barn} = ۱۰^{-۲۸} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ eV} = ۱.۶۰۲۱۹ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ J}$$

$$1 \text{ MeV/c}^2 = ۱.۷۸۲۶۷۶ \times ۱۰^{-۳۰} \text{ kg}$$

$$1 \text{ C} = ۲.۹۹۷۹۲۵ \times ۱۰^۹ \text{ esu}$$